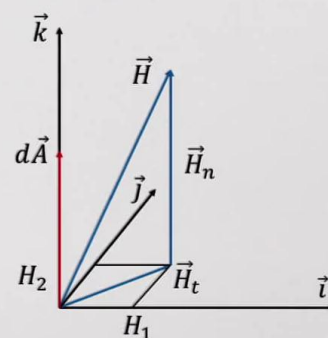




$$dF_m = \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$d\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dA \end{pmatrix}$$



$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left( H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

Bonjour. La dernière fois nous avons vu qu'on pouvait calculer la force sur un solide juste en l'entourant d'une surface fermée. Et en calculant le tenseur de Maxwell sur cette surface. On va voir aujourd'hui qu'on peut encore simplifier les expressions en choisissant correctement la surface en question. Alors si on a un petit élément de surface, donc un petit bout de surface. Ce petit bout de surface il va être représenté par le vecteur normal  $dA$ . Ça c'est un petit élément de surface, ou un élément de surface infinitésimal. Et puis on va calculer la force sur cet élément de surface infinitésimal. Puis on sait par Maxwell que la composante  $m$  de la force, et bien c'est le produit du tenseur Maxwell, ou en plutôt d'une ligne du tenseur Maxwell, par le petit élément  $dA$ . Le vecteur  $dA$ . Et ce qu'on va faire c'est qu'on va essayer d'aligner ce vecteur  $dA$  avec l'axe  $k$  de notre repère orthonormé. Si on fait ça, et bien on va avoir que notre vecteur  $dA$  il se simplifie beaucoup. Et donc il va être uniquement avec une seule composante, qui est avec la composante sur l'axe  $k$  en fait, la troisième composante. Bon si maintenant je fais le produit scalaire entre un vecteur, une ligne fois un autre, dans les deux premières composantes sont nuls.

Notes

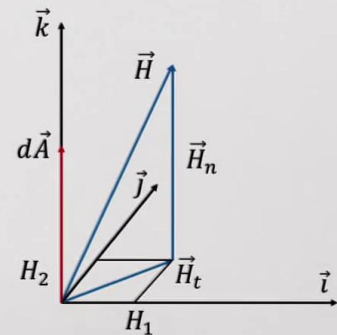
Summary



0m 04s

$$dF_m = \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$d\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dA \end{pmatrix} \quad d\vec{F} = \begin{pmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \tau_{33} \end{pmatrix} dA = \begin{pmatrix} \mu H_3 H_1 dA \\ \mu H_2 H_3 dA \\ \mu H_3 H_3 dA \end{pmatrix}$$



$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left( H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

Il me reste que le produit du troisième élément de  $T_m$  par  $dA$ . Si je fais ça pour chacune des colonnes pour calculer l'entier de la force  $dF$ , et bien on va voir que mon  $dF$ , dans ce cas-là, et bien il va me rester que 3 éléments. Ces trois éléments, c'est chaque fois le dernier élément de  $T_m$ , c'est-à-dire ici  $\tau_{13}$ . La deuxième fois c'est  $\tau_{23}$ . Et la dernière fois c'est  $\tau_{33}$ . Le tout bien sûr par  $dA$ . Puisque tout le reste, c'est nul. Donc quand je fais le produit de ces deux, de cette matrice par ce vecteur, ce qui est en fait ce que je dois faire dans ce cas-là, et bien je vais avoir uniquement ces éléments-là qui restent. Bon ça c'est relativement simple à calculer ensuite puisque, il me reste à remplacer les  $\tau$  en 13, 23, et 33 par leur valeur, en fonction de cette formule-ci. Alors  $\tau_{13}$  ça veut dire que  $m$  vaut 1 et  $n$  vaut 3. Donc je vais avoir mon  $\mu$ .  $n$  vaut 3. Euh qu'est-ce que je dis ?  $m$  vaut 1 et  $n$  vaut 3, oui c'est juste. Et donc j'ai  $H_3 H_1$ . Puis j'ai la même chose pour la deuxième ligne. Et pour la dernière ligne je vais avoir une expression plus compliqué. Je vais mettre le  $dA$  direct ici, histoire que on l'oublie pas après. L'expression plus compliqué c'est que  $m = n$  ce coup-là, et donc que je vais avoir un  $\delta$  qui n'est pas nul.

