

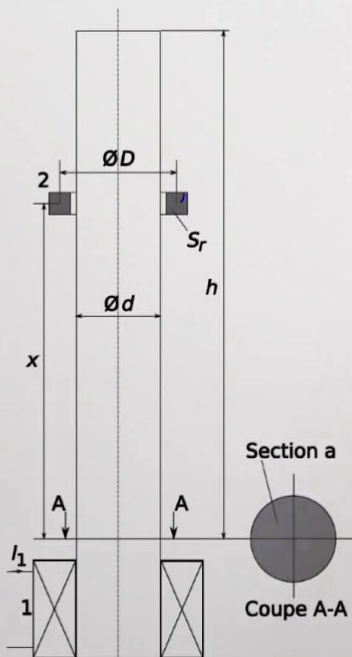
Bonjour. Dans cette vidéo, nous allons faire un exercice ensemble. L'exercice en question, c'est celui d'une jumping ring, dont vous avez vu une démonstration. Le but ici, c'est de voir comment on peut faire un modèle relativement simple d'un dispositif aussi compliqué. Comme c'est un exercice difficile, je vais vous guider dans la solution et je vous recommande vraiment d'arrêter la vidéo avant que je ne donne toutes les réponses. Vous pouvez maintenant lire la donnée et on va voir ensemble comment résoudre le problème. Alors ici, on a un dessin de ce dispositif à jumping ring. Donc l'anneau qui est... qui bouge, c'est un anneau en aluminium qui est dessiné ici, qu'on a ici une figure axisymétrique autour de cette axe-ci ou une figure de révolution. Donc vous avez l'anneau, là, vous avez la partie qui guide l'anneau qui est ferromagnétique, qui se trouve ici et puis la bobine primaire, donc la bobine qui sert à transmettre l'énergie électrique et magnétique qui va devenir finalement de l'énergie mécanique. Eh bien elle est, là, en bas. Et puis on a vu que la section de notre dispositif en matériaux ferromagnétiques, c'est quelque chose qui est fait avec des tôles, parce qu'on a une brusque variation de flux dans ce dispositif.

Notes

Summary



0m 04s



Laplace : $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$

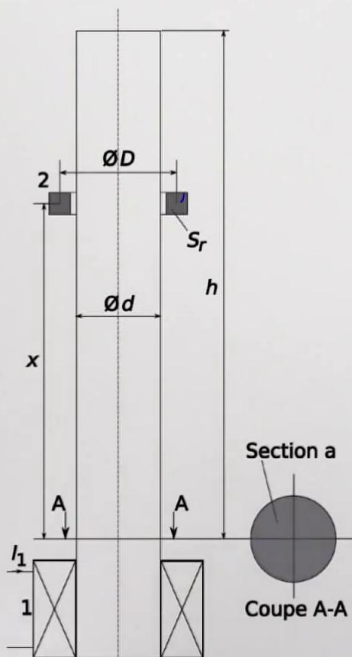
Eh bien, la section de cette partie ferromagnétique, elle est dessinée ici, elle est circulaire. Alors, la première question qu'on se pose, c'est : « Comment est-ce que je peux calculer la force dans l'anneau ? ». La force dans l'anneau, on va la calculer, pour simplifier un peu les choses, dans le cas où l'anneau ne bouge pas. Donc, on enclenche le système et puis la position de l'anneau s'est stabilisée à la hauteur x . Comment est-ce qu'on peut calculer la force qui s'exerce sur cet anneau ? Alors, il y a trois méthodes. Je vous aide. Dans notre méthodologie, on a trois possibilités. Donc, la première possibilité, c'est la méthode de l'équation de Laplace. Pour ça, on a besoin du courant dans un dispositif. On doit l'intégrer sur le conducteur qui est concerné par la force et puis on a besoin du champ dans lequel se trouve ce conducteur. Alors là, ça tombe bien, parce qu'on a un conducteur dans un champ magnétique. Il y a juste un petit souci pour appliquer Laplace, c'est qu'en gros il faut connaître le champ magnétique dans lequel se trouve l'anneau. Puis ça, à part de faire vraiment des calculs par éléments finis eh bien, c'est relativement compliqué. Donc, ça va pas être Laplace.

Notes

Summary



1m 51s



- Laplace i. $\vec{d} \times \vec{B}$
 - Maxwell
 - Dérivée de l'énergie
- $$F_x = \frac{1}{2}$$

