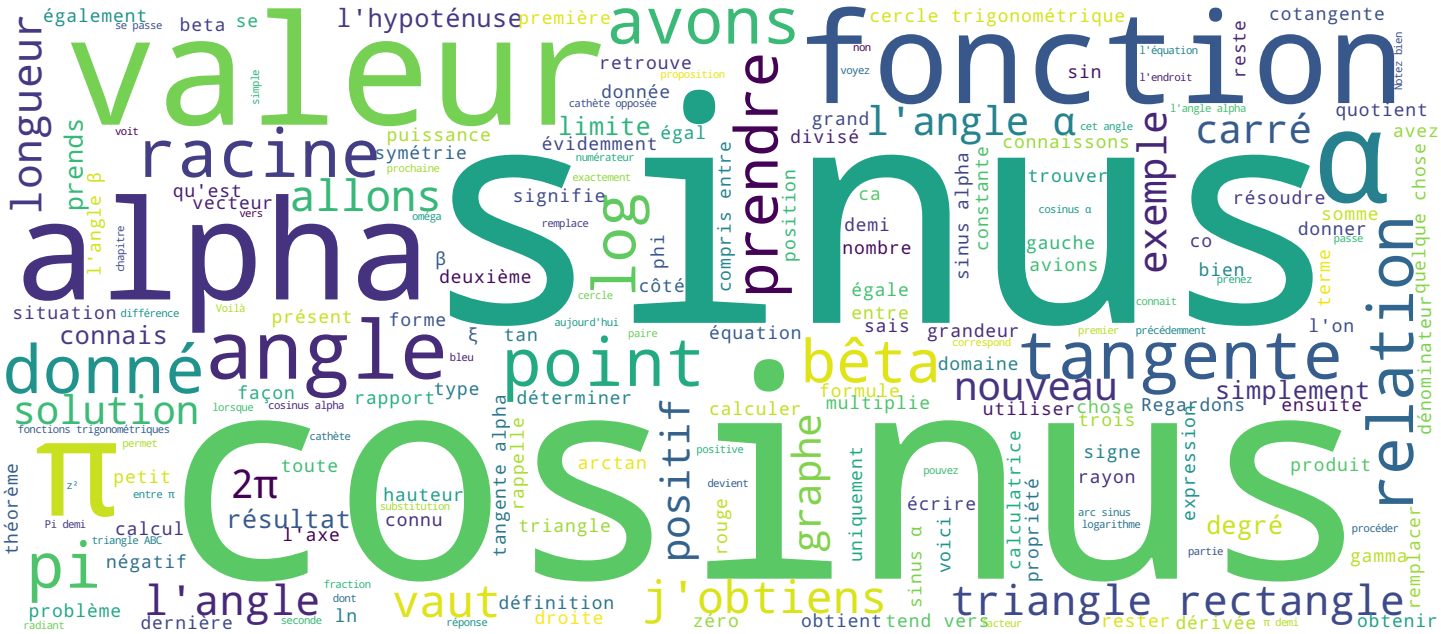
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Les fonctions trigonométriques sinus et cosinus et leurs inverses

2.3 Le triangle rectangle

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Prof Hans-Jörg Ruppen



Search MOOC

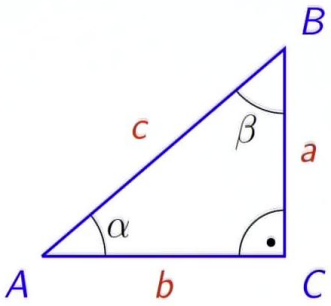
Video

EPFL

Triangle rectangle : notations

Soit ABC un triangle rectangle en C.

- On note α l'angle en A, β l'angle en B et γ l'angle droit.
- On note a la longueur du segment BC (la cathète opposée à l'angle α), b la longueur du segment AC (la cathète opposée à l'angle β) et c la longueur de l'hypothénuse AB.



Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Bonjour. Lors des séances précédentes, j'ai introduit les fonctions trigonométriques sinus et cosinus. Aujourd'hui, je vais appliquer ces deux fonctions, sinus et cosinus, à des calculs qui se font dans le cadre d'un triangle rectangle. Considérons donc un triangle rectangle, un triangle ABC, qui va être rectangle en C. Introduisons quelques notations. On va noter : α, l'angle en A, β, l'angle en B, l'angle droit, qui est l'angle en C, sera γ. On va dire que "a" est la longueur du segment opposé à A, ou à α. Donc "a" est opposé à A, "a" est opposé à α. De façon similaire, "b" va être la longueur du segment AC, c'est-à-dire, la longueur du segment opposé à B, opposé à β. Et "c", c'est la longueur de l'hypoténuse qui est opposée à C.

