

$$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

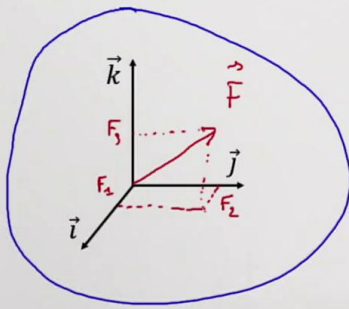
Bonjour, après la dérivée de l'aqua énergie et la force de la place, nous allons maintenant voir une dernière méthode de calcul de forces qui est appelée méthode du tenseur de Maxwell. Cette méthode du tenseur de Maxwell, elle, nous sert à calculer une force qui s'exerce sur un solide. Alors, je vous ai dessiné le solide quand il peut avoir n'importe quelle forme. Il est en bleu ici. Et puis cette force, elle s'exerce sur le solide, alors je dessine une force qui s'exerce sur le solide. Et puis, on va la mettre dans un repère orthonormé qui est défini par les trois vecteurs I, J et K. Ça, c'est notre force. Et puis, elle est dans un repère orthonormé, ce qui fait qu'on va avoir une composante pour les trois. Les trois axes, alors j'essaye de dessiner à peu près ça comme ça. Donc vous aurez une composante F1. Pour l'axe Y, une composante F de. Relaxées est une composante F3. Pour l'axe, car on choisit cette nomenclature là parce que ça va nous permettre d'utiliser des indices tout à l'heure, notre force. Sur le solide bleu. Eh bien, c'est! Le produit des deux vecteurs F1, F2, F3. Par J. J. Eka. Voilà pour la décomposition de la force. Maintenant, ce qu'on va utiliser, c'est.

Notes

Summary



0m 04s



$$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$f_1, f_2, f_3$$

$$F_1 = \iiint_V f_1 dV \Rightarrow F_m = \iiint_V f_m dV$$

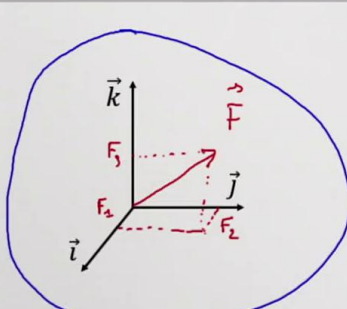
$$f_m = \text{div } \mathbf{T}$$

Une notation locale, c'est à dire qu'on va définir une densité de force, alors non plus la force globale sur le solide, mais la force sur un point infinitésimal, on court un petit volume infinitésimal. On va dire plutôt comme ça et donc on aura la densité de forces qui va voir les composantes F_1 , F_2 , mais minuscules aussi F_3 . Et puis, on va pouvoir définir que notre. Force. Pas neutre, composante de la force, plutôt l'intégral volumiques. Il y a une triple intégrale de F_1 des Vets. Surtout, le volume bleu ou même. Sur ce qu'il y a autour, s'il n'y a pas de forces qui s'exercent sur l'air qu'il y a autour, eh bien on peut même intégrer large, comme on le verra tout à l'heure. De manière générale. On a. Pour toutes composantes, M . M allant de 1 à 3 et bien de notre force, on a une intégrale. D'une densité de force en fonction du volume, voilà ça! C'est. Où intervient le tenseur de Maxwell, c'est qu'on peut prouver que cette densité. Ça, c'est un rêve majuscule, ça CMF minuscule, le f minuscule f_m . Et on peut le calculer en faisant la divergence. D'un tenseur qu'on va appeler tenseur de Maxwell ou Dieudonne d'une ligne d'un tenseur qu'on va appeler tenseur de Maxwell, c'est une ligne.