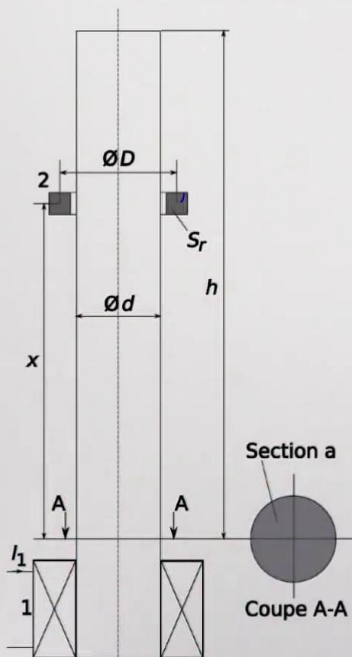
Deuxième possibilité, c'est le tenseur de Maxwell. Je vous rappelle que pour pouvoir connaître le... Enfin pour pouvoir appliquer le tenseur de Maxwell, faut pouvoir connaître le champ magnétique correctement sur une surface qui entoure la partie mobile. Alors, on pourrait très bien avoir une surface qui vient entourer la partie mobile, l'anneau, par contre, le souci c'est le même qu'avant, c'est-à-dire qu'on connaît pas bien le champ magnétique qui va être à cet endroit-là. Du moins pas assez bien pour pouvoir utiliser Maxwell. Troisième possibilité. Qu'est-ce qu'il reste ? Eh bien, c'est la dérivée de l'énergie. Méthode de la dérivée de l'énergie avec. deux circuits électriques, ben, la bobine primaire et puis l'anneau. Donc, ça fait deux circuits électriques, ça va être deux inductances propres et une inductance mutuelle et puis un degré de liberté, c'est la position x . Là, je vous laisse réfléchir à l'expression de la force. Vous pouvez arrêter la vidéo si vous voulez et puis je vais l'écrire. Donc, la force qui s'exerce sur l'anneau, la force de x . On peut l'écrire comme étant l'expression de la dérivée, de la dérivée de la coénergie. Si on veut vraiment être correct au niveau du langage.

Notes

Summary



3m 32s



- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$

- Maxwell

- Dérivée de l'énergie

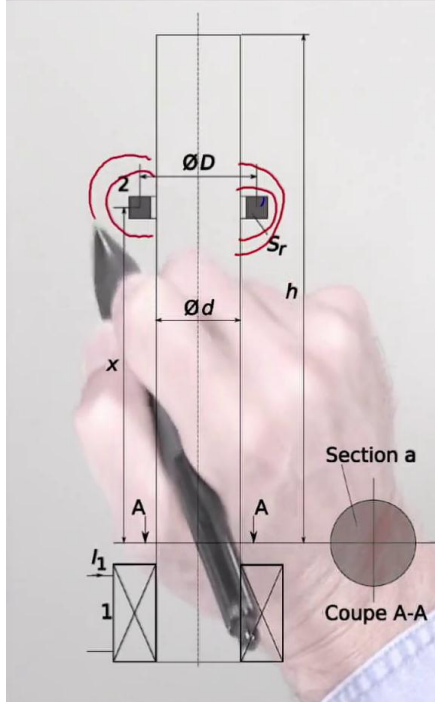
$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

Puisqu'on fait bien la dérivée de la coénergie, dans ce cas-là où on n'est pas saturé, où on a fait l'hypothèse que c'était pas saturé. Ça revient au même que de faire celle de l'énergie magnétique. Mais ça, c'est un détail. Donc, dérivée de la coénergie. La force peut être exprimée dans un système linéaire, comme étant la dérivée de toutes les inductances des bobines du système. Donc, il y a l'inductance propre de la bobine primaire, j'ai envie de dire. Après, il va y avoir une inductance mutuelle entre les deux bobines, puisque l'anneau est une... en quelque sorte une bobine aussi, avec une seule spire. Et puis, la dernière inductance qui est l'inductance propre de l'anneau. OK. Il faut pas que j'oublie la dérivée, parce qu'autrement ça va pas marcher. Donc, qu'est-ce qu'on a dit ? On a dit qu'on devait calculer la force à partir de là. Donc, il nous faut calculer la dérivée de l'inductance propre de la bobine primaire en fonction de la position de l'anneau. Alors ça, c'est vite calculé, parce qu'en gros si on néglige la saturation, on peut mettre l'anneau où on veut, eh bien, l'inductance propre, qui correspond au chemin du flux créé par la bobine primaire et puis qui passe dans la bobine primaire, en fait.

