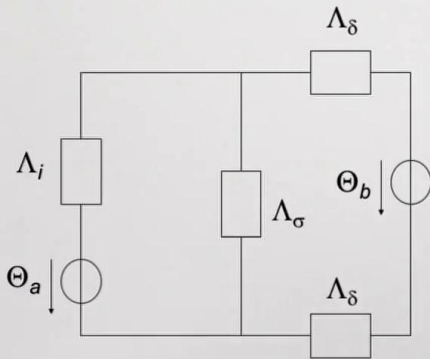




# Formule générale: 1 bobine avec 1 aimant

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{dx_m} \theta_j \theta_p = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{aa}}{dx} \theta_a \theta_a + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{bb}}{dx} \theta_b \theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \theta_a \theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{ba}}{dx} \theta_b \theta_a$$

$j=a, b \quad p=a, b$



Bonjour. Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés au calcul de force pour des systèmes réductants où il n'y a pas d'aimants. On va voir aujourd'hui ce qui change lorsqu'on en a au moins un dans notre système électromécanique. Ici, je vous ai dessiné un schéma magnétique équivalent avec deux sources de potentiel magnétique, un aimant et puis une bobine, et puis des perméances entre les deux. Le schéma lui-même, il n'a que peu d'importance, c'est juste pour vous montrer ce qui se passe quand on a un aimant et puis une bobine. Puis on veut calculer une force. Pour ça, j'ai également récupéré la formule de la force d'une des diapos précédentes, des leçons précédentes, et puis, je l'ai mise ici. Maintenant, on a deux sources de potentiel magnétique : l'aimant et la bobine, indice  $a$  pour l'aimant, indice  $b$  pour la bobine, et donc on va appliquer directement cette formule comme ça, et au lieu d'avoir  $j = 1, 2$ , on aura,  $j = a, b$  et puis  $p = a, b$ . On commence. Donc on commence par  $j = a, p = a$  et on écrit... Ça c'est pour  $a$ . Maintenant, la même chose pour  $b$ , la même chose pour  $ab$ , et la même chose pour  $ba$ . On va pouvoir simplifier ça parce qu'en fait, la perméance  $ab$ , c'est la même que la perméance  $ba$ , donc, on peut simplifier cette équation, donc notre  $F_x$ .

Notes

Summary

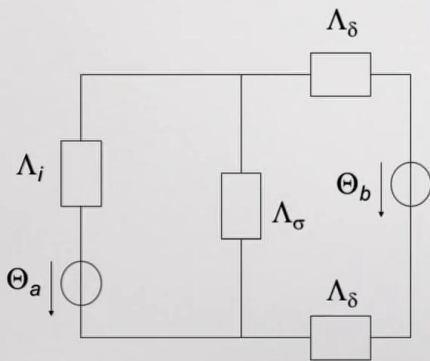


# Formule générale: 1 bobine avec 1 aimant

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{dx_m} \theta_j \theta_p = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{aa}}{dx} \theta_a \theta_a + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{bb}}{dx} \theta_b \theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \theta_a \theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{ba}}{dx} \theta_b \theta_a$$

$j=a, b \quad p=a, b$

$$F_x = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{aa}}{dx} \theta_a^2}_{\text{aimant}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{d\Lambda_{bb}}{dx} \theta_b^2}_{\text{bobine}} + \underbrace{\frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \theta_a \theta_b}_{\text{mutuel}}$$



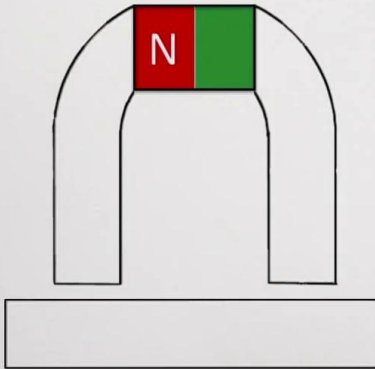
Voilà. Donc on a une force qui est décomposée en trois termes : un terme qui ne comprend que des éléments liés à l'aimant, un terme qui ne comprend que des éléments liés à la bobine et enfin un terme qui comprend des éléments liés aux deux, qu'on va appeler terme mutuel.

