



9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés

Alors, je continue avec des applications du procédé de Gram-Schmidt et de la projection orthogonale d'un vecteur sur un sous-espace. Ici, nous allons utiliser ça pour faire ce qu'on appelle la résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés.

Notes

Summary



0m 04s

Soient $x_1, \dots, x_n$ des inconnues et $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. On se donne un système de m équations linéaires $AX = b$, où $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ et $b \in M_{m \times 1}(\mathbb{R})$.

A, la matrice des coefficients, est obtenue théoriquement. (on suppose A "correcte")
b est obtenu à partir des expériences. (b peut être "approximatif").

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Alors, comme dans le temps, on pose des inconnues $x_1, \dots, x_n$, puis un vecteur colonne qui est le vecteur de ces inconnues, puis on représente un système de m équations linéaires aux inconnus $x_1, \dots, x_n$ par cette équation matricielle $AX = b$. Donc A est une matrice $m \times n$ et b est une matrice $m \times 1$, qui est en fait un vecteur colonne. Maintenant, la situation que l'on veut considérer est la suivante, c'est que l'on imagine que la matrice A , donc c'est dans les applications, on imagine que A est une matrice qu'on obtient par des moyens théoriques. Donc A est obtenue théoriquement. La matrice A des coefficients est obtenue théoriquement, c'est-à-dire, en appliquant une théorie. Par contre, b , on suppose... donc c'est la situation que je veux considérer. Disons que b est obtenue à partir des données des expériences. b , par contre, est obtenue à partir des expériences. Donc on suppose que A est correcte mais b peut avoir des erreurs. Donc b peut être seulement approximatif. Donc, si c'est le cas, il se peut que ce système ne possède aucune solution.

Notes

Summary



Soient $x_1, \dots, x_n$ des inconnues et $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. On se donne un système de m équations linéaires $AX = b$, où $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ et $b \in M_{m \times 1}(\mathbb{R})$.

A , la matrice des coefficients, est obtenue théoriquement. (on suppose A "correcte")
 b est obtenu à partir des expériences. (b peut être "approximatif").

On suppose que $AX=b$ ne possède aucune solution.

On cherche à trouver un vecteur $\hat{X}$ tel que $A\hat{X}$ soit aussi proche de b que possible. C'est on cherche à minimiser $\|A\hat{X} - b\|$. On fixe $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ t.g. la représentation matricielle de φ par rapport aux bases canoniques de $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{R}^m$ sont égale à A . $A\hat{X}$ appartient donc à $\text{Im}(\varphi)$.

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Donc, on suppose, c'est l'hypothèse, mais on aimerait quand même, au mieux que possible, calculer une solution. On cherche à trouver un vecteur, que j'appellerai $\hat{X}$ tel que $A\hat{X}$ soit aussi proche de b que possible. Donc, on ne va pas trouver AX tel que $AX = b$ parce qu'on suppose que le système ne possède aucune solution, mais on peut chercher à trouver un $\hat{X}$, c'est une sorte de solution partielle, tel que $A\hat{X}$ soit aussi proche de b que possible. Donc c'est-à-dire, formalisons ça, on cherche à minimiser la distance entre $A\hat{X}$ et b . Maintenant, ça commence à ressembler à des choses que nous avons déjà faites, donc je continue un peu mon développement ici. Maintenant, je vais imaginer que ce A représente une application linéaire par rapport aux bases canoniques de $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{R}^m$. Donc on fixe φ une application de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^m$ telle que sa représentation matricielle par rapport aux bases canoniques est égale à A . Alors le $A\hat{X}$ dans ce cas-là, appartiendra à l'image de φ . Donc si je pose $W = \text{Im}(\varphi)$ Ce qu'on cherche, c'est que...

Notes

Summary



2m 11s

Soient $x_1, \dots, x_n$ des inconnues et $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. On se donne un système de m équations linéaires $AX = b$, où $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ et $b \in M_{m \times 1}(\mathbb{R})$.

A , la matrice des coefficients, est obtenue théoriquement. (on suppose A "correcte")
 b est obtenu à partir des expériences. (b peut être "approximatif").