Notes

Summary





- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$

- Maxwell

- Dérivée de l'énergie

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

$= 0$

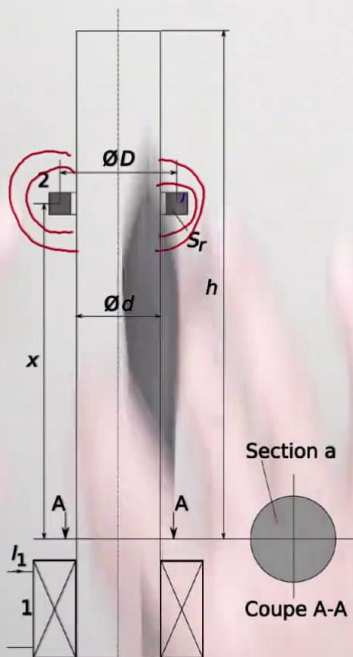
Eh bien, le chemin du flux créé par la bobine primaire, il va pas changer. Donc, ça, ça va valoir zéro. L'anneau n'influence pas le chemin du flux, à part s'il y a de la saturation et là on [inaudible 00:07:46]. Ensuite, on a dit que, on faisait l'hypothèse que l'inductance propre de l'anneau ne variait pas en fonction de sa position. Alors ça, c'est une hypothèse qui est pas correcte. Enfin, pas entièrement valide, parce que si vous approchez du sommet de la colonne ou bien si vous allez très bas, et bien on va avoir des effets de bord qui vont faire que l'inductance varie. Mais c'est vrai que si on reste au milieu, eh bien... Et qu'on fait passer du courant dans l'anneau, eh bien les lignes de champ... Je vais les dessiner. Je vais en dessiner quelques-unes. Les lignes de champ du flux créé par le courant qui circule dans l'anneau, que par celui-là, ben elles vont faire comme ça. Quelque chose comme ça. Puis de l'autre côté aussi. Enfin de l'autre côté, c'est circulaire. Et puis dès qu'on recommence à s'éloigner de l'anneau, eh bien l'influence de la partie qui va être à l'extérieur, elle va être extrêmement faible.

Notes

Summary



7m 26s



- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$
 - Maxwell
 - Dérivée de l'énergie

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} \cdot i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

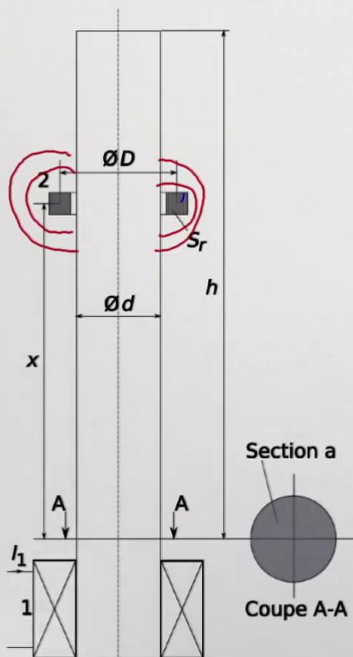
$$U_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}$$

Le flux qui passe, qui est créé par l'anneau et qui passe dans l'anneau, il est vraiment concentré à proximité de l'anneau. Et donc, de ce fait-là, on va dire que ça c'est aussi zéro. Bon, ça nous arrange bien. Donc, qu'est-ce qu'il nous faut calculer, maintenant pour calculer cette force ? Ben, il nous faut avoir une expression de L_{12} . Donc l'inductance mutuelle, en fonction de x , la hauteur de l'anneau et puis I_1 , on le connaît et puis, il nous faut une expression de I_2 . Comment est-ce qu'on peut obtenir l'expression de I_2 ? Ben, on se dit, Il faut commencer à faire les équations de la tension induite de notre système. Alors, l'équation de la tension induite ou la loi d'Ohm généralisée du système, eh bien c'est $U = RI + d\psi/dt$ Dans ce cas-là, c'est U_2 qui vaut RI donc $R_2 I_2$. Et puis $d\psi_2/dt$. Que vaut U_2 ? Ben l'anneau, il est en court-circuit, y'a pas de source externe à l'anneau. En fait, toute la tension qui va induire du courant dans l'anneau, elle va venir de la tension induite de transformation, dans ce cas-là qui est créée par l'inductance mutuelle entre ces deux. Donc ça sera un terme qui dépend de l'inductance mutuelle entre les deux, mais il y a pas de source de tension branchée directement sur l'anneau.

Notes

Summary





- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$
- Maxwell
- Dérivée de l'énergie

