



10.8 Théorème des axes principaux



Comme promis dans la vidéo précédente, nous allons voir dans ce paragraphe ce qui s'appelle le théorème des axes principaux, et ça nous permet de prendre une forme quadratique quelconque, donc la quadrique associée, donc un objet géométrique quelconque, et puis faire un changement de variable dans cette équation de la quadrique pour trouver une forme plus compréhensible, plus facile à interpréter géométriquement de la quadrique.

Notes

Summary



0m 03s

Soit $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ une forme quadratique associée à $A = A^T \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, et soit

* $Q(x_1, \dots, x_n) = 1$ la quadrique associée.

Comme les équations de la forme $b_1 x_1^2 + \dots + b_n x_n^2 = 1$ sont plus faciles à interpréter géométriquement, on cherche à faire un changement de variables dans l'équation (*) pour obtenir une forme "diagonale" de l'équation.

Plus précisément: pour $S \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, inversible, on pose

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

10.8 Théorème des axes principaux



Donc j'ai une forme quadratique, qui est par définition associée à une matrice symétrique. Et puis, j'ai l'équation qui définit un objet géométrique dans $\mathbb{R}^n$, la quadrique associée. Et maintenant, comme les équations de la forme $b_1 x_1^2 + \dots + b_n x_n^2$, qui sont composées que de termes avec des x_i^2 sont plus faciles à interpréter géométriquement, on cherche à faire un changement de variables dans l'équation de la quadrique ici, dans l'équation étoile pour obtenir une forme comme ça que je vais appeler cela une forme « diagonale », car ça c'est exactement la forme qu'on aura, si on a, ici, à la base une matrice diagonale, donc, une forme diagonale de l'équation. Maintenant, plus précisément, donc on pose pour un S , une matrice de taille $n \times n$ à coefficients réels, inversible, on pose X égal à colonne composée de $x_1, \dots, x_n$, qui est égal à S fois des nouvelles variables : $y_1, \dots, y_n$. Après, donc ça veut dire que, si je passe le S de l'autre côté, j'obtiens que Y est égal à S inverse fois la colonne des x_i .

Notes

Summary



0m 31s

Soit $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ une forme quadratique associée à $A = A^T \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, et soit

* $Q(x_1, \dots, x_n) = 1$ la quadrique associée.

Comme les équations de la forme $b_1 x_1^2 + \dots + b_n x_n^2 = 1$ sont plus faciles à interpréter géométriquement, on cherche à faire un changement de variables dans l'équation (*) pour obtenir une forme "diagonale" de l'équation.

Plus précisément: pour $S \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, inversible, on pose $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = SY$.
 Dm: $\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = S^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ Chaque y_i est une combinaison linéaire des x_j .
 L'équation $X^T A X = 1$ devient $(SY)^T A SY = 1$
 $Y^T S^T A S Y = 1$.

10.8 Théorème des axes principaux



Et donc chaque nouvelle variable, chaque y_i est une combinaison linéaire des x_j . Et d'ailleurs pareil aussi pour les x_i , chaque x_i est une combinaison linéaire des y_j . Donc, c'est un changement de variables qui est linéaire, et puis, ça veut dire qu'après quand on fait la substitution, on aura de nouveau une équation maintenant dans les x_i ou dans les y_j , qui sera de nouveau un polynôme homogène de degré deux. Maintenant, la quadrique associée, donc l'équation $X^T A X = 1$, ici je mets la transposée ici, parce que c'est une colonne et le X , c'est la colonne, donc ça c'est la forme. $X^T A X = 1$ devient... Bon, je fais la substitution, donc le X est égal à SY , donc ça veut dire que ça c'est SY . Donc, ça devient $(SY)^T A SY = 1$. Donc, de nouveau, je fais le produit des transposées dans l'autre sens et j'obtiens $Y^T S^T A S Y = 1$. Et donc, si du coup, j'arrive ici à avoir une matrice diagonale, l'équation aura cette forme diagonale, mais par rapport aux nouvelles variables $y_1, \dots, y_n$.

