

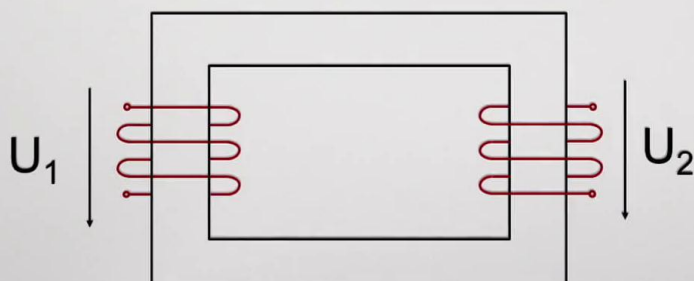
Madame, Monsieur, bonjour. Dans cette leçon, nous allons voir et étudier le transformateur réel. Dans une précédente leçon, on a déjà posé les bases de ce qu'est un transformateur. On a vu en particulier le transformateur idéal qui nous a permis déjà de voir le comportement entre un primaire et un secondaire dans un transformateur. Ici, on va prendre le cas général, parce que vous vous souvenez que dans le transformateur idéal, nous avons posé un certain nombre de conditions drastiques telles que pas de fuite, perméabilité du fer infinie et les résistances du primaire et du secondaire posées égales à 0. Dans le transformateur réel ici, plus d'hypothèse du tout. On va prendre le cas totalement général qui pourrait arriver avec un transformateur qu'on trouve dans la vie de tous les jours, je dirais. Voilà ce transformateur de la vie de tous les jours où là il va y avoir non seulement un champ principal créé par le primaire qui passe dans le secondaire, mais certainement des fuites et également des pertes qu'il pourrait y avoir dans le fer ou le fait que μ dans le fer ne soit pas infini.

Notes

Summary



0m 04s



$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \Psi_m + \Psi_{12} \\ &= \underbrace{N_1^2 (\mathcal{L}_h + \mathcal{L}_{\sigma 1}) i_1}_{\Psi_{11}} + \underbrace{N_1 \cdot N_2 \mathcal{L}_h i_2}_{\Psi_{12}}\end{aligned}$$

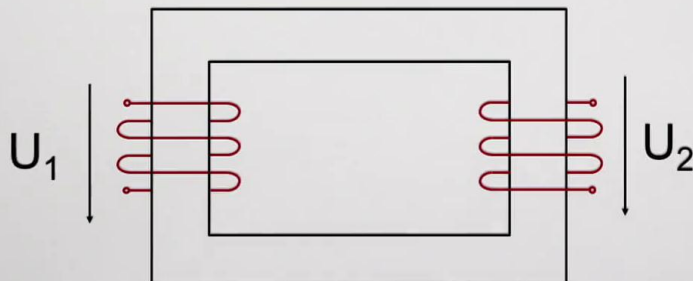
Donc, voilà le transformateur réel avec ici le calcul du flux Psi totalisé par exemple pour la bobine 1 qu'on doit de toute façon calculer, on fera la même chose pour le 2 peut-être on raccourcit tout à l'heure, mais Ψ_1 ... déjà pour bien comprendre que Ψ_1 est formé finalement maintenant de deux parties. Un flux totalisé propre, c'est-à-dire le flux créé par la première bobine qui passe dans cette première bobine. Un flux totalisé mutuel, c'est-à-dire le flux totalisé créé par la deuxième bobine qui va influencer et passer dans la première bobine. Tout ceci est égal à $N_1^2 \mathcal{L}_h$ plus $\mathcal{L}_{\sigma 1}$ Ça, c'est le flux totalisé propre composé d'un flux principal et d'un flux de fuite. Et on a le flux mutuel qui est $N_1 \cdot N_2 \mathcal{L}_h i_2$. Peut-être, je précise quand même, qu'ici, on a bien Ψ_{11} et ici Ψ_{12} Flux propre et flux mutuel. Maintenant, ce qu'on aimerait faire, c'est poser l'équation de tension induite. On va déjà s'occuper du primaire, chaque chose en son temps. Donc, U_1 est égal à $R_1 i_1$ plus $d\Psi_1$ sur dt Il va falloir donc dériver l'équation ici dessus et c'est ça qui va nous prendre un petit peu de temps maintenant et on va essayer d'arranger.