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

$$0 = U_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}$$

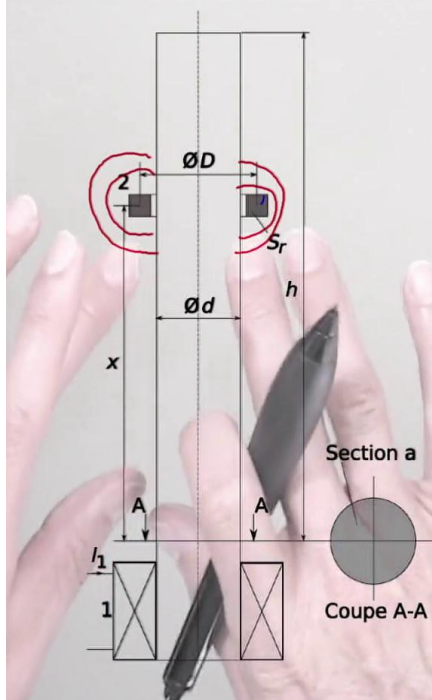
$$\psi_2 = L_{22} i_2 + L_{12} i_1$$

Donc ça, U_2 , ça vaut zéro. Comment est-ce qu'on calcule ψ_2 ? Ben ψ , c'est Ψ est égal à LI . Dans ce cas-là, on a deux composantes de flux. On a un flux propre et puis on a un flux mutuel ou un flux totalisé mutuel, flux totalisé propre. Une fois qu'on a écrit ça, on se rend compte de qu'est-ce qu'il nous faut pour calculer notre courant I_2 . Ben, dans un premier temps, il va nous falloir la résistance de l'anneau. On peut la calculer à partir des propriétés géométriques et de résistivité de notre matériaux choisi. Il nous faut la dérivée du flux totalisé qu'on peut obtenir à partir de l'expression de l'inductance L_{22} et puis de l'expression de l'inductance L_{12} . Une fois qu'on a écrit ces équations, on peut en tirer I_2 qu'on peut injecter là-dedans. Je vais encore écrire la dérivée, en disant : « Voilà, on est dans un cas statique. L'inductance de l'anneau et l'inductance mutuelle vont pas varier en fonction du temps ». D'accord ? On suppose que l'anneau ne bouge pas au moment où on fait le calcul de la force. Ça simplifie quand même passablement les choses, parce que ça veut dire que notre $d\psi_2/dt$, eh bien, il va devenir quelque chose dont on a l'habitude.

Notes

Summary





- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$

- Maxwell

- Dérivée de l'énergie

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

$$0 = U_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}$$

$$\psi_2 = L_{22} i_2 + L_{12} i_1$$

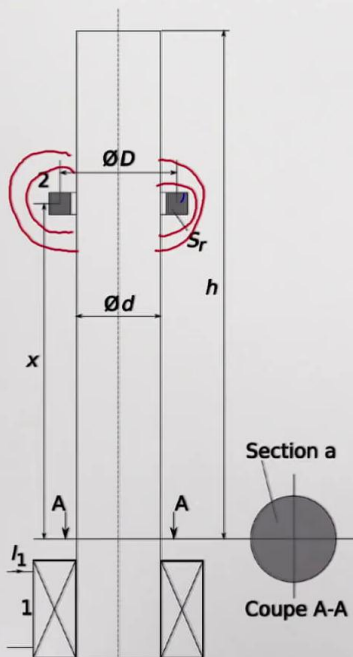
$$\frac{d\psi_2}{dt} = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt}$$

Si on considérait la dynamique, eh bien, on serait obligé de tenir compte de la dérivée de L_{22} et la dérivée temporelle de L_{12} . Mais là, c'est pas le cas. Donc, on a une expression qui est purement électrique avec une variation de courant qui va être sinusoïdale vu qu'on va alimenter notre bobine primaire avec une tension sinusoïdale. Donc, je vais résoudre ces équations après. Mais, pour le moment, pour pouvoir avancer encore, il me faut vraiment des expressions de l'inductance mutuelle et puis de l'inductance propre. Et puis, c'est là que c'est relativement difficile de voir les choses, parce que, eh bien, on va faire des hypothèses qui vont nous permettre de faire des simplifications. La première simplification qu'on va faire, c'est de calculer L_{22} . Pour calculer L_{22} , on nous a dit que, L_{22} ne variait pas en fonction de la position de l'anneau et puis il y a une position où on peut l'obtenir en fonction de L_{11} . Cette position, c'est quand on met l'anneau tout en bas. Pourquoi ça ? Eh bien, parce que si on imaginait que cette bobine... Enfin cette Bobine, cet anneau était une bobine ponctuelle et que celle-ci était également une bobine ponctuelle, eh bien, on pourrait dire que le chemin des flux qu'elles créent, c'est exactement les mêmes.

Notes

Summary





- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$
- Maxwell
- Dérivée de l'énergie

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

$$0 = U_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}$$

$$\psi_2 = L_{22} i_2 + L_{12} i_1$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt}$$

$$L_{11} = N_1^2 \cdot \mathcal{L}_{11}$$

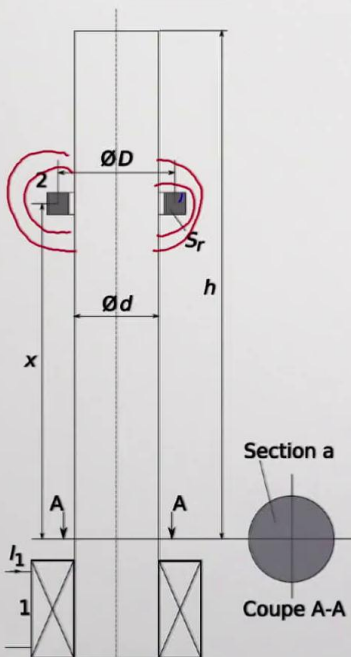
$$L_{22} = N_2^2 \cdot \mathcal{L}_{22}$$