Notes

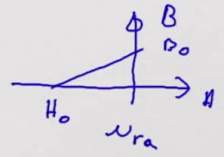
Summary



## Exemple: force d'attraction



$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} \Theta_b^2$$



On va tout de suite faire un petit exemple avec l' application de cette force. Je vous l'ai réécrite ici. Terme lié à l'aimant seul, terme lié à la bobine seule et terme mutuel. Puis on va faire un cas où on a un aimant, pas de bobine : c'est simplement un aimant qui va venir se coller contre un barreau. Cet aimant, je ne l'ai pas dit, mais c'est important de le signaler, il a une caractéristique linéaire. Ça, c'est une des hypothèses qu'on fait, c'est-à-dire que la courbe BH de l'aimant, et bien, c'est une droite avec comme induction rémanente  $B_0$ , et puis comme champ coercitif  $H_0$  ou en tout cas, ces valeurs correspondant à la linéarisation de la caractéristique de cet aimant. Et puis on peut encore signaler que la perméabilité relative, ça va valoir  $\mu$  relative de l'aimant, et la pente de cette droite-là, ça sera  $\mu_r a$  fois  $\mu_0$ . Voilà pour l'aimant. À partir de ça, on peut calculer un potentiel magnétique de l'aimant, il y a encore une chose que je dois dire pour ça, c'est que la longueur de l'aimant, c'est-à-dire la longueur dans le sens de la magnétisation de l'aimant, et bien c'est  $la$ .

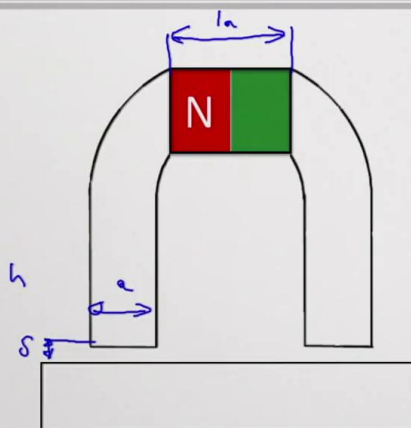
Notes

Summary

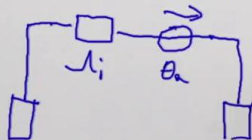


3m 47s

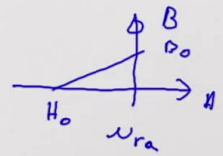
## Exemple: force d'attraction



$$\Theta_a = H_0 \cdot la = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} \cdot la$$



$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} \Theta_b^2$$



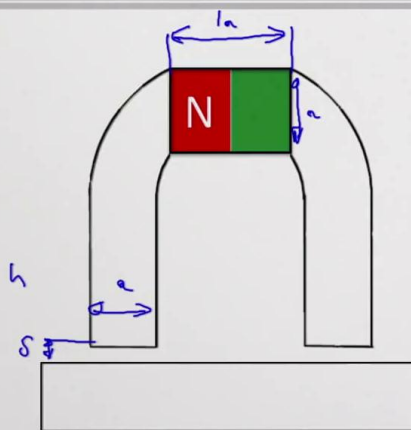
Si je fais ça, le potentiel magnétique de mon aimant, ça va valoir  $H_0$  fois la longueur de l'aimant, dans le sens de la magnétisation et puis ça, ça me donne que c'est  $B_0$  sur  $\mu_0$ ,  $\mu$  relatif de l'aimant, qui est sa pente, fois  $la$ . Ça, ça me donne les caractéristiques de l'aimant, il n'y a pas de bobine. Il me faut encore les caractéristiques de la géométrie du système. On va dire qu'ici on a un entrefer qu'on va appeler  $\delta$ , et puis que cette dimension ici, c'est  $a$  et que la profondeur du système (qu'on ne voit pas sur ce dessin en 2D) on va l'appeler  $h$ . Voilà pour les caractéristiques du système. Je vais essayer de faire maintenant un petit schéma magnétique équivalent. J'ai mon aimant qui a une source de potentiel magnétique réelle ce coup-là, avec une perméance en série. On va l'appeler  $\Theta_a$ , avec  $\Lambda$  interne, qui est la perméance interne de l'aimant, et puis on va supposer que le fer est infini (sa perméabilité en tout cas) et puis qu'on a ni frange ni fuite. Je ne l'écris pas mais... on est bien conscients que c'est bien ça qu'on fait comme hypothèse, et puis on va avoir tout ceci qui est un cours circuit magnétique.