Notes

Summary





$$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$f_1, f_2, f_3$$

$$F_1 = \iiint_V f_1 dV \Rightarrow F_m = \iiint_V f_m dV$$

$$f_m = \text{div } \vec{T}_m$$

$$T = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

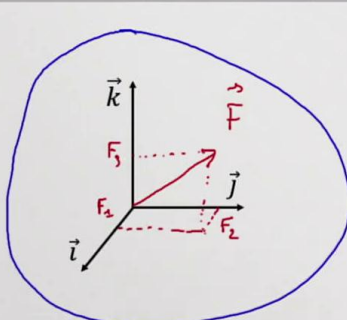
$$z_{mn} = \mu(H_n)$$

Le. Danseur lui même, c'est une matrice qui est composée de trois lignes T1. T2 et T3. Qui sont des vecteurs représentés sous forme d'une ligne. Et puis. Si on les représente sous forme matricielle, il va y avoir trois éléments. Par ligne. Alors. Ce qui va en faire neuf en tout. Puis on retrouve. Système orthonormé? Donc, ça, c'est le tenseur de Maxwell. Alors maintenant, vous allez me dire ça, ça nous fait une belle jambe parce qu'on connaît pas les mêmes ici. Comment est ce qu'on peut calculer? On peut prouver que si les éléments z_{mn} sont calculés à partir des composantes du champ magnétique, avec la manière suivante. Je vous la donne. Et bien que si c'est le cas, on peut calculer la densité de force dans notre volume avec cette méthode, alors la démonstration, mais elle est super longue, donc je ne vais pas la faire. Et puis, elle est relativement compliquée. Donc, je vous donnerai une référence pour ceux pour cette démonstration, mais on ne va pas la faire ici. Non, on va se contenter de regarder ce qui se passe au niveau du résultat. La formule pour les domaines. Elle se calcule avec les composantes du champ magnétique, donc. Achéenne.

Notes

Summary





$$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$f_1, f_2, f_3$$

$$F_1 = \iiint_V f_1 dV \Rightarrow F_m = \iiint_V f_m dV$$

$$f_m = \text{div } \vec{T}_m$$

$$T = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$z_{mn} = \mu \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \sum_{m,n} \frac{H^2}{q} \right)$$

$$\vec{H} = (H_1, H_2, H_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

0 si $m \neq n$
 1 si $m = n$

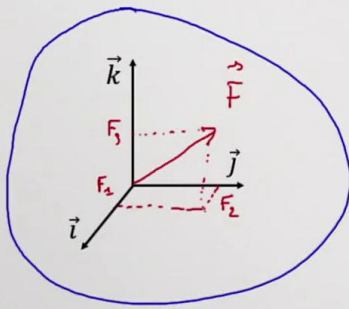
$H_1^2 + H_2^2 + H_3^2$

J'aime donc le champ magnétique, on va le projeter dans le même repère orthonormé, puis ça nous va nous donner une composante H1 dans l'axe, Y une composante H dans l'axe G et une composante H3 dans l'axe K. Et puis ensuite, on utilise ces composantes pour calculer ces éléments du tenseur. Et là, il y a encore une subtilité. C'est que ça, c'est la fonction Delta et cette fonction Delta. Elle vaut zéro. Si? On a les deux indices qui sentaient gros. Non. Qui sont pas égaux. Et puis un si ils sont égaux. Et puis. On a que notre HKD et ça, c'est. La somme des carrés des composantes. On peut encore écrire que notre âge, notre Shamash. C'est. H un agent de Asteroids. Toutefois, les acteurs et puis on a fait le tour. Les lecteurs du système orthonormé bon, vous allez me dire ça, ça a l'air encore plus compliqué que la méthode de la dérivée de l'énergie, parce que je dois calculer tous ces petits éléments sur tout le volume de mon âme, de mon Soline pour calculer la densité partout. Ensuite, je suis encore à faire une divergence de tout ça, donc c'est relativement compliqué. Je dois faire une divergence et une intégrale volumiques sauf.

Notes

Summary





$$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$f_1, f_2, f_3$$

$$F_1 = \iiint_V f_1 dV \Rightarrow F_m = \iiint_V f_m dV$$

$$F_m = \iiint_V \text{div } \vec{T}_m = \oint_S \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$f_m = \text{div } \vec{T}_m$$

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$T_{mn} = \mu_0 \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

$$\vec{H} = (H_1, H_2, H_3) \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } m=n \\ 0 & \text{si } m \neq n \end{cases}$$