Qu'est-ce que ça veut dire, ça ? Si les deux bobines ponctuelles sont au même endroit, eh bien, elles ont un chemin des flux qui est le même. Donc une perméance qui est la même. Or, on sait que, une inductance propre, on peut l'exprimer en fonction du nombre de spires fois une perméance. Dans ce cas-là, propre. Et puis, c'est la même chose pour l'inductance de l'anneau. Bon, ça, ça vaut un. Et donc, si je dis que le chemin du flux de L_{11} est le même que celui de L_{22} , en théorie, ça serait le cas si les deux sont confondus. Donc, l'anneau est à cet endroit, ici, et puis il faudrait pour que ça soit vraiment le cas que les deux bobines soient d'exactement de même taille. Je pense qu'on est pas trop mal avec cette hypothèse-là, parce qu'il y a des phénomènes qui se compensent, mais on va pas rentrer dans les détails. C'est pas trop faux. C'est une hypothèse qui nous permet de déterminer l'inductance propre de l'anneau juste à partir de la mesure de celle de la bobine primaire. C'est assez pratique, quand même. Avec une mesure, j'arrive à avoir une expression qui est relativement précise. Donc, qu'est-ce que j'ai dit ? Qu'est-ce que ça implique ?

Notes

Summary





- Laplace $i \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$

- Maxwell

- Dérivée de l'énergie

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{dx} i_1^2 + \frac{dL_{12}}{dx} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{dx} i_2^2$$

$$0 = U_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt}$$

$$\psi_2 = L_{22} i_2 + L_{12} i_1$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = L_{22} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt}$$

$$L_{11} = N_1^2 \cdot \mathcal{L}_{11}$$

$$L_{22} = N_2^2 \cdot \mathcal{L}_{22} \quad \mathcal{L}_{22} = \mathcal{L}_{11}$$

$$L_{22} = \frac{L_{11}}{N_2^2}$$

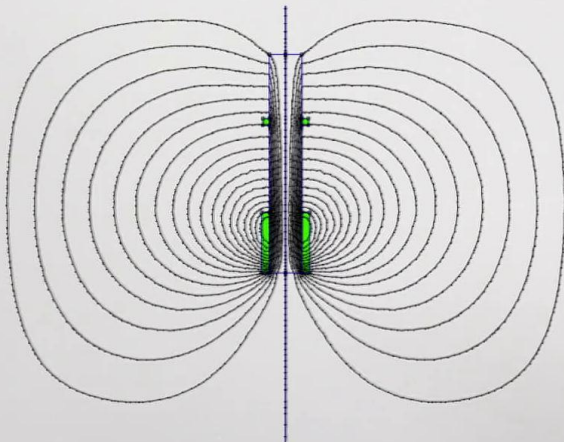
Ben si les chemins des flux sont les mêmes, ben ça veut dire que λ_2 va être égale à λ_1 et donc je peux écrire l'expression de l'inductance L_2 , à partir de l'expression de l'inductance L_1 . Et puis N_2 , ça vaut un. N_1 , c'est le nombre de spires N de la donnée. Donc, j'ai l'expression de l'inductance L_2 , il me manque l'expression de l'inductance L_1 ... L_1 , pardon. L_1 , je l'ai mesurée. Pour pouvoir résoudre cette équation, ici. Celle-là.

Notes

Summary



L_{12}



En tirant I_2 et puis l'injectant là-dedans, pour pouvoir calculer l'expression de l'inductance mutuelle, L_{12} , eh bien, j'ai le besoin d'avoir une image des flux qui circulent dans mon dispositif. Alors là, j'ai fait une simulation parallèlement finie. J'ai fait que la moitié, parce qu'on élimine un peu de temps de calcul et puis c'est un système axisymétrique. Donc, en fait si je veux le simuler précisément, j'ai même pas le choix et puis j'ai représenté deux fois le flux. Donc, vous reconnaissez la bobine primaire, l'anneau, ici et puis vous voyez la distribution des flux. Ce que je cherche à avoir, c'est l'inductance L_{12} comme une fonction de L_{11} . Donc, comment est-ce qu'on peut lier L_{12} à L_{11} , que j'ai mesuré, que je connais. Eh bien, en partant de l'hypothèse qu'on a fait, de dire que le champ magnétique ou le champ d'induction magnétique B eh bien, va être le même sur toute la surface de notre tube. Et si on fait ça, eh bien, en exprimant les inductances, en fonction de cette induction magnétique, eh bien, je vais pouvoir éliminer cette valeur et donc exprimer l'inductance L_{12} , en fonction de L_{11} .