Notes

Summary



Soit $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ une forme quadratique associée à $A = A^T \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, et soit

* $Q(x_1, \dots, x_n) = 1$ la quadrique associée.

Comme les équations de la forme $b_1 x_1^2 + \dots + b_n x_n^2 = 1$ sont plus faciles à interpréter géométriquement, on cherche à faire un changement de variables dans l'équation (*) pour obtenir une forme "diagonale" de l'équation.

Plus précisément: pour $S \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$, inversible, on pose $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = SY$.

Donc $\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = S^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$. Chaque y_i est une combinaison linéaire des x_j .

L'équation $X^T A X = 1$ devient $(SY)^T A SY = 1$

Si $S^T A S$ est diagonale, disons $S^T A S = \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_n \end{pmatrix}$, on a $d_1 y_1^2 + \dots + d_n y_n^2 = 1$, une forme diagonale de la quadrique.



10.8 Théorème des axes principaux

Donc si... $S^T A S$ est diagonale, disons $S^T A S$ est égal à la matrice diagonale de diagonale $d_1, \dots, d_n$, on a que cette équation devient en termes de Y , $d_1 y_1^2 + \dots + d_n y_n^2 = 1$, une forme diagonale, mais par rapport aux nouvelles variables. Ça, c'est ce qu'on aimerait faire. Et puis maintenant, le théorème des axes principaux dit qu'on peut faire ça, mais c'est juste directement une application du théorème spectral.

Notes

Summary



Théorème des axes principaux. Soient $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ symétrique et $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ la forme quadratique associée. Alors il existe $P \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ une matrice orthogonale t.q. $P^T A P = P^{-1} A P$ soit diagonale. (Les colonnes de P , une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$, s'appellent les axes principaux de Q .)

Preuve Une application directe du théorème spectral.
 $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ symétrique $\Rightarrow A$ est orthogonalement diagonalisable.
 Donc il existe P orthogonale t.q. $P^T A P$ soit diagonal.

10.8 Théorème des axes principaux



Donc voilà, le théorème des axes principaux. Soient A une matrice symétrique et Q la forme quadratique associée. Alors il existe une matrice orthogonale P , telle que $P^T A P$, qui est égal à $P^{-1} A P$, parce que c'est une matrice orthogonale, telle que cela soit diagonale. Les colonnes de P forment une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$, et s'appellent les axes principaux de Q . Maintenant, la preuve de ce théorème, il n'y a rien à démontrer, donc la preuve, c'est tout simplement directement une application du théorème spectral, car on a une matrice symétrique, et donc A est orthogonalement diagonalisable. Donc il existe une matrice P orthogonale tel que $P^T A P$ soit diagonale. Ce changement de variables qu'on cherchait à faire, on arriverait à le faire. Puis maintenant, je veux juste souligner ici cette partie de l'énoncé parce qu'ici ce n'est pas vraiment une partie de l'énoncé. L'énoncé finit là, c'est qu'il existe cette matrice orthogonale tel que ça soit diagonal.

Notes

Summary



5m 03s

Théorème des axes principaux. Soient $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ symétrique et $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ la forme quadratique associée. Alors il existe $P \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ une matrice orthogonale t.q. $P^T A P = P^{-1} A P$ soit diagonale. (Les colonnes de P , une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$, s'appellent les axes principaux de Q .)

Preuve Une application directe du théorème spectral.
 $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ symétrique $\Rightarrow A$ est orthogonalement diagonalisable.
 Donc il existe P orthogonale t.q. $P^T A P$ est diagonal.

10.8 Théorème des axes principaux



Et ensuite, on sait qu'on a fait ça : que le fait que P soit orthogonale veut dire que les colonnes forment une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$, et ces colonnes-là s'appellent les axes principaux de la forme quadratique associée à A . Maintenant, on veut faire un exemple, et puis je vais faire un exemple où on ne voit pas ce que c'est géométriquement jusqu'à ce qu'on ait fait ce changement de variables.