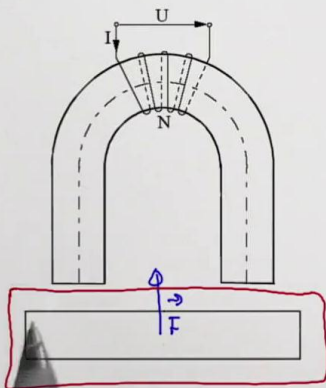
$$H^2 = H_1^2 + H_2^2 + H_3^2$$

Sauf que. On se rappelle à ce moment de mathématiques quand on a eu au niveau de l'analyse vectorielle et on se rappelle que si notre force globale. Est égale à une intégrale. Volumiques de la divergence d'un vecteur. C'est la force, la composante même de la force, si elle est égale à une intégrale volumique de la divergence d'un vecteur. Grâce au théorème de la divergence, on peut la remplacer par une intégrale surfacique. Du produit scalaire. Entre toujours le même vecteur, notre vecteur, qui est qui correspond à une ligne de notre consœur de Maxwell. Et puis. Un vecteur qui est le vecteur. Qui est un homme qui définit la surface qui lui est normale? Voilà pour le calcul de la force et on se rend compte que tout d'un coup, on a remplacé une intégrale volumiques, surtout le solide, par une intégrale surfacique autour du solide. Alors, qu'est ce que ça donne dans un cas un peu plus concret?

Notes

Summary





$$F_m = \oint_S \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

$$\delta_{mn} = 1 \text{ si } m = n$$

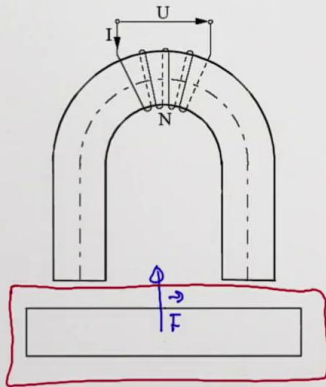
Comment est ce qu'on fait ça à. Je vous ai amené, oui, représenter un petit exemple dans un système électromécanique, un système réducteur dans ce cas là. Et puis on veut calculer la force qui s'exerce, alors la force, là, elle va s'exercer. Sur mon barreau, avec le tenseur de Maxwell, je vais devoir intégrer la densité de force sur le Barreau. Et pour ça, je vais choisir une surface qui englobe ce barreau. Alors, je la choisis totalement, arbitrairement et si? Cette surface englobe le Barreau. Donc, si j'applique la méthode du tenseur de Maxwell partout où je suis dans l'air, la densité de force est nulle. S'il n'y a pas de forces électromagnétiques qui s'exercent sur l'air, donc je vais reculer une densité de force nulle. Par contre, dans le Barreau, je vais calculer une densité de force non nulle. Mais ce qui fait que. Il suffit juste d'entourer le Barreau. Puis je peux passer au rouge. Je peux choisir, donc ça, c'est assez pratique. Et puis ensuite, grâce à la méthode du tenseur de Maxwell, j'ai plus besoin de calculer l'intégrale volumique. Il suffit juste que j'intègre mes éléments de mon tenseur à la surface.

Notes

Summary



10m 45s



$$F_m = \oint_S \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

$$\delta_{mn} = 1 \text{ si } m = n$$

Alors, ça reste assez compliqué, mais c'est relativement intéressant de pouvoir calculer une force sans avoir besoin d'aller à l'intérieur, faire une intégrale volumiques et sans avoir besoin de calculer une dérive ou une divergence, ce qui revient plus ou moins au même, sauf qu'on doit la calculer sur plusieurs composants. Donc, la méthode du tenseur de Maxwell permet de connaître la force juste en regardant ce qui se passe autour d'un élément.

Notes

Summary





• Tenseur de Maxwell

$$F_m = \oint_S \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

$$\delta_{mn} = 1 \text{ si } m = n$$

C'est vrai que c'est un peu magique de cette méthode du tenseur de Maxwell, où on peut calculer la force qui s'exerce sur un objet sans avoir besoin de calculer ce qui se passe dans l'objet lui-même. Il suffit d'entourer l'objet avec une surface fermée qu'on peut choisir comme on veut et de connaître le champ magnétique en tout point de cette surface. Bon, ça reste assez compliqué à utiliser puisqu'il faut calculer une matrice 3x3 en chaque point de la surface et on verra la prochaine fois qu'on peut simplifier tout ça en choisissant judicieusement la surface d'intégration.

Notes

Summary



12m 55s