Notes

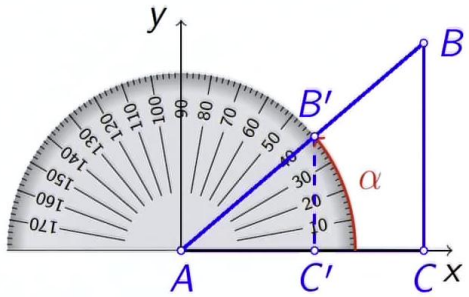
Summary

0m 04s

Cosinus de l'angle α

et de façon similaire :

$$\cos\alpha = \frac{\overline{AC'}}{1} = \frac{\overline{AC'}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\text{cathète adjacente à l'angle } \alpha}{\text{hypothénuse}}.$$



Alors, là, vous retrouvez ce triangle ABC, rectangle en C, avec l'angle α en A. Rappelons quand même qu'une homothétie de centre A va converser les proportions, et cela nous permet d'écrire la relation que vous voyez là. Donc, le sinus de α -- α est l'angle ici... Le plus simple serait de dire que le sinus est donné par B'C' si le rayon du rapporteur ici vaut 1. Pour ce B'C', je considère que c'est B'C' sur 1, à condition que le rayon ici soit 1. Donc AB' vaut 1. Donc je peux dire que le sinus d'α est en fait un rapport de longueur entre B'C' et AB', un rapport qui est conservé. Et je peux remplacer ce rapport B'C' / AB' par BC/AB. Ou en langage courant, je peux dire que le sinus de α est le rapport entre la cathète qui est opposée à α, c'est BC, et l'hypoténuse. De façon similaire, pour le cosinus, je peux argumenter de la façon suivante : donc si ce rapport a un rayon de 1, le cosinus de α correspond à AC'. AC', je peux l'écrire comme AC' / 1, AC' sur le rayon AB'. Et par homothétie, je peux dire que ce rapport est également donné par AC divisé par AB. Donc cette fois-ci, j'ai la cathète adjacente à "c" (à α) divisée par l'hypoténuse.

Notes

Summary

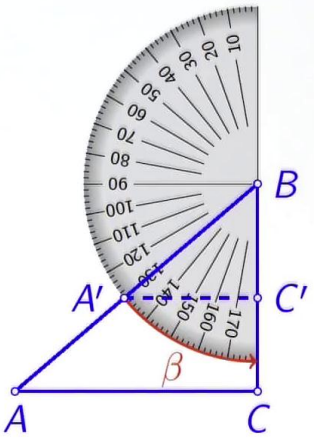
1m 08s

Sinus et cosinus de l'angle β

D'une manière analogue nous avons :

$$\sin\beta = \frac{\overline{A'C'}}{1} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\text{cathète opposée à l'angle } \beta}{\text{hypothénuse}},$$

$$\cos\beta = \frac{\overline{BC'}}{1} = \frac{\overline{BC'}}{\overline{A'B}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\text{cathète adjacente à l'angle } \beta}{\text{hypothénuse}}.$$



On peut argumenter de façon tout à fait analogue pour l'angle β, où j'ai mis de nouveau un rapporteur de rayon 1. Et on peut dire que le sinus de β, où β est l'angle en B, le sinus est donné, dans le cas présent, par A'C', ou A'C' divisé par 1. Et ce rapport est conservé et il va donner AC sur AB, donc on a de nouveau : cathète opposée divisée par l'hypoténuse. Et pour le cosinus, le raisonnement similaire conduit à cathète adjacente à l'angle β sur hypoténuse.

Notes

Summary

2m 59s

Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle

Proposition

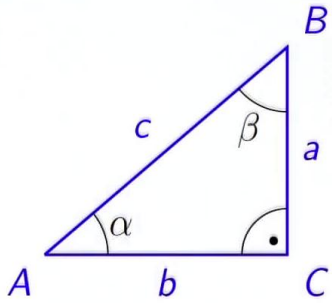
Dans le triangle rectangle ABC, on a :

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{cathète opposée à l'angle } \alpha}{\text{hypothénuse}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{cathète adjacente à l'angle } \alpha}{\text{hypothénuse}}$$

$$\sin\beta = \frac{b}{c} = \frac{\text{cathète opposée à l'angle } \beta}{\text{hypothénuse}}$$

$$\cos\beta = \frac{a}{c} = \frac{\text{cathète adjacente à l'angle } \beta}{\text{hypothénuse}}$$



Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Alors, formulons tout dans une proposition. Dans un triangle rectangle ABC, avec les notations usuelles, on a le sinus de α, c'est : a/c, c'est la cathète opposée à α sur l'hypoténuse. Le cosinus c'est : b/c, c'est la cathéte adjacente à l'angle α divisée par l'hypoténuse. Le sinus β, ici, c'est la cathète opposée, donc b/c, et le cosinus c'est : a, la cathète adjacente à β, sur l'hypoténuse.

Notes

Summary

3m 41s

Exemple 1

Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en C, on connaît la longueur de l'hypothénuse c et la valeur de l'angle α en A :

$$c = 12.6 \qquad \text{et} \qquad \alpha = 38°.$$

Déterminer les éléments manquants de ce triangle.