Notes

Summary

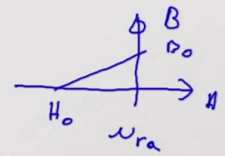


# Exemple: force d'attraction

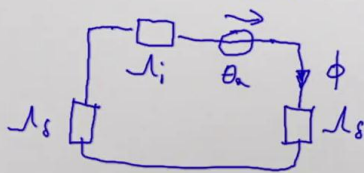


$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} \Theta_b^2$$

$$\Lambda_s = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot h}{\delta} \quad \Lambda_i = \frac{\mu_0 \mu_{rn} a \cdot h}{l_n}$$



$$\Theta_a = H_0 \cdot l_a = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_{rn}} \cdot l_a$$



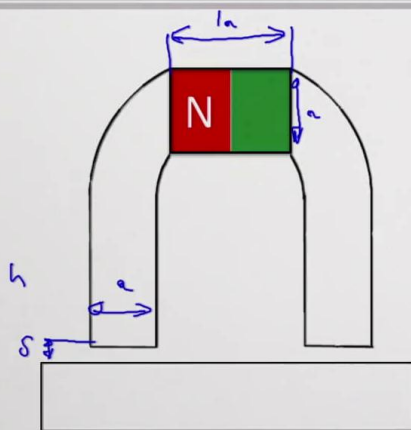
Tout le fer, c'est des cours circuit magnétiques, donc les perméances qu'on a, c'est les perméances de l'entrefer, si on fait ces hypothèse-là, puis on referme notre schéma magnétique équivalent, puis on va avoir du flux qui circule là-dedans. Voilà pour le schéma magnétique équivalent. Ok, quels sont les éléments de ce schéma ? On a calculé  $\Theta_a$  et on peut encore calculer les perméances. On va calculer la perméance de l'entrefer, c'est  $\mu$  sur  $s\delta$ . Donc,  $\mu$ , c'est  $\mu_0 \cdot s\delta$ , c'est la surface de la perméance perpendiculaire au chemin du flux, donc c'est  $a$  fois  $h$ , et puis la longueur de cette perméance, ou du tube de flux équivalent devrais-je dire, c'est  $\delta$ . Ça, c'est  $\Lambda\delta$ . On va faire une petite hypothèse simplificatrice : on va supposer qu'on a aussi  $a$  ici. Même si sur mon dessin, ce n'est pas tout à fait le cas, ça simplifiera un peu les équations. De fait, c'est souvent le cas, et je vais pouvoir calculer la perméance interne de l'aimant. Ce coup-là, mon  $\mu$ , c'est  $\mu_0 \cdot \mu$  relatif de l'aimant. On a le même  $a \cdot h$ , et puis la longueur, c'est  $l_a$ . OK, on a  $\Theta$ , on a les perméances, donc on va pouvoir calculer tous les éléments du schéma magnétique équivalent, c'est bon. Maintenant, il nous faut calculer la force.

