





Soit  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation  $y = 3x$ .

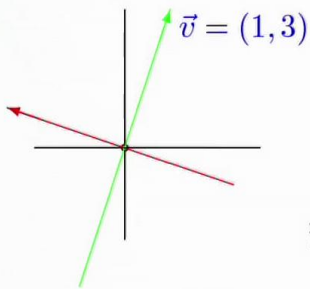
Rappel: (voir §5.2)

$$\begin{aligned} S((x,y)) &= \text{proj}_{\vec{v}}(x,y) - ((x,y) - \text{proj}_{\vec{v}}(x,y)) \\ &= 2\text{proj}_{\vec{v}}(x,y) - (x,y) \end{aligned}$$

$$\text{proj}_{\vec{v}}(x,y) = \frac{1}{10} (x+3y, 3x+9y)$$

Fixons la base  $C = ((1,0), (0,1))$  de  $\mathbb{R}^2$ .

$[S]_{ee}$



#### 6.8 Changement de base, motivation



Je commence avec la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation  $y = 3x$ . Je vais rappeler des choses que nous avons vues dans la vidéo 5.2. Rappel : voir le paragraphe 5.2. J'ai la symétrie appliquée à  $(x,y)$  qui est la projection sur  $v$  de  $(x,y)$ , moins la différence entre le vecteur et la projection. Ce sont toutes des choses que j'ai déjà développées. Du coup, on a trouvé que c'est deux fois la projection moins le vecteur  $(x,y)$ . Aussi, dans ce paragraphe, on a trouvé que la projection du vecteur  $(x,y)$  sur le vecteur  $v$ , c'est  $1/(a^2+b^2) = 1/10 (x+3y, 3x+9y)$ . Donc là je vous demande d'aller revoir le paragraphe 5.2. Du coup, je peux écrire la matrice de  $S$  par rapport à la base canonique. Fixons la base  $C = \{(1,0), (0,1)\}$  de  $\mathbb{R}^2$ . Je vais calculer  $S$  par rapport à la base  $C$  (comme base espace de départ et d'arrivée). Je dois calculer  $S$  appliquée à  $(1,0)$  donc c'est deux fois la projection appliquée à  $(1,0)$  moins le vecteur, ce qui vaut  $2/10(1,3) - (1,0) = (-4/5, 3/5)$ . Appliquée au deuxième vecteur de base, on obtiens  $2/10(3,9) - (0,1) = (3/5, 4/5)$ .

Notes

Summary



1m 03s

Soit  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation  $y = 3x$ .

Rappel: (voir §5.2)

$$\begin{aligned} S((x,y)) &= \text{proj}_{\vec{v}}(x,y) - ((x,y) - \text{proj}_{\vec{v}}(x,y)) \\ &= 2\text{proj}_{\vec{v}}(x,y) - (x,y) \end{aligned}$$

$$\text{proj}_{\vec{v}}(x,y) = \frac{1}{10} (x+3y, 3x+9y)$$

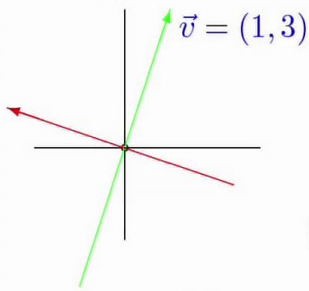
Fixons la base  $C = ((1,0), (0,1))$  de  $\mathbb{R}^2$ .

$[S]_{ee}$  :

$$S((1,0)) = 2\text{proj}_{\vec{v}}((1,0)) - (1,0) = \frac{2}{10} (1,3) - (1,0) = \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

$$S((0,1)) = \frac{2}{10} (3,9) - (0,1) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right).$$

$$[S]_{cc} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$



## 6.8 Changement de base, motivation



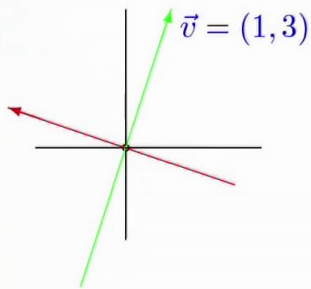
J'ai donc calculé que  $S$  par rapport à cette base canonique  $C$ , c'est la matrice : (Tout est en termes de  $C$  donc pour interpréter ça en termes de  $C$ ) c'est juste les coordonnées que j'ai déjà. Ceci est la matrice de la symétrie. Elle n'est pas très belle, elle a des fractions, mais elle est ce qu'elle est. Maintenant je vais proposer une autre base qui convient parfaitement à cette application.

Notes

Summary



Soit  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation  $y = 3x$ .



Fixons la base  
 $B = ((1, 3), (-3, 1))$

$$S((1, 3)) = (1, 3)$$

$$S((-3, 1)) = -(-3, 1) = (3, -1)$$



#### 6.8 Changement de base, motivation



Je vais prendre une autre base mais quelle serait une base qui serait très convenable pour cette application-là ? Fixons une deuxième base, fixons la base  $B$ . Une base qui convient très bien à cette application est de prendre le vecteur  $v$ , donc le vecteur  $(1, 3)$  et ce vecteur-là, qui est orthogonal à  $v$ , je prends  $(-3, 1)$ . On voit qu'ils sont orthogonaux et on doit seulement comparer les pentes des deux droites, donc ceci est une base de  $\mathbb{R}^2$ . Maintenant si j'applique  $S$  au vecteur  $(1, 3)$ , je fais la symétrie par rapport à  $v$  : ça ne bouge pas, donc ça c'est égal à  $v$ . Puis j'applique  $S$  au vecteur  $(-3, 1)$  puis je fais la symétrie orthogonale par rapport à  $v$  donc ça va de l'autre côté et cela me donne le vecteur  $(3, -1)$ . Donc il va basculer exactement de l'autre côté donc  $(3, -1)$  Ça envoie à un négatif. Donc, le  $S$  par rapport à cette base  $B$  est beaucoup plus simple parce qu'il envoie le premier vecteur de base vers lui-même donc si j'écris ceci en termes de la base  $B$  c'est : [voir écran] Nous avons une matrice diagonale donc nettement plus simple que la matrice que nous avons avant.

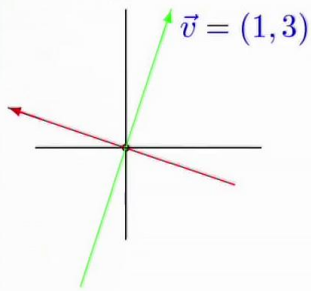
Notes

Summary



4m 21s

Soit  $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation  $y = 3x$ .



Fixons la base

$$B = ((1, 3), (-3, 1))$$

$$S((1, 3)) = (1, 3) = 1(1, 3) + 0(-3, 1)$$

$$S((-3, 1)) = -(-3, 1) = (3, -1) = 0(1, 3) - 1(-3, 1)$$

$$[S]_{BB} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$



#### 6.8 Changement de base, motivation

Ceci est vraiment la motivation pour changer la base. Parfois si on se donne une application linéaire il y a probablement une base, peut-être plusieurs mais une base qui convient mieux à cette application que la base canonique. Je ferai juste remarquer ici qu'il y a aura d'autres bases qui conviennent aussi très bien par rapport à  $S$ . Par exemple si je prends  $2v$ , il est envoyé à lui-même. Si je prends 2 fois le vecteur  $(-3, 1)$ , donc deux ce que j'ai pris avant, c'est aussi basculé à son négatif donc il y a d'autres bases mais ça c'est une base qui convient très bien à  $S$ . Maintenant nous allons formaliser cette procédure dans les vidéos qui suivent et surtout dans le chapitre 8.

Notes

Summary