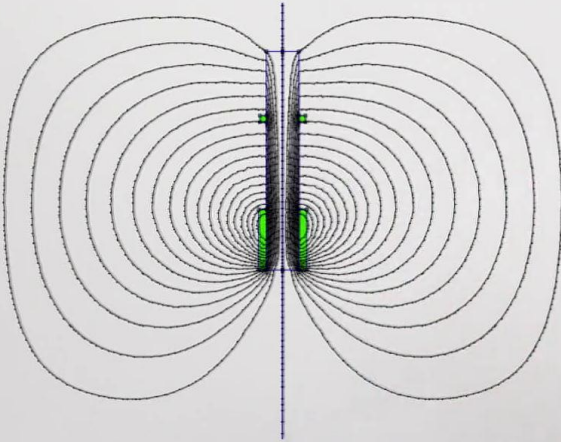
Notes

Summary



17m 18s

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1}$$



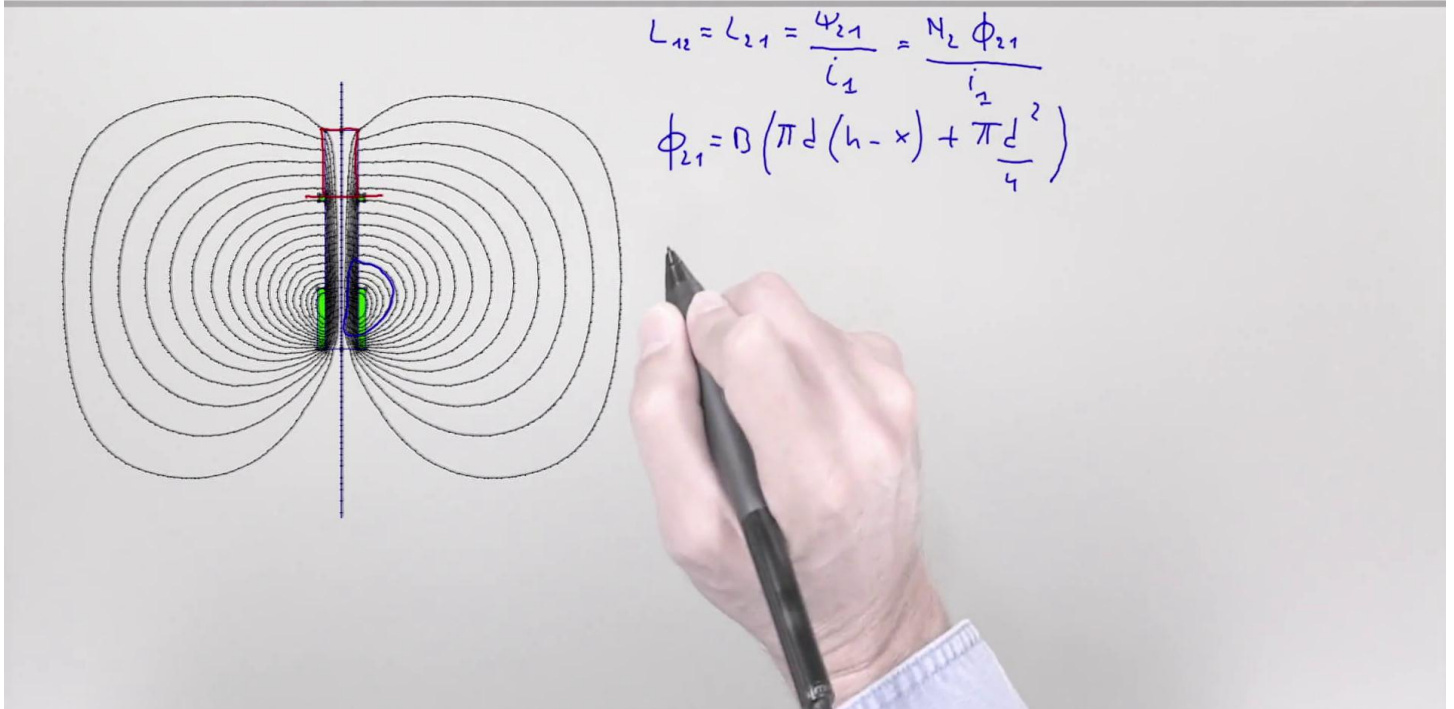
Alors maintenant, pour faire l'exercice, il vous faut arrêter la vidéo et puis essayer d'exprimer L_{11} et L_{12} , en fonction des flux propres et mutuels et puis ensuite d'intégrer en fait, l'induction pour obtenir ces flux, et puis d'éliminer cette induction. Voilà. Donc, on va reprendre la correction de l'exercice, en supposant que vous l'avez fait. Donc, L_{12} , c'est aussi égal à L_{21} . Donc L_{21} , c'est un flux totalisé. Le flux totalisé qui est, qui passe par la bobine 2, donc, Ψ_{21} , qui est créé par la bobine 1, divisé par le courant qui le crée. Bon, que vaut le flux totalisé dans l'anneau ? C'est le nombre de spires de l'anneau, c'est-à-dire, 1 fois le flux. Φ de 1 et puis on a le courant qui le crée. C'est plus facile de calculer le flux totalisé créé par la bobine 1 et qui passe dans la bobine 2, que le contraire. C'est pour ça que je l'exprime comme ça. Comment est-ce qu'on crée, comment est-ce qu'on calcule ce flux ? Ben on a supposé que B était constant sur toute cette surface. Et puis, que vaut le flux mutuel ? Ben, c'est le flux qui passe à la fois dans la bobine 1 et dans la bobine 2. Donc, ça va être le flux qui coupe cette surface-ci.