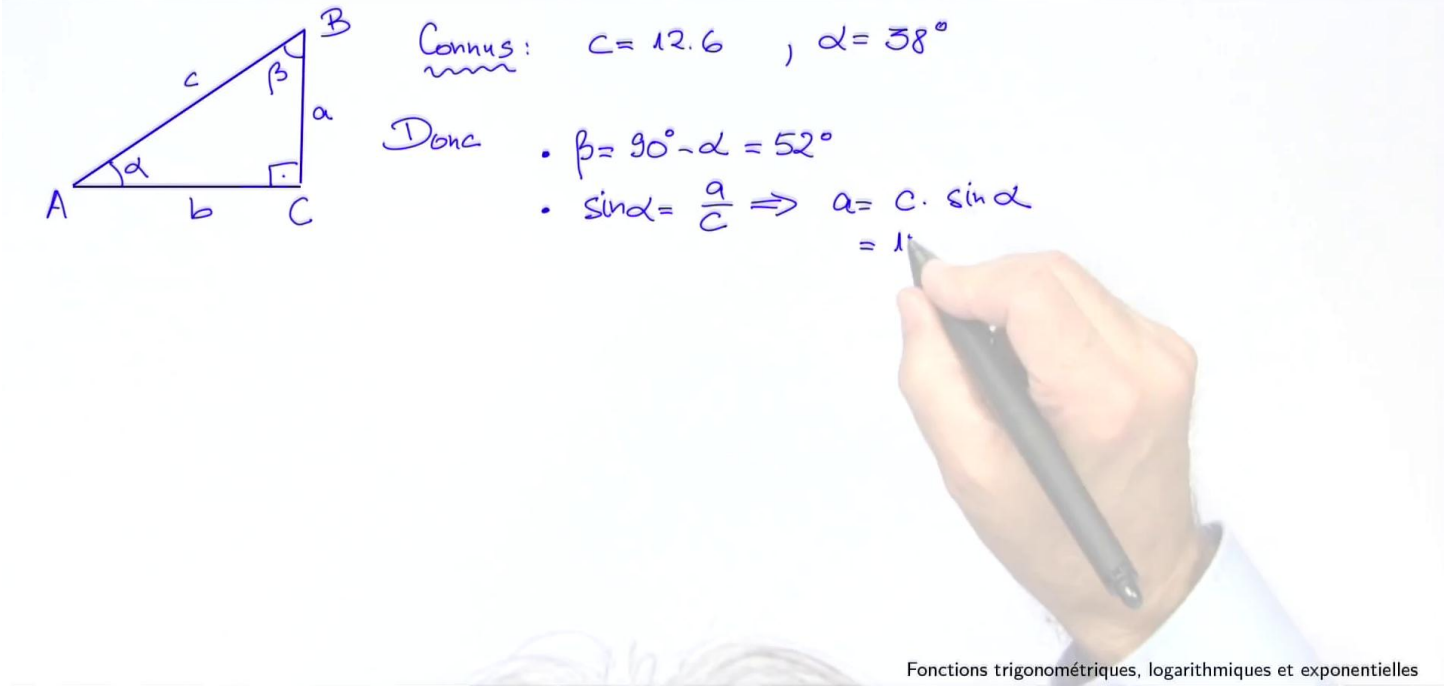
Alors, ces relations dans le triangle peuvent être appliquées à des calculs variées à l'intérieur du triangle rectangle, et nous allons l'illustrer sur quelques exemples. Dans un premier exemple, on va prendre ce triangle ABC, rectangle en C, donc avec les notations tout à fait standard, et on a supposé que nous connaissons la longueur de l'hypoténuse "c", elle est donnée par 12,6. Et nous connaissons la valeur de l'angle α en A, α = 38 degrés. Notez que usuellement, à l'intérieur des calculs de triangles, les angles ne sont pas mesurés en radiants. Ils sont mesurés en degrés, et nous allons jouer ce jeu. Donc nous allons prendre ici des angles que nous mesurons usuellement en degrés. Ce que nous sommes censés faire pour cette situation, nous aimerions déterminer ce qu'on appelle les éléments manquants de ce triangle. Alors, qu'est-ce qu'il manque ? Il manque la longueur "a" et "b". Il manque l'angle β. (Bon, α et l'angle droit sont donnés).

Notes

Summary

4m 11s

Exemple 1 (solution)