On suppose que $AX=b$ ne possède aucune solution.

On cherche à trouver un vecteur $\hat{X}$ tel que $A\hat{X}$ soit aussi proche de b que possible. C'est on cherche à minimiser $\|A\hat{X} - b\|$. On fixe $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ t.q. la représentation matricielle de φ par rapport aux bases canoniques de $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{R}^m$ soit égale à A . $A\hat{X}$ appartient donc à $\text{im}(\varphi)$. Posons $W = \text{im} \varphi$. On cherche un vecteur dans W aussi proche de b que possible. On sait que la meilleure approximation au sens des moindres carrés de b par un vecteur dans W est $\text{proj}_W b$. Ensuite, on résout $A\hat{X} = \text{proj}_W b$. On dit que une solution de ce système est une solution du système $AX=b$ au sens des moindres carrés.



9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés

on cherche un vecteur dans W aussi proche de b que possible. Alors on sait comment faire ça. On sait que la meilleure approximation au sens des moindres carrés approximation de b par un vecteur dans W est la projection orthogonale sur W de b . Donc maintenant, pour revenir à la question, on cherche à minimiser cette valeur-là. On pourrait calculer la projection de b sur W . À ce moment-là, on sait qu'on va trouver un $\hat{X}$ tel que $A\hat{X}$ est égal à ça parce que ça c'est quelque chose qui appartient à l'image de φ . Donc on résout, le système AX est égal à la projection de b sur W . On dit que une solution de ce système est une solution du système original au sens des moindres carrés. Avant de quitter ce slide, je résume un petit peu mais après, après je vais faire un exemple, je vais encore faire des remarques. Je redis ce qu'est la situation. On a un système d'équation $AX = b$. On suppose que le système n'a pas de solution. On imagine que la raison pour laquelle il n'y a pas de solution c'est que b est "trompeur" et que A est correct mais que le b , on a trouvé par le biais des expériences, qu'il y a des erreurs.

Notes

Summary



4m 48s

Soient $x_1, \dots, x_n$ des inconnues et $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. On se donne un système de m équations linéaires $AX = b$, où $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ et $b \in M_{m \times 1}(\mathbb{R})$.

A , la matrice des coefficients, est obtenue théoriquement. (on suppose A "correcte")
 b est obtenu à partir des expériences. (b peut être "approximatif").

On suppose que $AX=b$ ne possède aucune solution.

On cherche à trouver un vecteur $\hat{X}$ tel que $A\hat{X}$ soit aussi proche de b que possible. C'est on cherche à minimiser $\|A\hat{X} - b\|$. On fixe $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ t.g. la représentation matricielle de φ par rapport aux bases canoniques de $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{R}^m$ sont égale à A . $A\hat{X}$ appartient donc à $\text{im}(\varphi)$. Posons $W = \text{im} \varphi$. On cherche un vecteur dans W aussi proche de b que possible. On sait que la meilleure approximation au sens des moindres carrés de b par un vecteur dans W est $\text{proj}_W b$. Ensuite, on résout $A\hat{X} = \text{proj}_W b$. On dit que une solution de ce système est une solution du système $AX=b$ au sens des moindres carrés.

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Ça veut dire que c'est le b qu'on doit un peu bricoler. On cherche, en fait, à remplacer le b par un vecteur qui est aussi proche de b que possible mais pour lequel on aura une solution. Pour lequel on aura une solution, ça veut dire qu'il y aura AX égal à ce vecteur-là. Ça veut dire que ce vecteur-là doit appartenir à l'image de A , c'est-à-dire à l'image de φ . Donc on pose, W l'image d'une application linéaire qui correspond à A . On fait la projection de b dans ce sous-espace W . Ensuite on est sûr qu'on peut résoudre le système $A\hat{X} = \text{proj}_W(b)$ et puis on appelle une solution de ce système-là, une solution du système originale au sens des moindres carrés. Maintenant, ce serait une procédure assez longue parce qu'on doit trouver une base de W , ensuite une base orthogonale de W , et ensuite on peut calculer la projection. Maintenant, ce que j'aimerais vous montrer, c'est qu'on a une méthode beaucoup plus efficace. Je trouve vraiment très joli, l'argument qui va suivre. Pour donner une autre façon de résoudre ce problème-là, mais quand même en partant de l'idée qu'on doit résoudre ça.