Notes

Summary



1m 09s



$$\psi_1 = \psi_m + \psi_{12}$$

$$= \underbrace{N_1^2 (\mathcal{L}_h + \mathcal{L}_{\sigma 1}) i_1}_{\psi_{11}} + \underbrace{N_1 N_2 \mathcal{L}_h i_2}_{\psi_{12}}$$

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}$$

D'arranger, dans le sens de mettre les éléments les uns après les autres d'une certaine façon pour voir apparaître une sorte de schéma. On va d'ailleurs déduire à la fin de cette leçon un schéma électrique équivalent du transformateur.

Notes

Summary



2m 50s

$$\begin{aligned}
 u_1 &= R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \\
 &= R_1 \cdot i_1 + \frac{d}{dt} \left[N_1^2 \lambda_h \cdot i_1 + N_1 N_2 \lambda_h i_2 + N_1^2 \lambda_{\sigma 1} i_1 \right] \\
 &= R_1 i_1 + N_1^2 \lambda_h \left[\frac{di_1}{dt} + \frac{N_2}{N_1} \frac{di_2}{dt} \right]
 \end{aligned}$$

Je me permets de réécrire l'équation. $U_1 = R_1 \cdot i_1 + d\psi_1/dt$ Qu'est-ce que ça donne ? On a d'abord $R_1 \cdot i_1$ dérivé de et je mets le ψ_1 que j'ai calculé juste avant. Donc, $N_1^2 \lambda_h \cdot i_1$, $N_1 N_2 \lambda_h i_2$ et $N_1^2 \lambda_{\sigma 1} i_1$. Vous voyez, normalement, les parties liées au primaire, donc i_1 , sont mis ensemble et le secondaire à côté. Et là, vous voyez que j'ai fait autrement. J'ai regroupé les éléments autour de λ_h et j'ai laissé seule la partie des fuites $\lambda_{\sigma 1}$. Vous allez voir pourquoi. Je décide volontairement, on va dire une lubie si vous voulez, dans un premier temps, vous verrez après, qu'en fait, j'avais raison de le faire, mais ça a l'air d'être une lubie $R_1 \cdot i_1$ plus et je veux mettre en évidence $N_1^2 \lambda_h$. Mais si je veux faire ça, en tout cas pour les deux premiers termes, je vais avoir à modifier l'équation sinon c'est plus juste. Donc, $N_1^2 \lambda_h$ qui multiplie la dérivée de i_1 , di_1/dt plus... Et là vous voyez que ça... Alors pour λ_h , ça va jouer di_2/dt sur dt ça va jouer, mais là, j'ai N_1^2 et puis là, je devrais avoir $N_1 N_2$. Donc, il faut multiplier par N_2 sur N_1 le terme di_2/dt pour que ce soit équivalent. Je ferme le crochet.

Notes

Summary



3m 08s

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt}$$

$$= R_1 \cdot i_1 + \frac{d}{dt} \left[N_1^2 L_h \cdot i_1 + N_1 N_2 L_h i_2 + N_1^2 L_{\sigma 1} i_1 \right]$$

$i_2' = i_2 \text{ rapporté au primaire}$

$$= R_1 i_1 + N_1^2 L_h \left[\frac{di_1}{dt} + \frac{N_2}{N_1} \frac{di_2}{dt} \right] + N_1^2 L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt}$$

Sinusoidal \rightarrow complexe :

$$\underline{u}_1 = R_1 \cdot \underline{i}_1 + j\omega N_1^2 L_h \left(\right)$$

plus et le dernier terme va rester N_1 carré $L_{\sigma 1} di_1$ sur dt Pourquoi j'ai fait ça ? On voit apparaître ici quelque chose. Ce terme ici N_2 sur N_1 fois i_2 ça n'est autre que le courant i_2 prime c'est-à-dire le courant i_2 rapporté au primaire. On a vu dans le transformateur idéal qu'on a la possibilité de faire comme si on avait un courant au primaire, mais en fait, il est au secondaire si on le multiplie par l'inverse du rapport de transformation qui est N_1 sur N_2 . Et là, on a typiquement ici l'apparition de i_2 prime. Donc, qu'est-ce que je peux faire ? Je peux remplacer ce N_2 sur N_1 i_2 justement, par i_2 prime. Mais je vais faire encore plus, je vais maintenant passer en sinusoïdal en disant que tout mon système va être en régime sinusoïdal. Et si je suis en sinusoïdal, je peux passer en complexe. Et donc, je vais récrire immédiatement cette équation en complexe et en tenant compte maintenant du fait qu'ici, j'ai fait apparaître « le courant i_2 rapporté au primaire ». Qu'est-ce que ça donne ? On a la tension U_1 qui vaut R_1 fois i_1 plus $j \omega N_1^2 L_h$ fois... Pourquoi $j \omega$? Parce qu'on est en train de dériver un courant.