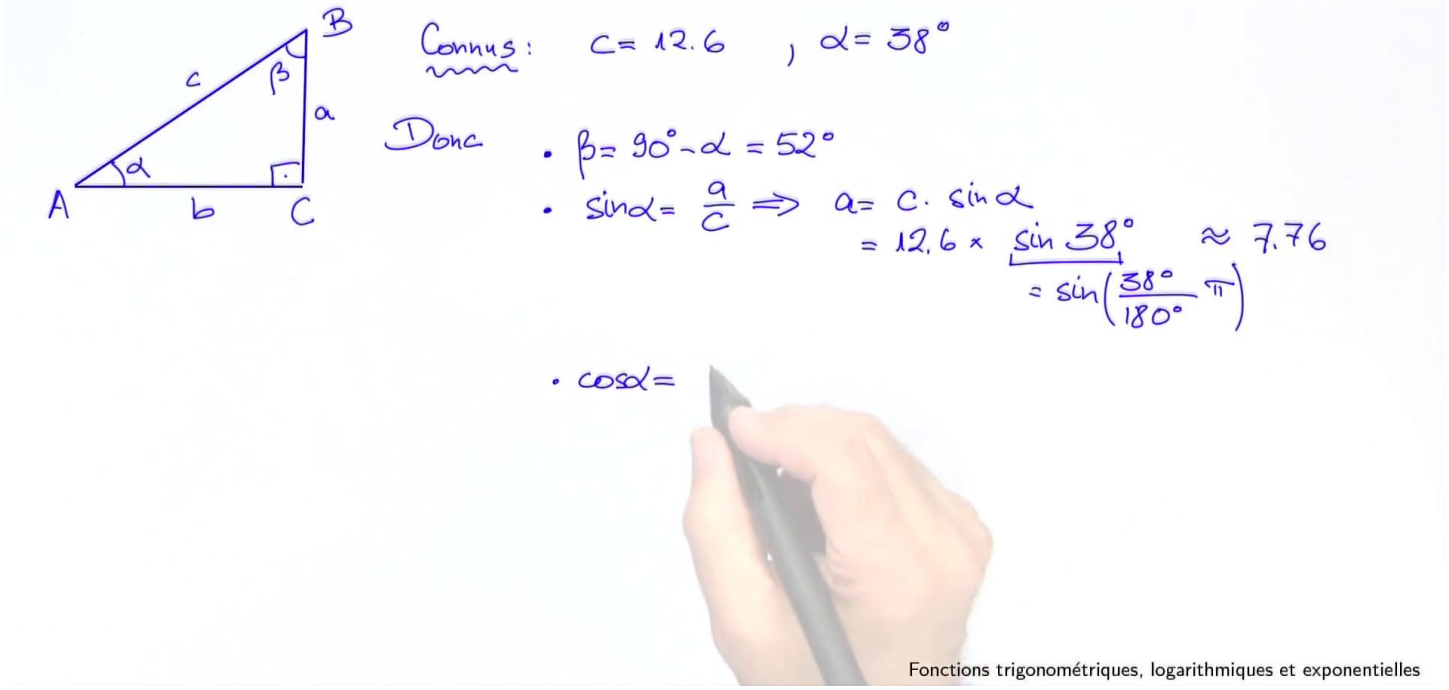
Regardons ce qui se passe. J'ai ce triangle. Il est rectangle en C. Ici, j'ai A. J'ai B. J'ai l'angle droit. Donc l'angle α, l'angle β, et ici j'ai "a", "c", et "b". Alors, qu'est-ce qui est connu ? Alors, on me dit que je connais l'hypoténuse : C vaut 12,6. On me dit que je connais l'angle α. Donc, je peux mener les calculs suivants. Une première remarque, c'est évidemment si je connais un des angles dans un triangle rectangle, un des angles qui n'est pas l'angle droit, je connais immédiatement l'autre. β est donné par 90 degrés moins l'angle α calculer en degrés aussi, et cela me mène à 52 degrés. Je connais l'hypoténuse mais je ne connais pas "a" et "b", alors essayons de déterminer "a". J'ai une relation qui fait intervenir l'angle α et qui fait intervenir "a" et "c". Donc dans ces trois grandeurs (α, "a", et "c"), 2 sont connues. L'angle α je le connais, et l'hypoténuse "c" je connais. Donc, écrivons cette relation. Le sinus de α est donné par le coté opposé "a" divisé par l'hypoténuse : a/c. Et je peux en tirer la grandeur "a" qui est donnée par "c" fois sinus α. Donc si j'introduis les valeurs que je connais. Là, c'est 12,6, que je multiplie par le sinus de 38 degrés.

Notes

Summary

5m 05s

Exemple 1 (solution)



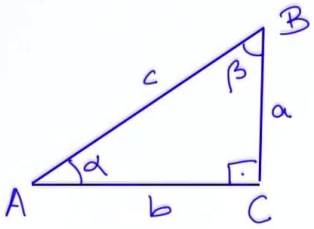
Notez bien que j'écris ici sinus de 38 degrés. En fait, c'est une abbréviation pour sinus... en fait le sinus accepte dans notre définition des angles en radiants. En fait il faudrait convertir ces 38 degrés en radiants, donc je devrais diviser ces 38° par 180° fois π. Mais nous n'allons pas alourdir l'écriture de cette façon à chaque coup. On va simplement dire que si on écrit sinus 38°, cela signifie que l'angle est transformé en radiants, et ensuite on détermine son sinus. C'est la façon usuelle de comprendre la chose. Alors, on peut prendre une calculatrice, alors sur une calculatrice, vous pouvez obtenir des valeurs pour le sinus de 38°, vous pouvez obtenir également la réponse de ce produit et vous allez obtenir quelque chose comme 7,76. Donc il nous reste "b". Alors, pour "b", qu'est-ce que nous connaissons ? Nous connaissons par exemple β, "c", et B. Cela pourrait être utilisé. Si vous voulez éviter d'utiliser l'angle β on peut aussi dire que vous connaissez α, "b", et "c", mais alors il faut remplacer le sinus par le cosinus, c'est ce que je vais faire. Donc je vais dire que le cosinus de α c'est le coté adjoint divisé par "c". Donc c'est b/c, ce qui me permet d'écrire pour b que c'est "c" fois le cosinus de α.

Notes

Summary

7m 07s

Exemple 1 (solution)



Connus : $c = 12.6$, $\alpha = 38°$

Donc

- $\beta = 90° - \alpha = 52°$
- $\sin\alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin\alpha$
  $= 12.6 \times \underbrace{\sin 38°}_{= \sin\left(\frac{38°}{180°}\pi\right)} \approx 7.76$
- $\cos\alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos\alpha$
  $= 12.6 \times \cos 38° \approx 9.93$

J'introduis les valeurs, 12,6, je multiplie par le cosinus de 38°. Le choix du cosinus ici est en quelque sorte un peu meilleur parce que je donne une réponse pour "b" qui pourrait rester sous la forme que voici, qui est une forme fermée : elle contient uniquement des éléments qui sont donnés -- "c" et α. Si j'avais utilisé l'angle β, j'aurais fait intervenir un angle calculé de façon intermédiaire éventuellement. Ici, de nouveau, vous prenez une calculatrice vous pouvez obtenir la valeur approximative de cosinus 38°, vous multipliez par 12,6 et vous allez obtenir quelque chose comme 9,93.