Notes

Summary



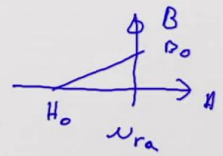
## Exemple: force d'attraction



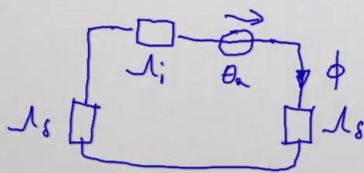
$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} \Theta_b^2$$

$$\Lambda_s = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot h}{S} \quad \Lambda_i = \frac{\mu_0 \mu_r a \cdot h}{l_a}$$

$$\Lambda_a = \frac{\Phi_a}{\Theta_a}$$



$$\Theta_a = H_0 \cdot l_a = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} \cdot l_a$$



Pour calculer la force, on reprend la formule que j'ai écrite là-dessus, puis on se rend compte qu'il n'y a pas de bobine, donc tout ce qui comprend des termes  $\Theta_b$ , ils vont disparaître, et donc il ne nous reste plus que le terme lié à l'aimant seul, ce qui n'est pas très surprenant dans ce cas-là. À présent,  $\Theta$  on le connaît, notre  $x$  ça va être  $\delta$ , (dans ce cas, c'est le  $\delta$  qui varie) et puis ce qui nous reste à savoir, c'est quelle est cette fameuse perméance  $\Lambda_a$ ? C'est quoi  $\Lambda_a$ ? C'est la perméance vue par l'aimant. Comment est-ce qu'on l'écrit? Un peu comme une inductance. Une inductance mutuelle ou une inductance propre, c'est un flux totalisé divisé par le courant qui le crée. Donc la perméance de l'aimant ou la perméance  $\Lambda_a$ , puisque on a un peu simplifié l'écriture, la perméance  $\Lambda_a$ , ça devrait être le flux créé par l'aimant et qui passe par l'aimant, donc le flux  $\Phi_a$ , puis on va le diviser par le potentiel magnétique qui le crée,  $\Theta_a$ .  $\Phi_a$  divisé par  $\Theta_a$ . Si on regarde mon schéma magnétique équivalent, le flux  $\Phi_a$ , donc le flux qui passe par l'aimant, c'est le seul qu'il y a, donc c'est  $\Phi$ . Puis, le  $\Theta_a$ , on l'a. Si on calcule ce  $\Phi$ , très facilement, le flux, par la loi d'Ohm pour les circuits magnétiques, le flux, c'est  $\Theta$  fois la perméance équivalente.

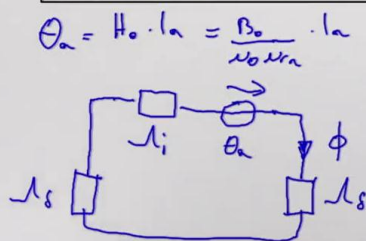
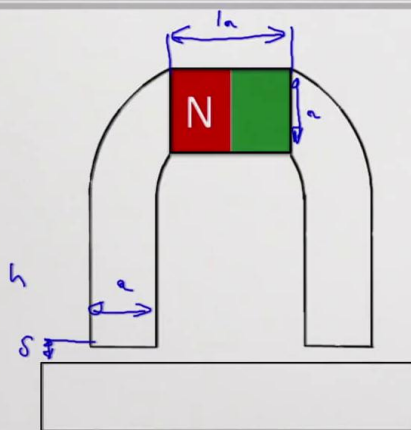
Notes