Notes

Summary

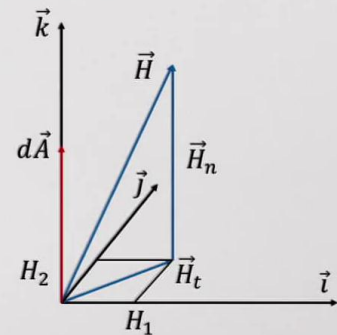


# Forme simplifiée

$$d\vec{F}_m = \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

$$d\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dA \end{pmatrix} \quad d\vec{F} = \begin{pmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \tau_{33} \end{pmatrix} dA = \begin{pmatrix} \mu H_3 H_1 dA \\ \mu H_2 H_3 dA \\ \mu \left( H_3^2 - \frac{1}{2} (H_1^2 + H_2^2 + H_3^2) \right) dA \end{pmatrix}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_n + \vec{H}_t$$



$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left( H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

Et voilà. Donc c'est encore un peu plus simple qu'avant. Mais encore un peu compliqué, alors pour simplifier un peu les choses, ce qu'on va faire c'est qu'on va considérer des composantes normales et tangentielles du champ magnétique, et les composantes normales et tangentielles de la force. Donc on va essayer d'obtenir les composantes normales et tangentielles de la force à partir des composantes normales et tangentielles du champ magnétique. Alors ces composantes, qu'est-ce que c'est ? La composante normale, c'est celle qui va dans le même sens, qui est colinéaire avec le vecteur de surface  $d\vec{A}$ . Et puis la composante tangentielle, c'est celle qui est orthogonale, en quelque sorte, qui est dans le plan de l'élément de surface. Donc ça c'est la composante tangentielle. Donc la composante normale, ça va être la projection de  $\vec{H}$  sur l'axe  $\vec{k}$ . Et puis la composante tangentielle, ça va être la projection de  $\vec{H}$  sur le plan de l'élément de surface. Et donc on va pouvoir la calculer avec les composantes  $H_1$  et  $H_2$  de notre vecteur champ magnétique. Puis on va faire la même chose pour la force. D'abord, on fait ça pour le champ magnétique. Et puis notre  $H_n$ , bah c'est  $H_3$ .

Notes

Summary



$$d\vec{F}_m = \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

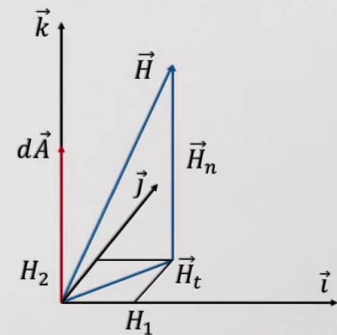
$$d\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dA \end{pmatrix} \quad d\vec{F} = \begin{pmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \tau_{33} \end{pmatrix} dA = \begin{pmatrix} \mu H_3 H_1 dA \\ \mu H_2 H_3 dA \\ \mu \left( H_3^2 - \frac{1}{2} (H_1^2 + H_2^2 + H_3^2) \right) dA \end{pmatrix}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_n + \vec{H}_t \quad H_n = H_3 \quad H_t = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$$

$$d\vec{F} = d\vec{F}_n + d\vec{F}_t$$

$$d\vec{F}_n = d\vec{F}_3 = \mu \frac{1}{2} dA \left( H_3^2 - (H_1^2 + H_2^2) \right) = \mu \frac{1}{2} (H_n^2 - H_t^2) dA$$

$$d\vec{F}_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} =$$



$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left( H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

