

$$F_m = \frac{\partial W'_{mag}}{\partial x_m} = \left. \frac{dW'_{mag}}{dx_m} \right|_{i_j = \text{cte}}$$

$$W'_{mag} = \sum_{j=1}^k \int_0^{i_j} \psi_j di_j$$

Bonjour. Après avoir obtenu la force comme la dérivée de la coénergie magnétique, la dernière fois, nous allons l'exprimer en fonction des courants et des flux pour que ça nous parle un peu plus. Ensuite, nous allons simplifier en négligeant la saturation et en considérant que le système est linéaire. J'ai réécrit les équations, la force c'est la dérivée partielle de la coénergie magnétique en fonction de l'abscisse curviligne du degré de liberté qu'on veut considérer. Puis on peut faire une dérivée totale mais il faut maintenir le courant constant. Deuxième équation que j'ai réécrit, c'est celle de la coénergie magnétique, là aussi, avec un nombre de circuit qui est variable, qui va être égale à k puis on va calculer coénergie magnétique totale de notre système électromécanique en faisant la somme de toutes les intégrales des coénergie de chacun des circuits. On peut effectuer l'opération. On peut calculer la dérivée totale de notre système mais avant ça, on va remplacer l'un dans l'autre. Je vais remplacer cette équation là-dedans puis j'obtiens que la force c'est la somme surtout les circuits, des intégrales sur i_j puis comme toutes et toutes ces expressions-là peut-être permutées, je fais maintenant la dérivée.

Notes

Summary



0m 04s

$$F_m = \frac{\partial W'_{mag}}{\partial x_m} = \left. \frac{dW'_{mag}}{dx_m} \right|_{i_j = \text{cte}}$$

$$W'_{mag} = \sum_{j=1}^k \int_0^{i_j} \psi_j di_j$$

$$F_m = \sum_{j=1}^k \int_0^{i_j} \frac{\partial \psi_j}{\partial x_m} di_j$$

Je vais dériver ψ_j en fonction de x_m . C'est l'expression de la force généralisée mais ce coup-là, on a plus la coénergie magnétique, on a vraiment des dérivés de flux. Vous allez me dire, ça reste relativement complexe mais c'est le mieux que j'ai pour le moment quand on a un système général, on est obligé de passer par là. Maintenant, on va simplifier un peu les choses parce que, de faire ces intégrales-là de manière analytique, c'est très difficile, pour ne pas dire impossible. Puis de manière numérique, ça n'a que peu d'intérêt. Si n est dans le cas de secours, si on est dans des systèmes saturés avec l'impossibilité de faire des calculs avec des modèles linéaires [inaudible 00:03:18], en général, on passe par des éléments finis. Ou alors il y a quand même quelquefois où on passe par des circuits magnétiques équivalents avec ce genre d'équation-là mais de moins en moins souvent.

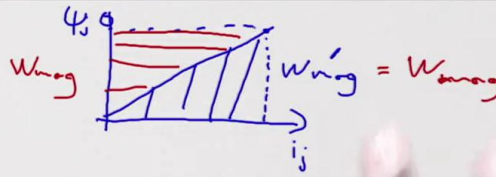
Notes

Summary



2m 14s

$$W_{mag}' = \sum_{j=1}^K \frac{\psi_j i_j}{2}$$



Je vais passer un système linéaire. Dans un milieu linéaire, j'ai plus besoin de l'intégrale. Je peux réécrire ma coénergie magnétique. Qu'est-ce que c'est, la coénergie magnétique ? On se rappelle au niveau graphique, c'est plus facile à voir, si j'ai un système linéaire, je vais plus avoir ma courbe en forme de courbe BH mais je vais avoir pour chacun des termes, bien sûr, une droite. Puis la coénergie magnétique, c'est la surface sous la courbe. Donc si on a ici un flux ψ_j et ici un courant i_j , on va voir que notre coénergie magnétique, c'est la base fois la hauteur sur 2. On va avoir l'air de ce triangle-là. C'est la coénergie magnétique. Soit dit en passant, qu'est-ce que c'est que l'énergie magnétique ? Je l'écris en rouge. C'est cet air-ci. C'est l'énergie magnétique. Puis on se rend compte que dans le cas d'un système linéaire, l'énergie magnétique et la coénergie magnétique vont être égal, pas leur variation, il y a un signe qui va changer, par contre, leur valeur vont être égal. Certains parlent volontiers de la dérivée de l'énergie magnétique pour le calcul de la force par extension. C'est pour ça qu'on en parle de manière plus rigoureuse, on doit parler de dérivée de la coénergie magnétique.