Notes

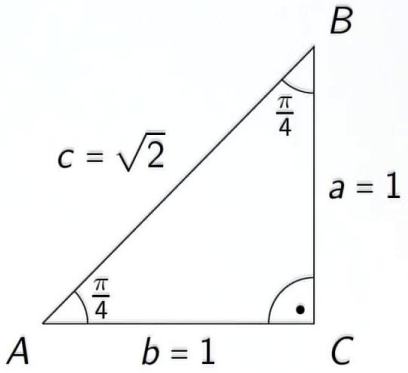
Summary

8m 49s

Trigonométrie dans le triangle rectangle isocèle

Dans un triangle isocèle ABC rectangle en C

- les angles α et β sont égaux : $\alpha = \beta = \frac{\pi}{4}$
- et si les deux cathètes a et b valent 1, on en déduit par Pythagore que l'hypothénuse c vaut $\sqrt{2}$.



Il en résulte que

$$\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \text{et} \qquad \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Appliquons le sinus et le cosinus à présent au triangle rectangle isocèle. Le triangle ABC, ici, il est isocèle, donc, les 2 cathètes "a" et "b" sont de longueur égale. De ce fait, les angles α et β sont égaux, et étant égaux à la somme de 90°, ils valent 45°, soit π/4. On va se concentrer sur la situation où les 2 cathètes "a" et "b" valent 1. Donc j'ai ici 1, et 1. Et par Pythagore, cela va signifier que pour l'hypoténuse "c", j'ai racine de 2. Je connais donc dans ce triangle les 3 cotés. Alors les relations que nous avons établies pour le triangle rectangle permettent à présent de dire quelque chose sur le cosinus de α. Par exemple, le sinus de α, donc le sinus de 45° c'est la longueur opposée divisée par l'hypoténuse, c'est 1 sur racine de 2. Alors, ces grandeurs là, on préfère les écrire un peu différemment. On amplifie cette fraction par racine de 2 et on obtient alors racine de 2 sur 2. Et le cosinus, c'est l'ajointe divisée par l'hypoténuse donc c'est 1 sur racine de 2. Cela est le même résultat. On obtient racine de deux demi. Donc dans cette situation, le sinus et le cosinus prennent une valeur égale de racine de 2 demi.

Notes

Summary

9m 35s

Trigonométrie dans le triangle équilatéral

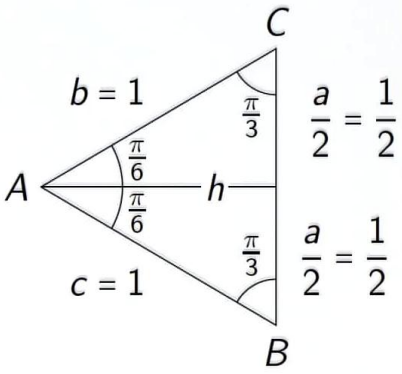
Dans un triangle équilatéral ABC

- les angles α, β et γ sont égaux :

$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$$

- et si les trois côtés valent 1, on en déduit la longueur de la hauteur h à l'aide du théorème de Pythagore

$$h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Considérons un autre triangle, qui a priori n'est pas rectangle. Prenons le triangle équilatéral. Là, vous avez ce triangle équilatéral ABC. On va pouvoir dire que les 3 angles, α l'angle en A, β l'angle en B, et γ l'angle en C... Ces trois angles sont égaux. Leurs somme doit valoir π, donc chacun de ces angles vaut π/3, ou si vous le préférez, 60°. On va prendre les 3 cotés de longueur 1, et on va abaisser la hauteur depuis A si bien que le coté BC est coupé en 2 parties égales, chaque partie valant la moitié de "a", c'est-à-dire, valant 1/2. Alors, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur de la hauteur h si on admet par exemple que chaque coté vaut 1, comme nous l'avons fait dans le dessin. Alors, pour h, je vais trouver que c'est l'hypoténuse au carré moins le demi au carré, alors cela va me faire 1 moins 1/4, c'est à dire 3/4, et si je tire la racine, j'obtiens racine de 3, demi, pour cette hauteur h.