Notes

Summary



6m 38s

Exemple. Soit $Q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $Q((x_1, x_2)) = 5x_1^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 + 7x_2^2$. Trouver les axes principaux de Q .

Q est définie par la matrice symétrique $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 7 \end{pmatrix}$.

On doit diagonaliser A orthogonalement.

On calcule les valeurs propres de A : $\lambda_1 = 8$ et $\lambda_2 = 4$.

Vecteur propre de valeur propre 8 : $\begin{pmatrix} -3 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \rightarrow$



10.8 Théorème des axes principaux



Donc l'exemple est le suivant. Je prends Q la forme quadratique définie par [voir écran]. Donc, j'aimerais trouver les axes principaux de Q . D'abord, je pose la matrice, donc Q est définie en tant que forme quadratique par la matrice symétrique A égal à [voir écran] Ça, c'est la matrice symétrique qui définit Q . Alors, on doit diagonaliser A orthogonalement, parce que c'est comme ça qu'on trouve les axes principaux. Alors d'abord, je cherche les valeurs propres, mais je ne vais pas faire le calcul ici, je vais juste vous dire qu'on calcule les valeurs propres de A et je vais vous dire qu'il y en a deux : il y a $\lambda_1 = 8$ et $\lambda_2 = 4$; je pense que vous pouvez le faire maintenant. Ensuite, je cherche les vecteurs propres de valeurs propres 8 et 4. Donc ici, je dois soustraire 8 le long de la diagonale, donc j'ai [voir écran]. Je fais une opération élémentaire, je mets la deuxième ligne en haut, ensuite, je multiplie cette ligne par $\sqrt{3}$ pour éliminer ici une ligne, et puis, après ça donne le vecteur propre $(1, \sqrt{3})$.

Notes

Summary



7m 03s

Exemple. Soit $Q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $Q((x_1, x_2)) = 5x_1^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 + 7x_2^2$. Trouver les axes principaux de Q .

Q est définie par la matrice symétrique $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 7 \end{pmatrix}$.

On doit diagonaliser A orthogonalement.

On calcule les valeurs propres de A : $\lambda_1 = 8$ et $\lambda_2 = 4$.

Vecteur propre de valeur propre 8 : $\begin{pmatrix} -3 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ vecteur propre $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$.
norme 1 : $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ✓

vecteur propre de valeur propre 4 : $\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ vecteur propre $\begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$.
norme 1 : $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ ✓

Axes principaux :

10.8 Théorème des axes principaux



Et puis, ce n'est pas encore norme un, donc je normalise, donc norme de ce vecteur, j'aurais $1 + 3$, c'est donc un demi fois ce vecteur-là. Voilà. Donc ça, c'est un vecteur propre de valeur propre 8 de norme 1. Et puis, le vecteur propre de valeur propre 4. De nouveau, je fais le calcul, je soustrais 4 le long de la diagonale. Je fais l'élimination de la deuxième ligne, je multiplie ici par $-\sqrt{3}$, j'obtiens cette matrice, et puis donc comme vecteur propre, ici, c'est $(-\sqrt{3}, 1)$. Je normalise, donc de norme un, donc de nouveau, la norme de ce vecteur, c'est 2, donc je divise par 2. Et voilà. Donc on a les axes principaux. Maintenant les axes principaux, c'était justement les vecteurs pour les colonnes de la matrice P qui fait le changement de base, mais on sait que ça c'est exactement, c'est cette base orthonormée ici qu'on a trouvée. Donc c'est ce vecteur-là, et ce vecteur-là, on peut, par exemple, vérifier qu'ils sont bien orthogonaux, donc $-\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$, donc c'est bien orthogonal. Des axes principaux, on peut les prendre dans n'importe quel sens, donc les axes principaux sont $(1/2, \sqrt{3}/2)$ et $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$.

