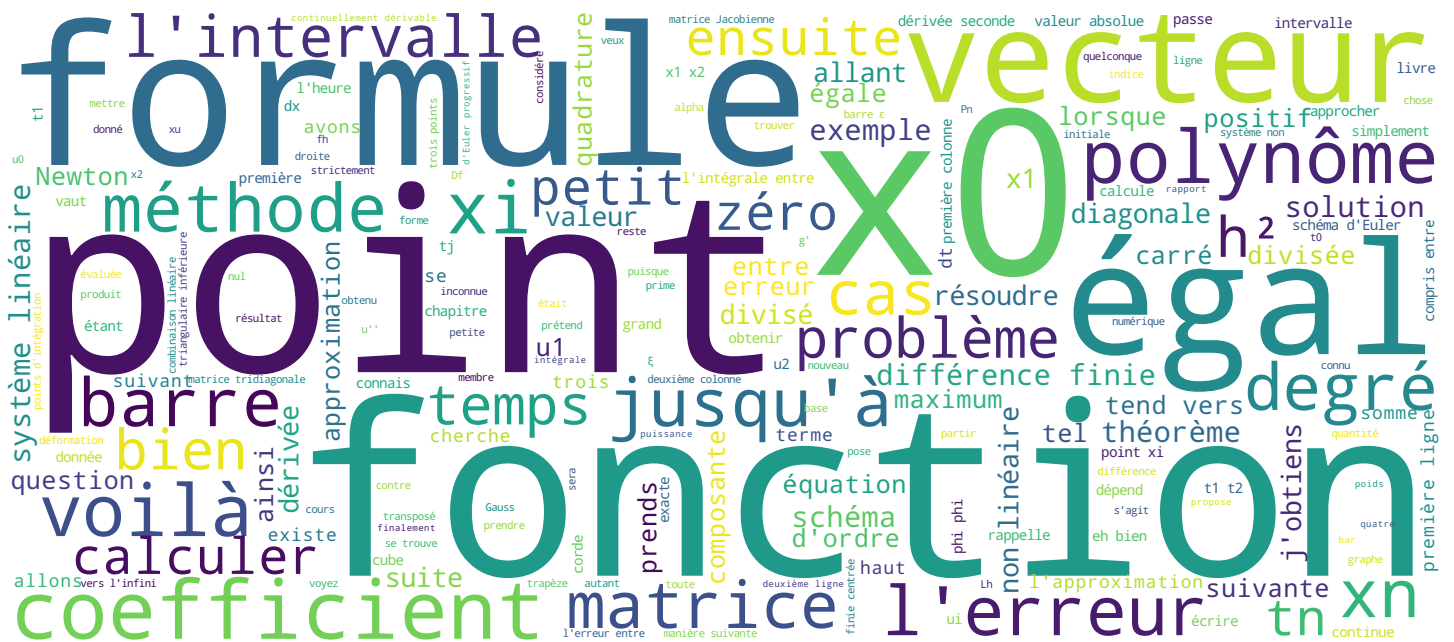


Chapitre 10 : Résumé

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

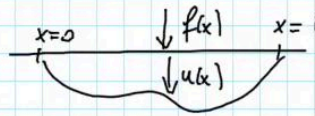


Video



Chap 10 : résumé

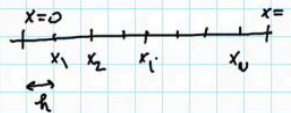
$$\begin{cases} -u''(x) = f(x) & 0 < x < 1 \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$



$$\frac{-u_{i-1} + 2u_i - u_{i+1}}{h^2} = f(x_i) \quad i = 1, \dots, N$$

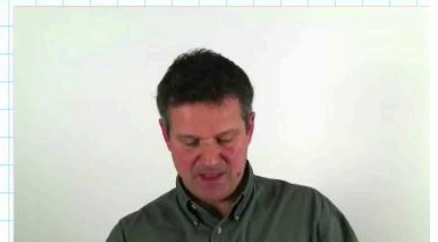
$$A\vec{u} = \vec{f}$$

$$\max_{1 \leq i \leq N} |u(x_i) - u_i| = O(h^2) \quad u \in C^4[0,1]$$



$$\begin{cases} -u''(x) + xu(x) = f(x) & 0 < x < 1 \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$

$$\vec{u} \text{ tq } \vec{F}(\vec{u}) = 0 \quad \vec{u}^n, \vec{u}^{n+1} \text{ tq } \nabla F(\vec{u}^n)(\vec{u}^n - \vec{u}^{n+1}) = f(\vec{u}^n)$$