Notes

Summary



Méthode plus efficace: Soit $\hat{X}$ une solution du système $AX=b$ au sens des moindres carrés.
 Alors $A\hat{X} = \text{proj}_W b$, où $W = \text{Im } \varphi$, $\varphi \leftrightarrow A$.



9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Donc, méthode plus efficace : Soit $\hat{X}$ une solution du système $AX = b$ au sens des moindres carrés, Alors, ça veut dire que $A\hat{X}$ n'est pas égal à b , mais à la projection sur W de b . où W est l'image de φ et φ est représentée par la matrice A . Maintenant, je m'arrête juste pour faire une remarque. Si ce système possède une solution alors à ce moment-là, la projection de b sur W sera juste égale à b . Ici, on va trouver une solution du système original. Ce n'est pas intéressant à ce moment-là. C'est intéressant quand il n'y a pas de solution et on peut quand même parler de solutions au sens des moindres carrés même quand il y a une solution; à ce moment-là c'est une vraie solution. Par la théorie que j'ai présentée avant, cette solution au sens des moindres carrés est une solution de ce système-là. On a changé le vecteur b . Maintenant, ce que l'on sait, on rappelle $b - \text{proj}_W(b)$ est orthogonal à W qui est l'image de φ . Donc $b - A\hat{X}$ est orthogonal à W qui est l'image de φ .

Notes

Summary



8m 25s

Méthode plus efficace: Soit $\hat{X}$ une solution du système $AX=b$ au sens des moindres carrés.

Alors $A\hat{X} = \text{proj}_W b$, où $W = \text{im } \varphi$, $\varphi \Leftarrow A$.

On rappelle que $b - \text{proj}_W b$ est orthogonal à $W = \text{im } \varphi$.

Donc $b - A\hat{X}$ est orthogonal à $W = \text{im } \varphi$.

Pour tout $v \in \mathbb{R}^n$, $(\varphi(v)) \cdot (b - A\hat{X}) = 0$.

$$\underbrace{(A[v])}_{\substack{\uparrow \\ \mathcal{M}_{m \times 1}(\mathbb{R})}} \cdot \underbrace{(b - A\hat{X})}_{\substack{\uparrow \\ \mathcal{M}_{m \times 1}(\mathbb{R})}} = 0$$

$$(A[v])^T \cdot (b - A\hat{X}) = 0 \quad (\text{produit matriciel})$$

$$[v]^T A^T (b - A\hat{X}) = 0$$

$$[v]^T (A^T b - A^T A\hat{X}) = 0$$

$$v \cdot (A^T b - A^T A\hat{X}) = 0 \quad \text{pour tout } v \in \mathbb{R}^n.$$

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Ça veut dire que pour tout v dans $\mathbb{R}^n$, si je fais φ appliquée à v ensuite le produit scalaire, ça c'est le produit scalaire usuel dans $\mathbb{R}^n$, ça serait dans $\mathbb{R}^m$ en l'occurrence, $b - A\hat{X}$ je trouve 0. Maintenant, ici, je vais représenter ça matriciellement, j'ai A qui multiplie le vecteur qui représente b par rapport à la base canonique. Je fais le produit scalaire avec $b - A\hat{X}$. Ça c'est un vecteur colonne, ça c'est un vecteur $m \times 1$, ça aussi. Ce produit scalaire si je veux le voir comme une opération matricielle alors je fais ici faire la transposée du premier. Maintenant c'est une ligne qui multiplie, c'est un produit matriciel, cette matrice-là. C'est un produit matriciel. Maintenant la transposée ici, c'est : $[v]^T A^T (b - A\hat{X}) = 0$. C'est également $[v]^T (A^T b - A^T A\hat{X}) = 0$. C'est également le produit scalaire $v \cdot (A^T b - A^T A\hat{X}) = 0$. Et cette relation est valable pour tout vecteur v dans $\mathbb{R}^n$. Mais le seul vecteur qui est orthogonal à tout le monde c'est le vecteur nul.