Notes

Summary



$$\begin{aligned}
 u_1 &= R_1 \cdot i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \\
 &= R_1 \cdot i_1 + \frac{d}{dt} \left[N_1^2 L_h \cdot i_1 + N_1 N_2 L_h i_2 + N_1^2 L_{\sigma 1} i_1 \right] \quad i_2' = i_2 \text{ rapporté au primaire} \\
 &= R_1 i_1 + N_1^2 L_h \left[\frac{di_1}{dt} + \frac{N_2}{N_1} \frac{di_2}{dt} \right] + N_1^2 L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt}
 \end{aligned}$$

Sinusoidal \rightarrow complexe :

$$\underline{u}_1 = R_1 \cdot \underline{i}_1 + \underbrace{j\omega N_1^2 L_h}_{X_h} (\underline{i}_1 + \underline{i}_2') + \underbrace{j\omega N_1^2 L_{\sigma 1}}_{X_{\sigma 1}} \underline{i}_1$$

Donc, on dérive un courant à travers une inductance ici, parce que N carré fois L , je vous rappelle que c'est une inductance. Donc on a une inductance. On va peut-être le noter. Ici, on a l'inductance L . Et ω fois L , par définition en électrotechnique, c'est une réactance X , on va l'appeler X_h Réactance, ici, de champ principal. Cette réactance multiplie quoi ? Ben, I_1 plus I_2 prime et à la fin, on a le dernier terme $j\omega N_1^2 L_{\sigma 1}$ fois I_1 . Et là aussi, on peut écrire qu'on a l'inductance de fuite qui est ici et pour être complet, la réactance de fuite qui est ici. Voilà ! Vous voyez que là, c'est l'équation du primaire, c'est ce que voit le primaire. R_1 fois I_1 , la partie ohmique. Toute une partie ici qui dépend du primaire et du secondaire et les fuites, le dernier terme. On va maintenant encore simplifier cette équation en écrivant, si vous voulez, plus que les réactances pour avoir un seul terme.

Notes

Summary



$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_h (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j \omega N_1^2 \Lambda_h \left(\underline{I}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} \right)$$

Après, il va falloir qu'on fasse la même chose pour le secondaire. Donc, on arrive au résultat suivant : U_1 est égal à $R_1 I_1$ plus j la réactance de champ principal I_1 plus I_2 prime et enfin, les fuites $j \sigma_1$ fois I_1 . Pas trop compliqué. En tout cas, pour le primaire. Maintenant, on a dit on fait la même chose pour le secondaire. J'écris la même équation pour le secondaire. J'écris U_2 est égal à R_2 fois I_2 plus... Je mets déjà tout, vous voyez envoyé ici, on complexe déjà dans le secondaire pour pas avoir des di sur dt, ça sera une écriture un peu plus simple pour ça et je combine déjà le fait que normalement avec U_2 j'ai N_2 carré fois quelque chose, mais non, j'ai de nouveau une lubie. Je veux que ce soit toujours N_1 carré Λ_h qui soit ici devant ma parenthèse. Autrement dit, je veux avoir $j \omega N_1$ carré Λ_h fois... Et alors pour que ça marche, il faut multiplier I_1 par N_2 sur N_1 parce que comme ça, on va avoir N_1 carré. Donc, on a N_1 fois N_2 fois I_1 ça, c'est la partie mutuelle pour I_2 I_1 avec $N_1 N_2$ et puis il faut que pour I_2 ce soit N_2 sur N_1 au carré si on veut que N_1 carré disparaisse et que ce soit N_2 carré qui soit devant I_2 . Vous me direz : «Mais pourquoi faire tout ce cirque?» On va faire apparaître quelque chose d'assez intéressant et qui va simplifier grandement cette équation par la suite, mais pour ça, il faut qu'on avance un peu. Vous allez le voir très bientôt.