Summary





# Exemple: force d'attraction



$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} \Theta_b^2$$

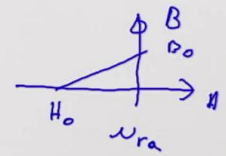
$$\Lambda_s = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot h}{\delta} \quad \Lambda_i = \frac{\mu_0 \mu_r a \cdot h}{l_a}$$

$$\Lambda_a = \frac{\Phi_a}{\Theta_a} = \frac{\Theta_a \cdot \Lambda_{eq}}{\Theta_a} = \Lambda_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\Lambda_s} + \frac{1}{\Lambda_i} + \frac{1}{\Lambda_b}}$$

$$\Lambda_a = \frac{\mu_r \mu_0 a h}{l_a + 2\mu_r \delta} \quad \frac{d\Lambda_a}{d\delta} = - \frac{\mu_0 \mu_r a h}{(l_a + 2\mu_r \delta)^2} 2\mu_r$$

$$F_\delta = - \frac{1}{2} 2\mu_r \frac{\mu_0 \mu_r a h}{(l_a + 2\mu_r \delta)^2} \cdot \left( \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} \cdot l_a \right)^2$$

$$= - \frac{a h B_0^2 l_a^2}{\mu_0 (l_a + 2\mu_r \delta)^2} \quad [\text{N}]$$



Ça donne  $\Theta_a$  fois la perméance équivalente, qui va être la somme... la somme magnétique, j'ai envie de dire, de toutes ces perméances donc qui correspond à l'inverse de la somme des inverses, mathématiquement. Puis on divise par  $\Theta_a$  et on se rend compte que ça, c'est la perméance équivalente, donc, ça c'est l'inverse de la somme des inverses, donc  $\Lambda\delta$ , il va y en avoir deux, et puis la perméance interne de l'aimant. Donc mon  $\Lambda_{ec}$  ou mon  $\Lambda_a$ , celui-là, je peux le calculer en remplaçant, et ça, ça va me donner l'expression suivante : J'ai  $\Lambda_a$ , je peux calculer sa dérivée en fonction de  $\delta$ . Il ne faut pas que j'oublie encore la dérivée interne. Voilà. 1/2, je l'ai, c'est facile.  $d\Lambda_a$  sur  $dx$ , c'est  $d\Lambda_a$  sur  $d\delta$ .  $\Theta_a$ , je l'ai et je remplace. Donc ma force  $F_\delta$ , ça va donner... On a le facteur 1/2 avec le signe moins et puis, je recopie le tout. Et puis on a encore  $\Theta_a$ . Je vais le remplacer. Le  $\Theta_a$  est au carré, donc je le remplace, puis je peux tout simplifier. Enfin, « tout »... Voilà. Ça c'est des newtons et on voit que la force, elle va avoir tendance à s'opposer à l'augmentation de  $\delta$ , c'est-à-dire que ça va être bien une force d'attraction, dans ce cas-là.

Notes

Summary





- Force avec aimant

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \theta_a^2 + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} \theta_b^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \theta_a \theta_b$$

- Force:

- aimant seul
- bobine seule
- mutuelle



Avant de conclure, j'aimerais encore vous demander de réfléchir un petit peu. Lorsqu'on a un système reluctant ou autrement dit, un électro-aimant, on fournit de l'énergie électrique dans la bobine, la partie mobile bouge et on récupère de l'énergie mécanique. Maintenant, qu'est-ce qui se passe au niveau de l'énergie avec un aimant qui vient se coller tout seul contre une plaque métallique, comme on a fait tout à l'heure ? Qui fournit l'énergie ? De quel type est cette source d'énergie ? Ce n'est visiblement pas de l'énergie électrique. J'aimerais bien que vous y réfléchissiez, donc je vous laisse cette question pour la prochaine fois. Maintenant en conclusion, pour ce cours, la présence d'un aimant dans le circuit magnétique, ça ne change pas grand-chose, si ce n'est peut-être que le potentiel magnétique de l'aimant est constant, qu'il ne dépend pas d'un courant, mais des propriétés physiques de l'aimant. L'avantage de la formulation de la force que nous avons vue, c'est qu'elle nous permet d'exprimer ces différentes composantes, aimant seul, bobine seule et surtout la composante mutuelle. Et ça, ça va nous aider dans l'analyse et le calcul d'actionneurs plus compliqués par la suite.

Notes

Summary



16m 04s