Notes

Summary



10m 32s

Méthode plus efficace: Soit $\hat{X}$ une solution du système $AX=b$ au sens des moindres carrés.

Alors $A\hat{X} = \text{proj}_W b$, où $W = \text{im } \varphi$, $\varphi \Leftarrow A$.

On rappelle que $b - \text{proj}_W b$ est orthogonal à $W = \text{im } \varphi$.

Donc $b - A\hat{X}$ est orthogonal à $W = \text{im } \varphi$.

Pour tout $v \in \mathbb{R}^n$, $(\varphi(v)) \cdot (b - A\hat{X}) = 0$.

$$\underbrace{(A[v])}_{\in M_{m \times 1}(\mathbb{R})} \cdot \underbrace{(b - A\hat{X})}_{\in M_{m \times 1}(\mathbb{R})} = 0$$

$$(A[v])^T \cdot (b - A\hat{X}) = 0 \quad (\text{produit matriciel})$$

$$[v]^T A^T (b - A\hat{X}) = 0$$

$$[v]^T (A^T b - A^T A\hat{X}) = 0$$

$$v \cdot (A^T b - A^T A\hat{X}) = 0$$

$$\text{Donc } A^T b - A^T A\hat{X} = 0.$$

pour tout $v \in \mathbb{R}^n$.

Donc $\hat{X}$ est une solution du système $A^T A\hat{X} = A^T b$.

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Donc, $A^T b - A^T A\hat{X}$ est égal à zéro. Donc ce $\hat{X}$, on pourrait le trouver comme une solution de ce système-là. Donc $\hat{X}$ est une solution du système $A^T A\hat{X} = A^T b$. Ça c'est très très joli et très efficace. Bon là, il y a tout un raisonnement. Normalement, on aurait dû calculer la projection orthogonale de b dans W . On sait de quoi il s'agit là. Il faut trouver une base orthogonale de W , après la projection et après résoudre un système. Il y a tout un raisonnement ici. À la fin, on trouve qu'on a un nouveau système. Ça, c'est une matrice carrée $A^T A$ qui multiplie un vecteur d'inconnus. Puis, je résous un système... Ça, c'est le vecteur colonne. Le $\hat{X}$ sera une solution de ce système-là. Maintenant je refais un nouveau système. Il n'y aura pas du tout de projection orthogonale, pas de Gram-Schmidt Je résume.

Notes

Summary



12m 41s

Pour résumer. Une solution du système $AX = b$ au sens des moindres carrés est une solution du système $A^T AX = A^T b$.

Exemple Trouver une solution au sens des moindres carrés du système

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$x + y + z = 2$
 $2x + 2y + 2z = 3$

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Pour trouver une solution du système $AX = b$ au sens des moindres carrés alors c'est simplement une solution de ce système $A^T AX = A^T b$. C'est vraiment magnifique. Maintenant, je fais un exemple et vous verrez c'est vraiment très facile. C'est quand même un truc qu'il faut mémoriser mais après il suffit de faire ça. Donc, exemple : Trouver une solution au sens des moindres carrés du système suivant : $x + y + z = 2$ et $2x + 2y + 2z = 3$. Maintenant, vous voyez que j'ai fait exprès un système ici qui n'a pas de solution puisque si $x + y + z = 2$ alors $2x + 2y + 2z$ serait égal à 4, et non pas à 3. Donc là, il n'y a aucune solution. Mais on cherche une solution au sens des moindres carrés. Maintenant j'applique exactement la méthode là-haut. Donc A est la matrice des coefficients. Donc la première ligne de A c'est $(1 \ 1 \ 1)$ et la deuxième ligne, c'est $(2 \ 2 \ 2)$. et le b c'est la colonne des constantes. Alors, $A^T A$ c'est la matrice [voir écran] qui multiplie A . Ça c'est la matrice partout 5. J'ai donc trouvé le côté gauche ici.

Notes

Summary



13m 57s

Pour résumer. Une solution du système $AX = b$ au sens des moindres carrés est une solution du système $A^T AX = A^T b$.