Notes

Summary



8m 47s

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_h (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 1} \underline{I}_1$$

$$\frac{N_1}{N_2} \cdot \rightarrow \underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j \omega N_1^2 \Lambda_h \left(\underline{I}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} + \underline{I}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \right) + j \omega N_2^2 \Lambda_{\sigma 2} \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2' = R_2 \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \underline{I}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right) + j \omega N_1^2 \Lambda_h \left[\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right] +$$

On a bien sûr un dernier terme $j \omega N_2^2 \Lambda_{\sigma 2}$ fois I_2 Voilà ! Bon là, on n'est pas encore très simplifié et je vais - vous allez être peut-être surpris - encore compliquer ceci, je vais multiplier toute cette équation par N_1 sur N_2 . Je multiplie cette équation par N_1 sur N_2 . Pourquoi ? Parce que je veux faire apparaître la tension U_2 qui est ici. Si je la multiplie par N_1 sur N_2 , ce sera la tension N_2 vue du primaire ou rapportée au primaire qu'on a notée U_2 prime. Donc, je note U_2 prime égal. Maintenant, il faut tout multiplier, évidemment, par N_1 sur N_2 . Ça, c'est évident. Donc, je note R_2 fois N_1 sur N_2 qui multiplie I_2 et là, je me permets de multiplier encore par N_2 sur N_1 . Alors, il faut mettre un carré et là, c'est la même chose. Je fais un certain nombre d'éléments, faites-moi confiance, on continue, vous allez vous pour quoi. Suite $j \omega N_1^2 \Lambda_h$ qui multiplie I_1 fois N_2 sur N_1 fois N_1 sur N_2 ça disparaît, il reste I_1 plus I_2 N_2 sur N_1 au carré fois N_1 sur N_2 , il reste N_2 sur N_1 et N_2 sur N_1 fois I_2 , c'est I_2 prime. I_2 prime. Et enfin, le dernier terme $j \omega N_2^2 \Lambda_{\sigma 2}$ je multiplie par N_1 sur N_2 fois I_2 mais là, volontairement, je remultiplie par N_2 sur N_1 .

Notes

Summary



11m 01s

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_h (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 1} \underline{I}_1$$

$$\frac{N_1}{N_2} \rightarrow \underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j \omega N_1^2 L_h \left(\underline{I}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} + \underline{I}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \right) + j \omega N_2^2 L_{\sigma 2} \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2' = \underbrace{R_2 \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2}_{R_2'} \underbrace{\underline{I}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)}_{\underline{I}_2'} + j \omega N_1^2 L_h \left[\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right] + \underbrace{j \omega N_2^2 L_{\sigma 2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2}_{X_{\sigma 2}'} \underbrace{\underline{I}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)}_{\underline{I}_2'}$$

$$\underline{U}_2' = R_2' \underline{I}_2' + j X_h (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 2}' \underline{I}_2'$$

Alors, il faut mettre un carré pour que ce soit équivalent. Qu'est-ce qu'on découvre ? On découvre un certain nombre de choses. Tout d'abord, R_2 fois N_1 sur N_2 au carré n'est autre que... on l'a vu quand on a une impédance multipliée par le rapport de transformation au carré, c'est cette impédance rapportée au primaire qu'on note R_2 prime. Ici, on a rien d'autre que I_2 prime, le courant rapporté au primaire. Donc, on a plein d'éléments, maintenant, rapportés aux primaires. Là, on l'a déjà vu. Ici, on a quoi ? On a ici une réactance rapportée au primaire. Donc, on peut mettre, à la limite même, ici, tout ça. C'est $X_{\sigma 2}$ prime rapportée au primaire et là, I_2 prime. Bon, assez difficile. Maintenant, on peut mettre ensemble tout ceci et voir le résultat final. Je réécris donc l'équation que l'on trouve au final. Donc, U_2 prime est égal à R_2 prime I_2 prime plus $j X_h$ qui multiplie I_1 plus I_2 prime plus $j X_{\sigma 2}$ prime I_2 prime. Maintenant, regardez l'équation qui est tout en haut extraordinaire de symétrie. La partie centrale avec le même X_h , la réactance de champ principale. La partie de droite avec des fuites I_1 ou I_2 prime, U_1 ou U_2 prime. Qu'est-ce qu'on va faire de ces deux équations ?