Notes


Summary



3m 32s

$$W_{mag}' = \sum_{j=1}^K \frac{\psi_j i_j}{2}$$

$$\psi_j = \sum_{p=1}^K L_{jp} i_p$$

$$F_m = \frac{\partial W_{mag}'}{\partial x_m} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \sum_{p=1}^K$$


Maintenant, on a une expression à peu près potable. Il nous reste encore à exprimer les ψ en fonction des i . On l'avait déjà fait ces dernières fois. Les ψ , c'est des sommes de $L i$. C'est aussi sur les k , circuits électriques. On a des inductances entre les deux, le flux totalisé mesuré sur la bobine j ou que vois la bobine j , c'est la somme des produits des inductances propres et mutuelles. $j p$, puis on itère sur p . On fait tous les circuits électriques puis on fait toutes les inductances mutuelles avec les courants qui passent dans chacun de ces circuit-là. Puis c'est clair que quand j égal p ou p égal j , on aura une inductance propre avec le courant qui passe dans la bobine considérée. Pour chacun des ψ_j , je dois faire ce travail-là. Je vais écrire maintenant ma coénergie magnétique. Je vais avoir une double somme puis j'ai une dérivée, donc la force, je fais tout en un, c'est la dérivée de la coénergie magnétique sur $d x_m$ puis ça, c'est une demi. C'est ce facteur de que je sors. Il y a une première somme qui surgit. Une deuxième somme sur p . Ensuite, y a les dérivés de chacune des inductances puisqu'on maintient les courants constants.

Notes

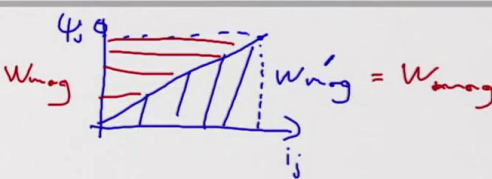
Summary



5m 57s

$$W_{mag}' = \sum_{j=1}^K \frac{\psi_j i_j}{2}$$

$$\psi_j = \sum_{p=1}^K L_{jp} i_p$$

$$F_m = \frac{\partial W_{mag}'}{\partial x_m} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \sum_{p=1}^K \frac{dL_{jp}}{dx_m} i_j i_p$$


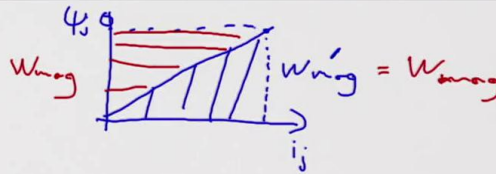
Si je fais la dérivée totale en maintenant les courants constants, je vais avoir dL_{jp} ... Voilà. Ça me donne une expression pour ma force. Ce coup-là, elle est quand même beaucoup plus simple qu'avant. Ma force, c'est une demi fois la dérivée de toutes les inductances propres et mutuelles de mon système en fonction de mon abscisse curviligne. C'est rare qu'on ait des forces avec plus de 2 degrés de liberté dans un système. Même l'écrasante majorité des systèmes ont 1 degré de liberté. En fait, on va calculer une force pour le degré de liberté du système. En général, c'est soit un moteur qui tourne, soit un actionneur qui se déplace, donc on va avoir un calcul de force. Quand il y a plusieurs circuits, c'est clair qu'on va avoir une somme avec des inductances mutuelles, mais ça reste gérable, on va dire ça comme ça. Cette expression, on peut la généraliser en exprimant l'inductance L_{jp} pour obtenir une perméance puis en exprimant les i_j et i_p pour obtenir des potentiels magnétique. Si on exprime que L_{jp} , c'est N_j fois N_p fois une perméance, j_p puis que, typiquement, θ_j est égal à $N_j i_j$ et θ_p est égal à $N_p i_p$, on peut remplacer i_p par son expression en fonction de θ_p , i_j par son expression en fonction de θ_j et L_{jp} par son expression en fonction de λ_{jp} puis on va se rendre compte que les N_j , N_p sont simplifiés, c'est-à-dire que notre force va devenir...

Notes

Summary



$$W_{mag}' = \sum_{j=1}^K \frac{\psi_j i_j}{2}$$



$$\psi_j = \sum_{p=1}^K L_{jp} i_p$$

$$F_m = \frac{\partial W_{mag}'}{\partial x_m} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \sum_{p=1}^K \frac{dL_{jp}}{dx_m} i_j i_p$$

$$L_{jp} = N_j \cdot N_p \cdot \mathcal{L}_{jp} \quad \theta_j = N_j i_j \quad \theta_p = N_p i_p$$

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \sum_{p=1}^K \frac{d\mathcal{L}_{jp}}{dx_m} \theta_j \theta_p$$

Le une demi reste. Les deux sommes restent... On va remplacer l'inductance par une permanence et les courants par des potentiels magnétique. Ça nous donne une expression qui est un peu plus générale parce que si on a des aimants, on va avoir des sources de potentiels magnétique alors qu'on peut modéliser par des courants équivalents. Les aimants peuvent être modélisés par des courants équivalents mais c'est quand même plus pratique si on les utilise directement comme des sources de potentiel magnétique.

Notes

Summary





- Expression générale de la force dans un milieu linéaire

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{dL_{jp}}{dx_m} i_j i_p$$

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{dx_m} \Theta_j \Theta_p$$

Voilà l'expression générale de la force dans un système linéaire. On peut soit l'exprimer en fonction des inductances propres et mutuelles ou des perméances qui leurs sont associés. Ça donne des expressions qui sont gérables. La suite, c'est de les utiliser pour calculer ce qui se passe dans un cas concret, enfin. C'est ce qu'on va voir la prochaine fois.

Notes

Summary



12m 07s