Notes

Summary

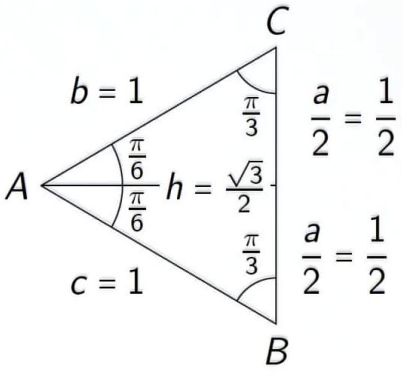
11m 05s

Trigonométrie dans le triangle équilatéral

On obtient alors

$$\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}.$$



Alors, cela permet de conduire maintenant des calculs à l'intérieur d'un triangle rectangle. Si je prends la moitié de ce triangle, par exemple ici, j'ai un triangle rectangle. Et je peux par exemple considérer le sinus... Bon ici, l'angle π/3 est coupé en deux, il reste π/6, 30° si vous préférez. Alors le sinus, c'est l'opposé sur l'hypoténuse, c'est 1/2 sur 1, donc c'est 1/2. Le cosinus, c'est l'adjacente divisée par l'hypoténuse, donc c'est racine 3, demi. On peut aussi prendre l'angle π/3 en C. Le sinus, c'est l'opposé, donc c'est racine 3, demi. Et le cosinus, c'est l'adjacente divisée par l'hypoténuse 1, donc c'est 1/2. Donc nous obtenons ici, vous le voyez, des valeurs remarquables pour les angles π/3, π/6. Précédemment, nous avions trouvé la valeur du sinus et du cosinus pour l'angle π/4.

Notes

Summary

12m 25s

Valeurs remarquables

Proposition

Le sinus et le cosinus prennent les valeurs suivantes pour les angles remarquables suivants :

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Renotons toutes ces valeurs dans une proposition qui dit que le sinus et le cosinus prennent des valeurs bien connues en certains points, c'est-à-dire pour les angles 0, 30, 45, 60, et 90 ou en écriture radiants, 0; le 30 c'est π/6; le 45 c'est π/4; le 60° c'est π/3; le 90° c'est π/2. Alors, pour le sinus, nous avions trouvé qu'il était nul pour l'angle 0, [et vaut] 1 pour π/2, ça c'est des résultats que nous avions. Pour π/4, nous avions trouvé racine de 2, demi. Et pour π/6 et π/3 nous venons de trouver les valeurs 1/2 et racine de 3, demi. Pour le cosinus, de façon similaire, on retrouve le 1 et le 0 qui sont inter-changés par rapport au sinus. On retrouve pour 45° ou π/4, la même valeur que pour le sinus et le cosinus. Pour π/6 et π/3, les valeurs entre cosinus et sinus sont interchangées. Cela tient à des propriétés de symétries, vous pouvez creuser la question. Ces valeurs là, il faut les connaitre par cœur. Elle font partie du bagage minimal de connaissances de valeurs de la fonction sinus et cosinus.

Notes

Summary

13m 34s

Exemple 2

Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en C, on connaît la valeur de l'angle α en A et la longueur de la cathète a opposée à cet angle :

$$\alpha = 72° \qquad \text{et} \qquad a = 232.$$

Déterminer la longueur de la cathète b adjacente à cet angle.

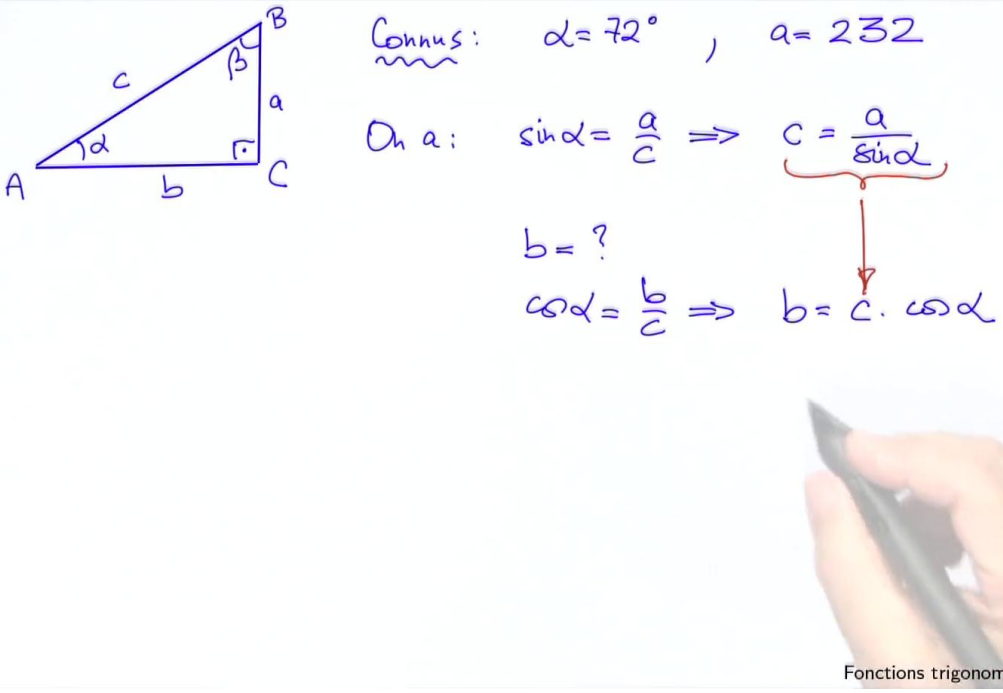
Alors, appliquons sur un deuxième exemple nos connaissances autour du triangle rectangle. Appliquons-le dans un triangle rectangle de nouveau en C, donc c'est en notation standard comme nous l'avons utilisé tout au long de cette présentation. Et on va supposer qu'on connait la valeur de l'angle α en A, donc j'ai 72° et la longueur de la cathète opposée, "a" = 232. Alors on aimerait connaitre la valeur de la longueur de la cathète "b" qui est adjacente, donc la seconde cathète.