Notes

Summary



Exemple. Soit $Q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $Q((x_1, x_2)) = 5x_1^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 + 7x_2^2$. Trouver les axes principaux de Q .

Q est définie par la matrice symétrique $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 7 \end{pmatrix}$.

On doit diagonaliser A orthogonalement.

On calcule les valeurs propres de A : $\lambda_1 = 8$ et $\lambda_2 = 4$.

Vecteur propre de valeur propre 8: $\begin{pmatrix} -3 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ vecteur propre $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$.
norme 1: $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ✓

vecteur propre de valeur propre 4: $\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ vecteur propre $\begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$.
norme 1: $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ ✓

Axes principaux: $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.



10.8 Théorème des axes principaux

Maintenant, pour la question que nous avons posée ici : trouver les axes principaux de Q , on l'a fait. J'aimerais maintenant faire le changement de variables pour vous montrer qu'est-ce que ça donne géométriquement.

Notes

Summary



11m 00s

On a $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 7 \end{pmatrix}$, $Q((x_1, x_2)) = 5x_1^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 + 7x_2^2$, et $P = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Les axes principaux sont : $\begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$.

Posons $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = P^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \end{pmatrix}$

$$y_1 = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2$$

$$y_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$$

L'équation



10.8 Théorème des axes principaux



Donc on avait A et Q , et puis après bon ici j'ai déjà posé le P , donc c'est la matrice où j'ai mis les deux axes principaux dans les colonnes, je ne sais pas dans quel sens je les ai mis ici, le sens n'est pas important, donc ici je pose le P comme ça. Je crois que je les avais mis dans ce sens-là dans la slide précédent. Maintenant je fais le changement de variables que j'ai expliqué dans la première slide. Donc je pose $Y = (y_1 \dots y_n)^T = P^{-1} (x_1 \dots x_n)^T$. et l'inverse de P c'est en fait P^T . Ca c'est très convenable.

Donc du coup, je peux calculer, donc ceci est égal à donc $P^T X$ qui est [voir écran] et donc ça, ça donne : $(1/2x_1 + \sqrt{3}/2x_2, -\sqrt{3}/2x_1 + 1/2x_2)$. Donc j'ai que y_1 est égal à ça. Et y_2 , c'est le deuxième. Donc après, l'équation devient, donc par rapport à ces variables-là... $Q((x_1, x_2)) = 1$ devient avec ce changement de variables...

Notes

Summary



On a $A = \begin{pmatrix} 5 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 7 \end{pmatrix}$, $Q((x_1, x_2)) = 5x_1^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 + 7x_2^2$, et $P = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Les axes principaux sont : $\begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$.

Posons $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = P^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \end{pmatrix}$

$$y_1 = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2$$

$$y_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2$$

L'équation $Q((x_1, x_2)) = 1$ devient $(y_1, y_2) \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = 8y_1^2 + 4y_2^2 = 1$, une ellipse.

10.8 Théorème des axes principaux



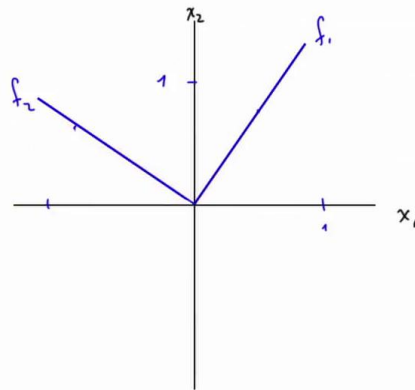
on peut aussi trouver les x_i en termes de y_i pour faire le changement de variables, mais on sait que ça devient, par la théorie : (y_1, y_2) qui multiplie la matrice diagonalisée. Il faut que je fasse attention ici, donc le P , j'ai mis celui qui est pour la valeur propre 8 en premier donc c'est correct. Ça c'était pour la valeur propre 8, et ça c'était pour la valeur propre 4. Ensuite, fois encore $(y_1, y_2)^T$, et donc j'aurais $8y_1^2 + 4y_2^2 = 1$. Donc cette équation, après le changement de variables devient cette équation-là, et on sait représenter cette équation-là, ça c'est une ellipse. On pose $y_2 = 0$, et on obtient le long de l'axe y_1 , les points plus ou moins la racine carrée de un huitième. Et puis, on pose $y_1 = 0$, et on obtient le long de l'axe y_2 , plus ou moins un demi. Et puis ça, ça donne la taille des axes de l'ellipse. Maintenant, je vais faire un dessin de cette ellipse pour vous montrer ce que sont exactement les axes principaux.