Exemple Trouver une solution au sens des moindres carrés du système $x + y + z = 2$
 $2x + 2y + 2z = 3$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^T b = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

On résout le système $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}.$ $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $5x_1 + 5\alpha + 5\beta = 8$

L'ensemble des solutions est $\left\{ \left(-\alpha - \beta + \frac{8}{5}, \alpha, \beta \right) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\}.$

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Maintenant le côté droit, c'est $A^T b$, qui est [voir écran] Donc, on doit résoudre le système [voir écran] Maintenant, c'est comme avant. Je fais la matrice augmentée de ce système. Quand j'échelonne ça, j'obtiens une seule ligne non nulle J'ai deux paramètres. L'ensemble des solutions est égal à : ici je vais poser ce paramètre α et ce paramètre-là β ; donc α et β sont libres et puis la première inconnue, je trouve en termes les autres Ça me donne : donc j'aurai $5x_1 + 5\alpha + 5\beta = 8$ Je vais avoir $x_1 = -\alpha - \beta + 8/5$ où α et β sont libres. Donc ça, c'est toute une famille de solutions au sens des moindres carrés Ce sont les solutions, au sens des moindres carrés du système $AX = b$ Maintenant, juste pour vous donner un exemple, Donc par exemple, si je pose, $\alpha = 8/5$ et $\beta = 0$ j'obtiens comme solution $(0, 8/5, 0)$ ou bien si je pose $\beta = 8/5$ et $\alpha = 0$ j'obtiens comme solution $(0, 0, 8/5)$ et si je fais A fois ce vecteur-là j'obtiens $(8/5, 16/5)$ et c'est la même chose que si je fais A fois ce vecteur-là, parce que par la théorie que nous avons développée A fois une des solutions au sens des moindres carrés donne le même vecteur c'est la projection.

Notes

Summary



Pour résumer. Une solution du système $AX = b$ au sens des moindres carrés est une solution du système $A^T AX = A^T b$.

Exemple Trouver une solution au sens des moindres carrés du système $x + y + z = 2$
 $2x + 2y + 2z = 3$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^T b = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

On résout le système $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$. $\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 5 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $5x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 8$

L'ensemble des solutions est $\{(-\alpha + \frac{8}{5}, \alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$. $\leftarrow$ les solutions au sens des moindres carrés du système $AX = b$.
 e.g. $\alpha = \frac{8}{5}, \beta = 0 \quad (0, \frac{8}{5}, 0)$
 $\beta = \frac{8}{5}, \alpha = 0 \quad (0, 0, \frac{8}{5})$
 $A \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{8}{5} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{5} \\ \frac{16}{5} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{8}{5} \end{pmatrix}$
 $\uparrow$ $\text{proj}_{\text{im} \varphi} b$; $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{8}{5} \\ \frac{16}{5} \end{pmatrix} \in \text{im} \varphi$.

9.12 Résolution d'un système d'équations linéaires au sens des moindres carrés



Ça, c'est la projection orthogonale du vecteur b sur l'image de φ où φ c'est l'application qui est représentée par A . Bon, ça c'est donnée par la théorie. Maintenant, c'est intéressant de comparer ce vecteur-là à notre vecteur b . Le vecteur b c'était le vecteur $b = (2 \ 3)^T$. Et puis effectivement, ce n'est pas si loin du vecteur $(\frac{8}{5} \ \frac{16}{5})^T$. Ça c'est un vecteur qui appartient à l'image de φ . On ne peut pas trouver une solution de ce système parce que le vecteur $(2, 3)^T$ n'appartient pas à l'image de φ . Mais si on bouge un tout petit peu le b vers quelque chose d'aussi proche que possible dans l'image de φ , alors à ce moment-là, on a toute une famille de solutions et ça s'appelle les solutions au sens des moindres carrés. Mais ce que je trouve très très joli dans cette histoire c'est que la résolution... bon, en théorie, il fallait calculer une projection orthogonale. C'est tout simple. Il faut mémoriser cette formule-là et c'est très facile.

Notes

Summary