Notes

Summary

14m 47s

Exemple 2 (solution)



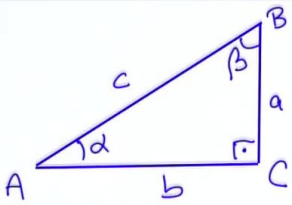
Alors, considérons ce triangle rectangle. Alors, sont connus : l'angle α, 72° et la longueur "a", 232. Alors, notre objectif est de déterminer "b". Alors, nous connaissons "a" et α, et les relations que nous avons établies lient, par exemple, "a", α avec "c" mais nous n'arrivons pas à lier "a", α, et "b". Prenons une fois quand même une relation connue, une que nous avons déterminée. Nous avons une relation entre "a", α, et "c". Elle passe à travers le sinus. Alors je sais que le sinus α c'est l'opposé sur l'hypoténuse, donc c'est a/c, et cela permet de dire que "c" est donné par a/sinus α. En fait, je ne cherchais pas à déterminer "c", ce qu'on m'a demandé c'est de déterminer la longueur "b". Alors, pour "b", qu'est-ce que je pourrais écrire ? Alors, je peux prendre une relation qui fait intervenir "b", α, et "c", c'est le cosinus de α, c'est b/c. Si bien que je peux dire que "b" est donné par c fois le cosinus α. Alors, à présent, je suis dans une bonne situation parce que "c", entre temps, je le connais. Je peux introduire cette valeur de "c" dans cette dernière relation. Donc je peux écrire que "b" est donné par, -et si je regarde bien, il va rester- "a" fois cosinus α divisé par sinus α.

Notes

Summary

15m 24s

Exemple 2 (solution)



Connus : $\alpha = 72°$, $a = 232$

On a : $\sin\alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow c = \frac{a}{\sin\alpha}$

$b = ?$

$\cos\alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos\alpha$

$b = a \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \approx 75.38$

Alors là de nouveau, vous pouvez prendre une calculatrice, vous pouvez introduire dans "a" la valeur 232, pour cosinus et sinus, les 72°. Et la calculatrice va vous livrer une valeur de 75,38.

Notes

Summary

17m 51s

Exemple 3

Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en C, on connaît la longueur de la cathète a opposée au sommet A et la longueur de la cathète b opposée au sommet B :

$$a = 12.5 \qquad \text{et} \qquad b = 8.7\,.$$

Déterminer la valeur de l'angle α situé en A.

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

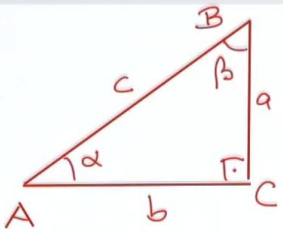
Considérons encore un troisième exemple : à nouveau dans un triangle ABC rectangle de C, donc avec les notations standard que nous avons toujours utilisées, et supposons qu'on connait la longueur de la cathète "a", 12,5 et la longueur de la cathète "b", 8,7. Alors, ce qu'on nous demande c'est de déterminer l'angle α situé en A.

Notes

Summary

18m 12s

Exemple 3 (solution)



Connus : $a = 12.5$, $b = 8.7$

On a :
- $c = \sqrt{a^2+b^2}$
- $\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 0.82$

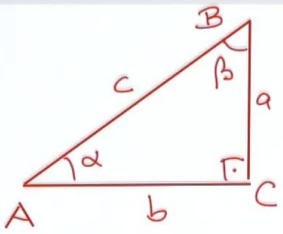
Alors, regardons à nouveau ce triangle rectangle. Alors, qu'est-ce qui est connu dans ce triangle ? On a dit qu'on connait "a", 12,5, qu'on connait "b", et on nous demande de déterminer la valeur de l'angle α. Alors on n'a pas de lien direct entre α, "a", et "b". On a des liens entre α, "a" et "c", mais pas de lien direct entre α, "a", et "b". Il faudra qu'on passe à travers des résultats intermédiaires. Une chose qui est certaine, je peux calculer "c" à l'aide du théorème de Pythagore. Donc en fait, "c", on peut dire que c'est connu. Alors, ça c'est intéressant parce que si on admet que "c" est connu, alors on peut s'aider pour trouver α à l'aide d'une relation qui fait intervenir α, "c", et par exemple "b" ou "a". Je vais choisir le sinus de α. Alors le sinus de α, c'est a/c. Alors "a" est connu, pour "c", je peux dire que Pythagore permet d'écrire que c'est la racine de $a^2 + b^2$. Alors, si vous prenez une calculatrice, si vous regarder ce que cela donne, vous pouvez trouver une valeur de l'ordre de 0.82. Notez bien qu'un sinus est contenu entre -1 et 1. Ce n'est donc pas forcément une bonne idée de conserver qu'une seule ou 2 décimales. Je pense qu'il faudrait conserver entre 5 et 7 décimales au moins.