Notes

Summary



12m 51s



axes principaux $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,85 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -0,85 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

f_1 f_2

10.8 Théorème des axes principaux



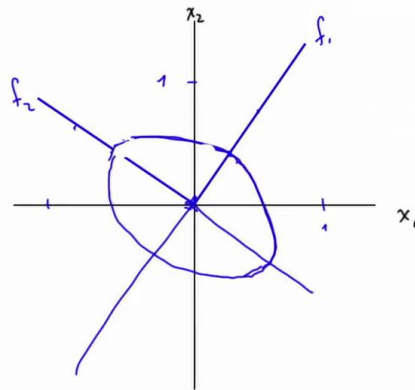
Donc là, je me suis donnée les axes, et puis je dois dessiner de nouveaux axes donc, ça c'est l'axe x_1 , x_2 , comme d'habitude. Maintenant, je vais dessiner les axes par rapport à y_1 et y_2 , et je fais le dessin. Alors, si on va chercher ici les axes principaux, donc je rappelle, des axes principaux, j'avais... $(1/2, \sqrt{3}/2)$ et $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$. Bon maintenant ici, on va approximer. Donc ici je dois encore mettre la graduation. Et puis donc, ça c'est à peu près $(0,5, 0,85)$. Ce n'est pas juste, mais c'est à peu près ça. Après je dessine ici, donc ça c'est un des axes que je vais appeler f_1 , qui correspond à une nouvelle variable, donc ici, j'ai $1/2$, bon j'ai un point là, à peu près. Ici c'est à peu près $(-0,85, 0,5)$ Donc, c'est à peu près ici. Et puis maintenant, je trace les axes. Donc j'ai un axe principal qui doit passer par ça. Et j'ai un autre axe principal qui doit passer par ça. Maintenant, j'ai fixé mes axes principaux. Donc ça c'est f_2 . Et par rapport à ces axes-là, on peut dessiner l'ellipse, et puis, bon, j'ai déjà fait les calculs pour savoir exactement où il faut la poser.

Notes

Summary



14m 02s



axes principaux $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,85 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -0,85 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

f_1 f_2

10.8 Théorème des axes principaux



Donc c'est à peu près une ellipse comme ça. Donc là. Et puis, ici. Et puis, ça passe par ces axes-là. Ce n'est pas très joli, le dessin, mais bon. Dès qu'on a posé les axes principaux, on peut faire un dessin de notre objet géométrique beaucoup plus facilement. Ce n'est pas un très beau dessin. C'est un truc à peu près comme ça. Donc on a $1/2$ le long de l'axe f_2 , et on avait $1/\sqrt{3}$ le long de l'axe f_1 . Donc on a trouvé les axes par rapport auxquels cet objet géométrique... on sait ce que c'est. Donc ça, ça représente la quadrique ou la conique initiale, mais il fallait trouver les axes pour se rendre compte que c'est une ellipse et où c'est placé, donc où est le système de coordonnées, ou le système d'axes, qui convient à cet objet géométrique. Ça c'est ce qu'on peut faire avec la diagonalisation orthogonale d'une matrice symétrique.

Notes

Summary



15m 52s