Notes

Summary

19m 11s



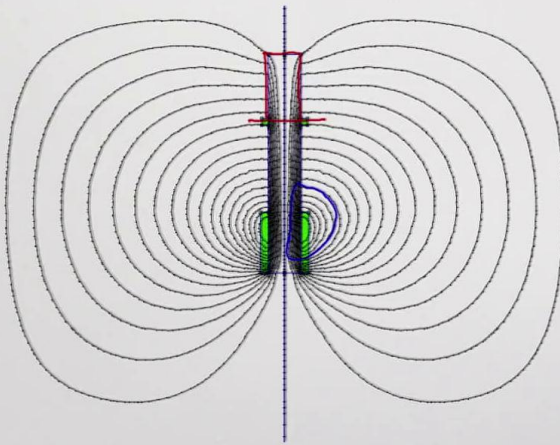


Tout le flux qui coupe cette surface-ci, eh ben, il va également couper la section de cette... de l'anneau. Donc, c'est du flux créé par la bobine 1 et puis, qui est mutuel, parce que, il passe également dans la bobine 2. Si je dessine une autre ligne de flux, bon, je peux la dessiner en bleu. Allez, je suis celle-là. Ça ça va être une ligne de flux de fuite, parce qu'elle passe dans la bobine 1, mais pas dans la 2. Donc, commence est-ce que je calcule ϕ de 1 ? Eh bien, je vais intégrer sur cette surface rouge. Alors, je le fais. Je vais intégrer l'induction B sur cette surface rouge. On a supposé que B était plus ou moins constante sur toute la surface du tube. Donc à la surface. Et puis, je dois intégrer deux composantes. Ben, le cylindre, ici et puis le dessus du chapeau, ici. Donc, le cylindre, eh bien, c'est une expression relativement simple. Et puis, le dessus du chapeau, aussi, puisque c'est celle d'un disque. Bon, vous allez me dire, on a gagné une variable, ϕ de 1, mais on en a une nouvelle inconnue. Pour ça, il faut faire la même chose que pour l'expression de L_{11} . Donc, L_{11} , ça va être le flux totalisé qui passe dans cette bobine divisé par le courant qui le crée.

Notes

Summary





$$L_{12} = L_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_1} = \frac{N_2 \phi_{21}}{i_1}$$

$$\phi_{21} = B \left(\pi d (h - x) + \pi \frac{d^2}{4} \right)$$

$$L_{11} = \frac{\psi_{11}}{i_1} = \frac{N_1 \phi_{11}}{i_1}$$

$$\phi_{11} = B \left(\pi d h + \pi \frac{d^2}{4} \right)$$

$$L_{12} = \frac{1}{N_1} \cdot L_{11} \left(1 - \frac{x}{h + \frac{d}{4}} \right)$$

Donc, créé par 1 et mesuré ou vu par 1 également. Et puis, ben, on peut écrire l'expression de la même manière. Sauf que ce coup-là, eh bien je vais pas intégrer le flux mutuel, je vais intégrer que le flux propre. Donc, je vais intégrer que la partie supérieure du tube. Je vais pas intégrer tout le tube, parce que ça va forcément être une surface fermée, ça va me donner une intégrale nulle, puisque le... Si j'intègre le flux sur une surface fermée, la divergence de B étant nulle, eh bien, je vais avoir une intégrale nulle. Par contre, si comme j'ai fait l'hypothèse que tout le flux passait par là, si j'intègre que la surface supérieure de mon tube, ben je vais avoir le flux propre créé par ma bobine primaire. Donc, ce coup-là, j'intègre sur toute la hauteur. Et puis ensuite, eh bien je peux éliminer B. Je peux obtenir l'expression de ϕ de 1. Je l'injecte là-dedans et puis je vous laisse faire les calculs. J'obtiens l'expression de L_{12} .

Notes

Summary



23m 39s

$$U_2 = 0 = R_2 i_2 + L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

$$R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_{12} \underline{I}_1 + j\omega L_{22} \underline{I}_2 = 0$$

$$\underline{I}_2 = \frac{-j\omega L_{12}}{R_2 + j\omega L_{22}} \underline{I}_1$$

$$I_2 = |\underline{I}_2|$$

$$\theta =$$

Voilà. On a calculé l'inductance mutuelle L_{12} . On va pouvoir obtenir sa dérivée. Il nous reste à calculer I_2 . Donc le courant qui circule dans l'anneau. Et pour ça, on va reprendre notre équation de la tension induite, puis on va y injecter notre expression de L_{12} . Et puis, y'a juste une petite feinte qu'il faut voir à cet endroit qui a une petite difficulté à cet endroit, qu'on va voir ensemble. L'expression de notre équation de tension induite. Donc, U_2 , c'est zéro et puis c'est égal à $R_2 I_2$. Qu'est-ce qu'il faut faire lorsque on a une expression de ce type, en sachant que nos sources sont toutes sinusoïdales et qu'on est dans un système qui est non saturé ? Ben la solution la plus simple, c'est de passer un complexe et donc de transformer cette équation en une équation en phaseur complexe. Ensuite, on peut en extraire I_2 . Et puis I_2 , ben c'est un phaseur complexe, il va avoir un argument... Enfin, une norme d'abord, I_2 . Donc, la norme de I_2 . Et puis, il va avoir comme angle de déphasage, avec I_1 , θ , et ça, ce sera... Si on suppose que I_1 est réel et purement réel, et ce qu'on fait en général pour simplifier les choses, ce sera l'angle de déphasage entre I_2 et I_1 , ça va être l'argument de I_2 .