Notes

Summary

18m 35s

Exemple 3 (solution)



Connus : $a = 12.5$, $b = 8.7$

On a :
- $c = \sqrt{a^2+b^2}$
- $\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 0.820771346462$

$\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 0.92276$

$\alpha° =$

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

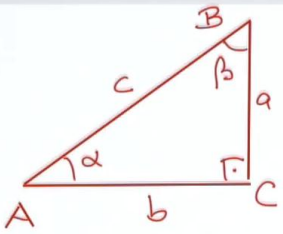
Alors je vous écrit quelques décimales que j'ai trouvé sur ma calculette. Alors là c'est certainement trop de décimales mais elles sont là alors prenons les. Alors, ce que je sais c'est que α doit être compris entre 0 et π/2, 0 est exclu, ainsi que π/2, mais je sais que c'est l'ordre de grandeur dans lequel il faut chercher α. Alors, on peut se poser la question : est-ce qu'on peut retrouver l'angle α à partir de son sinus si on sait que l'angle α est entre 0 et π/2. Alors, la réponse est oui. Alors, on peut trouver un tel angle, et dans le chapitre suivant, je vais aborder ce problème de façon beaucoup plus systématique. Pour le moment, ce qu'on peut retenir, c'est que α est donné par une expression qu'on écrit arc-sinus, de la grandeur a/racine(a²+b²). Donc pour des angles entre et π/2, on peut utiliser cette expression arc-sinus que l'on retrouve sur une calculatrice. Le résultat que l'on peut lire à ce moment là, c'est quelque chose comme 0,92276. Alors, évidemment, l'arc-sinus est rendu en radiant, alors si on veut avoir des degrés, il faut que je convertisse ce résultat. Alors je vais prendre le convertisseur, 180°/π x le résultat qui est donné par arc-sinus.

Notes

Summary

20m 50s

Exemple 3 (solution)



Connus : $a = 12.5$, $b = 8.7$

On a :

- $c = \sqrt{a^2+b^2}$
- $\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 0.820771346462$

$\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow \alpha = \arcsin\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 0.92276$

$\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \arcsin\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \approx 55.16^\circ$

Et là, si vous faites les calculs correspondants, vous allez obtenir 55,16°. Il est clair qu'ici, il y aurait un tas de chose à dire. Cette introduction d'arc-sinus peut paraitre un peu curieuse, de l'autre coté, il est assez clair sur le cercle trigonométrique, vous donnez l'ordonnée 0,82 vous obtenez un seul point Pα, si α est entre 0 et π/2. L'angle α doit être connu d'une certaine façon, et c'est cette fonction arc-sinus qui va vous donner la réponse correspondante. Mais encore une fois, nous allons revenir sur cette façon de procéder.

Notes

Summary

22m 43s

Remarques (suite)

- Dans l'exemple 3 nous avons besoin de déterminer un angle α sachant que

$$\sin\alpha \approx 0.820771346462\,.$$

Dans la section suivante nous allons donc apprendre à résoudre les équations

$$\sin\alpha = y \qquad \text{et} \qquad \cos\alpha = x\,, \qquad \text{pour un } x \text{ et un } y \text{ donnés,}$$

en introduisant les expressions $\arcsin y$ et $\arccos x$.

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Alors, ces exemples que je viens de résoudre me font faire deux remarques importantes. Dans l'exemple 2, l'avant dernier, était apparu un quotient cosinus α / sinus α, le quotient qui a permis d'établir un lien direct entre "a" et "b". Alors nous allons définir au chapitre suivant ces quotients, c'est-à-dire le cosinus/sinus, il va s'appeler cotangente. Le sinus/cosinus s'appellera tangente. Et cela permettra de formaliser ces calculs autour du triangle rectangle plus fortement. Deuxième remarque, et peut-être beaucoup plus importante, donc je l'ai déjà dit, nous avions dans le dernier exemple 3 cette équation sinus donnée, je connaissais le sinus, et il fallait que je trouve l'angle α. Alors, ce type de problème où le sinus de α est donné, donc "y" serait donné et je recherche α, ou aussi l'inverse, je connais le cosinus α, donc la valeur de x, et j'aimerais connaitre l'angle α. Alors, on va devoir discuter la résolution de telles équations. Et dans la discussion de ces équations, je vais clarifier très clairement ce que signifie ce arc-sinus / arc-cosinus que j'ai utilisé dans l'exemple 3 de façon ad-hoc.

Notes

Summary

23m 29s

Trigonométrie dans le triangle rectangle

Ce que nous avons appris :

- la définition des rapports trigonométriques ;
- l'utilisation du sinus et du cosinus dans les triangles rectangles ;
- les valeurs remarquables du sinus et du cosinus.

Prochaine étape :

- les équations trigonométriques simples en sin et *cos* ;
- la définition des fonctions *arcsinus* et *arccosinus*.

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Résumons. Qu'est-ce que nous avons appris aujourd'hui? Nous avons fait connaissance des rapports trigonométriques dans le triangle rectangle, et nous avons pu utiliser ces rapports dans des calculs autour du triangle rectangle. Nous avons pu également, en passant, établir des valeurs remarquables du sinus et du cosinus, donc les valeurs pour les angles de 0, π/6, π/4, π/3 et π/2, des valeurs qu'il faut retenir par cœur, que vous allez retenir par coeur jusqu'à la prochaine séance, j'en suis persuadé, je vous remercie. La prochaine fois, comme promis, je vais attaquer ces équations trigonométriques, donc sinus α, une constante, cosinus α, une constante et définir ces fonctions : arcsinus et arccosinus. A la prochaine !

Notes

Summary

24m 46s