Donc la composante normale c'est  $H_3$ , puis la composante tangentielle, par Pythagore on l'a facilement. Voilà pour le champ magnétique. Maintenant, on fait la même chose pour notre élément de force. Alors c'est un élément de force normal, auquel on additionne un élément de force tangentielle. Puis on va pouvoir calculer la force normale. Plus facile parce que la force normale, et bien c'est  $H_3$ . F3 j'ai envie de dire ou  $dF_3$  plutôt. Ça on va le calculer à partir de cette formule-là, en simplifiant un peu les expressions, puisque on trouve des  $H_3^2$  des deux côtés du signe moins. Donc on arrive à factoriser le  $1/2$ , factoriser le  $dA$ , puis il nous reste... cette expression-ci. Et puis à présent, on remarque que si on remplace les composantes  $H$  par leur valeur en fonction de  $H_n$  et  $H_t$ . Bah c'est facile  $H_3$ , c'est  $H_n$ . Et puis  $H_1^2 + H_2^2$ , bah c'est  $H_t^2$ . Et donc on a une expression de la force normale ou de l'élément de force normale, qui va être un petit peu plus simple. Et puis c'est la même chose pour la force tangentielle. Pour ce coup-là, c'est à peine plus compliqué à calculer parce qu'il y a une racine. La racine elle est vite faite parce que on va mettre ces deux termes au carré, on va voir qu'on peut factoriser  $H_3$ , puis ça va le faire très bien.

Notes

Summary



# Forme simplifiée

$$d\vec{F}_m = \vec{T}_m \cdot d\vec{A}$$

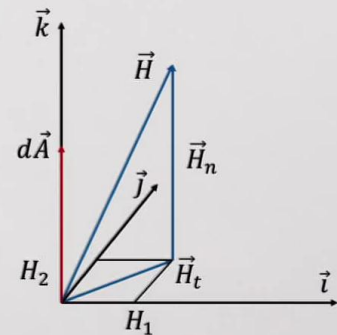
$$d\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dA \end{pmatrix} \quad d\vec{F} = \begin{pmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \tau_{33} \end{pmatrix} dA = \begin{pmatrix} \mu H_3 H_1 dA \\ \mu H_2 H_3 dA \\ \mu \left( H_3^2 - \frac{1}{2} (H_1^2 + H_2^2 + H_3^2) \right) dA \end{pmatrix}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_n + \vec{H}_t \quad H_n = H_3 \quad H_t = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$$

$$d\vec{F} = d\vec{F}_n + d\vec{F}_t$$

$$d\vec{F}_n = d\vec{F}_3 = \mu \frac{1}{2} dA \left( H_3^2 - (H_1^2 + H_2^2) \right) = \mu \frac{1}{2} (H_n^2 - H_t^2) dA$$

$$d\vec{F}_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \mu \sqrt{H_1^2 H_3^2 + H_2^2 H_3^2} dA = \mu H_n H_t dA$$



$$\vec{T} = \begin{pmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{mn} = \mu \left( H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right)$$

Si on peut factoriser  $H_3^2$ , on se retrouve avec  $H_3$  qui multiplie la racine de  $H_1^2 + H_2^2$ , donc on a  $H_n$  qui multiplie  $H_t$ . Voilà et donc on a des expressions qui sont beaucoup plus simples à mettre en œuvre de cette manière-là. Il suffit pour ça de choisir la surface, de telle manière à ce qu'on ait des calculs, ou des composantes du champ qui soient assez faciles à obtenir. Mais ça on va voir comment faire la fois prochaine dans un exemple. En attendant, on a une méthode qui est relativement intéressante.

Notes

Summary







- Formules simplifiées

$$dF_n = \frac{1}{2} \mu (H_n^2 - H_t^2) dA$$

$$dF_t = \mu H_n H_t dA$$

Voilà, nous avons maintenant des expressions qui nous permettent de faire facilement des calculs dans des cas simples. Faire cependant très attention lorsqu'on applique cette méthode, parce que si on ne connaît pas précisément le champ magnétique sur la surface choisi, on peut aboutir à des résultats erronés, comme on le verra dans l'exemple de la fois prochaine.

Notes

Summary



11m 15s