Notes

Summary



25m 27s

$$U_2 = 0 = R_2 i_2 + L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

$$R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_{12} \underline{I}_1 + j\omega L_{22} \underline{I}_2 = 0$$

$$\underline{I}_2 = \frac{-j\omega L_{12}}{R_2 + j\omega L_{22}} \underline{I}_1$$

$$I_2 = |\underline{I}_2| \quad i_1 = \sqrt{2} \underline{I}_1 \cdot \cos(\omega t)$$

$$\theta = \arg(\underline{I}_2) \quad i_2 = \sqrt{2} \underline{I}_2 \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$F_x = \frac{dL_{12}}{dx} \cdot i_1 i_2 = \frac{L_{11}}{N_1} \left(-\frac{1}{h + \frac{d}{4}} \right) \sqrt{2} \underline{I}_1 \cdot \cos \omega t \cdot \sqrt{2} \underline{I}_2 \cos(\omega t + \theta)$$

Là, il y a deux possibilités. Soit on repasse en réel et on écrit que, ben, I_1 c'est un cosinus. 1 donc racine de 2. 11 fois cosinus de ωt . La même chose pour I_2 . Comme on a des grandeurs efficaces, on est obligé de multiplier par racine de 2. On peut faire ça, on repasse en réel, on introduit ces expressions dans l'expression de la force. C'est ce que vous avez dans le corrigé papier et puis ça nous donne une expression de la force qui va être une sinusoïdale, une expression sinusoïdale dont on va calculer la valeur moyenne. On peut aussi rester en complexe si on le souhaite. C'est à peine différent, on va dire. C'est pas forcément plus compliqué. Puisqu'on parle de la force, je réécris son expression donc, f_x ... Il y a que le terme mutuel, il y a pas d' une demi sur le terme mutuel. Ça, on se rappelle. Et puis on remplace tout. Et ça va nous donner, cette expression-là. J'ai fait la dérivée I_1 , comme le x apparaissait que dans le deuxième terme, c'était assez facile à faire. Il nous reste à calculer la valeur moyenne de la force.

Notes

Summary



$$U_2 = 0 = R_2 i_2 + L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

$$R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_{12} \underline{I}_1 + j\omega L_{22} \underline{I}_2 = 0$$

$$\underline{I}_2 = \frac{-j\omega L_{12}}{R_2 + j\omega L_{22}} \underline{I}_1$$

$$I_2 = |\underline{I}_2| \quad i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t)$$

$$\theta = \arg(\underline{I}_2) \quad i_2 = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \theta)$$

$$F_x = \frac{dL_{12}}{dx} \cdot i_1 i_2 = \frac{L_{11}}{N_1} \left(-\frac{1}{h + \frac{d}{4}} \right) \sqrt{2} I_1 \cos \omega t \cdot \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \theta)$$

$$\bar{F}_x = -\frac{L_{11}}{N_1} \frac{1}{h + \frac{d}{4}} \cdot I_1 I_2 \cos \theta$$

Pour calculer la valeur moyenne de la force, ben soit, on fait l'intégrale de ceux-ci sur une période, soit, on se rappelle que quand on faisait le calcul de la puissance moyenne sur un régime sinusoïdal, c'était le produit de la valeur efficace de U fois la valeur efficace du courant fois le cosinus de l'angle compris. $U I \cos \Phi$ Et puis, on se dit : « Ben ça doit bien être la même chose ici ». Donc, c'est la manière on va dire complexe, entre guillemets, puisqu'elle est pas si complexe que ça, de faire les calculs. Le résultat des courses, que vous utilisiez une méthode ou l'autre, eh bien, ça vous donne le résultat suivant : vous avez bien le produit des valeurs efficaces des deux courants fois le cosinus de l'angle qui les sépare. Ça, ça vous donne la valeur moyenne de la force. Ce qui est relativement intéressant d'avoir. Voilà, cet exercice nous a permis d'appliquer la méthodologie du calcul de la force par la dérivée de la coénergie et aussi de revoir les concepts inductance propre et d'inductance mutuelle. On voit aussi qu'on peut développer un modèle analytique simple d'un système électro-mécanique complexe et ça, c'est vraiment très utile quand on doit faire du dimensionnement d'un actionnaire.

Notes

Summary