Notes

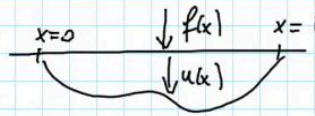
Donc voilà un résumé du chapitre 10 : "Problèmes aux limites unidimensionnelles avec une méthode de différence finie" Donc j'ai considéré le problème de la corde élastique $-u''(x) = f(x)$, ça fait la force donnée qu'on applique à la corde et u est la déformation x compris entre 0 et 1 avec des conditions limites : u en 0 = 0 u en 1 = 0 qui correspondent au fait que je passe la corde aux deux extrémités. J'ai présenté un schéma de différence finie, qui a été obtenu à l'aide d'une formule de différence finie centrée, pour l'approximation de la dérivée seconde. Donc ce schéma s'écrit : $(2u(i) - u(i-1) - u(i+1)) / h^2 = f$ au point x_i , pour tous les points x_i uniformément équidistribués sur la corde. Ici h est le pas d'espace qui sépare deux points consécutifs. J'écris ce schéma sous forme de système linéaire, $Au = f$, A étant la matrice tridiagonale, qui est 2 sur la diagonale et -1 sur la sur- et sous-diagonale avec un coefficient $1/h^2$ devant cette matrice tridiagonale et nous avons démontré que l'erreur était en haut de h^2 , donc le maximum de l'erreur entre u au point x_i , qui est la solution exacte au point x_i que je ne connais pas, et son approximation u_i que je vais calculer à l'aide d'un ordinateur.

Summary

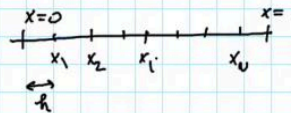


Chap 10 : résumé

$$\begin{cases} -u''(x) = f(x) & 0 < x < 1 \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$



$$\frac{-u_{i-1} + 2u_i - u_{i+1}}{h^2} = f(x_i) \quad i = 1, \dots, N$$

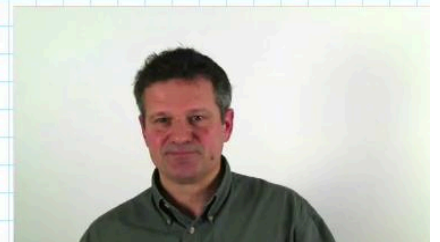


$$A\vec{u} = \vec{f}$$

$$\max_{1 \leq i \leq N} |u(x_i) - u_i| = O(h^2) \quad u \in C^4[0,1]$$

$$\begin{cases} -u''(x) + x u(x) = f(x) & 0 < x < 1 \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$

$$\vec{u} \text{ tq } \vec{F}(\vec{u}) = \vec{0} \quad \vec{u}^n, \vec{u}^{n+1} \text{ tq } D\vec{F}(\vec{u}^n)(\vec{u}^n - \vec{u}^{n+1}) = -\vec{F}(\vec{u}^n)$$



Notes

Donc cette erreur est en haut de h^2 , elle est divisée par 4 chaque fois que h est divisée par 2, pour autant que la solution soit 4 fois continuellement dérivable. J'ai ensuite appliqué la même méthode sur un problème non linéaire, un problème modèle non linéaire, $-u''(x) + xu(x) = f(x)$ au cube ici, donc $xu(x)$ au cube, et j'ai appliqué la même méthode. Donc au lieu d'obtenir un système linéaire $Au = f$, j'obtiens un système non linéaire que j'écris : f vecteur de u vecteur = 0 vecteur et donc, la méthode de Newton, pour approcher la solution de ce problème, s'écrit de la manière suivante : un étant connu, je vais calculer $un+1$, qui est telle que $Df(un)$, la matrice Jacobienne évaluée au vecteur un fois $un - u(n+1)$ est égale à $F(un)$, le second membre F évaluée au point un . Donc je ne l'ai pas dit, mais on peut aussi, pour cette méthode, démontrer que l'erreur est en haut de h^2 , et je vous propose de mettre en évidence ces propriétés lors des exercices.

Summary