Notes

Summary



$$\underline{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + jX_h (\underline{i}_1 + \underline{i}_2') + jX_{\sigma 1} \underline{i}_1$$

$$\frac{N_1}{N_2} \rightarrow \underline{u}_2 = R_2 \underline{i}_2 + j\omega N_1^2 \mathcal{L}_h \left(\underline{i}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} + \underline{i}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \right) + j\omega N_2^2 \mathcal{L}_{\sigma 2} \underline{i}_2$$

$$\underline{u}_2' = \underbrace{R_2 \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2}_{R_2'} \underbrace{\underline{i}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)}_{\underline{i}_2'} + j\omega N_1^2 \mathcal{L}_h \left[\underline{i}_1 + \underline{i}_2' \right] + \underbrace{j\omega N_2^2 \mathcal{L}_{\sigma 2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2}_{X_{\sigma 2}'} \underbrace{\underline{i}_2 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)}_{\underline{i}_2'}$$

$$\underline{u}_2' = R_2' \underline{i}_2' + jX_h (\underline{i}_1 + \underline{i}_2') + jX_{\sigma 2}' \underline{i}_2'$$

Il est assez rare de faire dans ce sens. D'habitude, on a un schéma électrique. On a plus que Kirchhoff, mailles, nœuds, on en tire une équation. Ici, on a des équations qui pourraient correspondre à un schéma électrique équivalent.

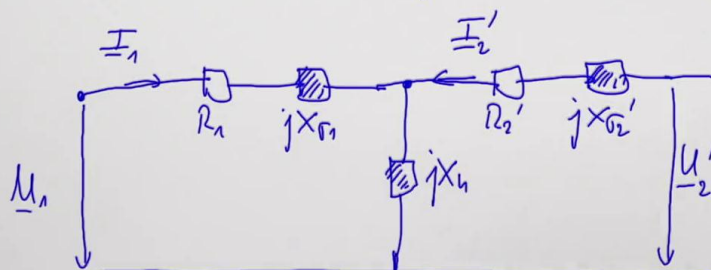
Notes

Summary



$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_h (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2' = R_2 \underline{I}_2' + j X_h (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 2} \underline{I}_2'$$



C'est ce qu'on va essayer maintenant de voir, mais pour ça, je me permets de récrire les deux équations. Voilà, les deux équations, on voit bien la symétrie. Alors maintenant, qu'est-ce qu'on peut dire ? Il y a trois sommes ici. Là, on a deux courants, donc on a un nœud qui s'additionne. Donc, on a un système avec deux mailles et un nœud dans le circuit électrique qu'on devrait obtenir. Donc, je vous propose d'essayer. On a d'abord U_1 d'un côté. Et ce U_1 traverse tout d'abord une résistance et une réactance. Donc ici, on a R_1 et là on a $j X_{\sigma 1}$ et là, le courant I_1 . On arrive ici à un nœud, parce que là, on a deux autres éléments. On a R_2 prime et $j X_{\sigma 2}$ prime avec un autre courant qui est ici, I_2 prime. Ces deux courants se somment et passent dans une réactance qui s'appelle X_h . Ici au bout, qu'est-ce qu'on a ? On a U_2 prime. Voilà la modélisation du transformateur réel, mais c'est pas tout à fait fini, parce que ce que nous voulons évidemment, c'est le lien entre U_1 et U_2 , entre primaire et secondaire. Ici, on a un lien entre U_1 et U_2 prime, c'est-à-dire les parties du secondaire qui ont été ramenées au primaire. Qu'est-ce qu'on va faire ?

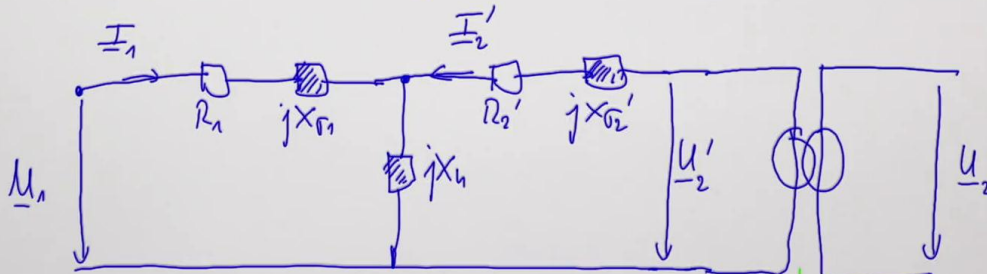
Notes

Summary



$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_m (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2' = R_2 \underline{I}_2' + j X_m (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 2} \underline{I}_2'$$



← Analyse vue du primaire
→ Valeurs du secondaire

On va y ajouter ici le transformateur idéal que nous connaissons bien, qui est simple et qui va nous faire le lien entre ce U_2' et le U_2 final réel que nous souhaitons. L'analyse du circuit se fera de ce côté. On va dire analyse vue du primaire. Une fois que tout sera analysé vu du primaire, on va pouvoir reprendre les grandeurs qui sont rapportées au primaire et les ramener vraiment au secondaire. On va dire que dans un deuxième temps, on ramène ou on étudie les valeurs du secondaire. Ainsi, tout transformateur qui sera toujours de cette manière-là, je vous rappelle que c'est un schéma électrique équivalent et pas magnétique équivalent, donc, ce qui circule ici, c'est des tensions et des courants comme en électro-technique. Donc, ce qu'on va faire, c'est toujours appliquer le fait de pouvoir travailler sur un seul circuit galvaniquement connecté en rapportant toutes les grandeurs du secondaire au primaire. On résout le circuit. Est-ce qu'il faudra trouver une tension aux bornes de ceci, de cet élément ? Quel est le courant qui passe dans cet élément ? Quelle est la puissance dissipée dans cet élément ? Etc.

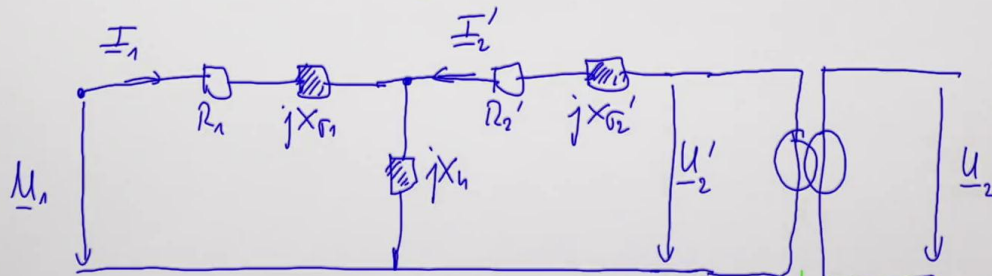
Notes

Summary



$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_m (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2' = R_2 \underline{I}_2' + j X_m (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + j X_{\sigma 2} \underline{I}_2'$$



← Analyse Une du primaire

→ Valeurs du secondaire

Toutes les questions qu'on peut se poser en électricité, une fois qu'on a fini d'étudier un tel schéma, une fois qu'on aura calculé I_2 prime, U_2 prime, on pourra rapporter de nouveau ces grandeurs et les ramener au secondaire pour avoir « la vraie valeur », la valeur finale du vrai transformateur, du transformateur réel.

Notes

Summary



18m 41s



- Définition du transformateur réel
- Schéma électrique du transformateur réel

Voilà en conclusion, donc vous avez vu ici la définition du transformateur réel, comment est-ce qu'on peut écrire les équations du transformateur réel. En les triturant, en faisant apparaître les grandeurs rapportées du secondaire au primaire, on arrive alors à définir un schéma électrique du transformateur réel. Petite parenthèse dans cette conclusion pour dire que ce schéma électrique du transformateur réel, nous allons le revoir plus tard dans le cours lorsque nous traiterons du moteur asynchrone. Il se trouve que le moteur asynchrone n'est autre qu'un transformateur avec un secondaire qui bouge, un secondaire qui tourne, c'est le rotor. Et donc, on va retrouver un schéma électrique équivalent du moteur asynchrone très proche du transformateur réel que nous avons étudié dans cette leçon. Merci.

Notes

Summary



19m 04s