ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Les fonctions trigonométriques tangentes et cotangentes et leurs inverses

3.5 Les fonctions arctan et arccot

Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Prof Hans-Jörg Ruppen

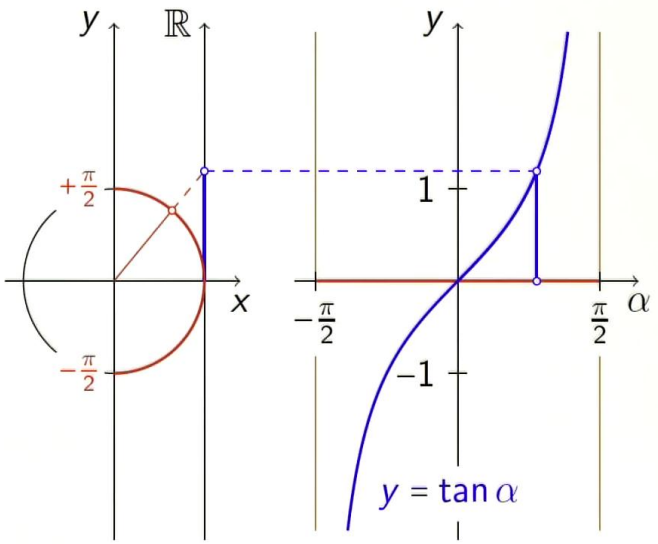
Video

EPFL

Rappel : arctangente

Nous avons défini, pour $y \in \mathbb{R}$ donné, la valeur $\arctan y$ comme l'angle α unique ayant les propriétés suivantes :

- $\tan \alpha = y$ et
- l'angle α est bon pour la *tangente*, c'est-à-dire $\alpha \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.



Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Guten Tag, Letztes Mal haben wir eingeführt die Arkustangensfunktion und Arkusstangens Heute werden wir es ein wenig näher ansehen Diese beiden Funktionen Arkustangens und inverse Kotangens. Beginnen wir mit der Arkustangens-Funktion und beginnen mit der Erinnerung an die Definition von Arkustangens. Wir gingen wie folgt vor: wir haben gesagt, für einy $\in$ *R*, das letzte Mal haben wir diese Konstante *c* aufgerufen hier nun in diesem Zusammenhang bevorzugen wir *y* aufzurufen. Also für ein gegebenes $y \in R$ ist die Arkustangente *y* der einzige Winkel Alpha der die beiden Eigenschaften, wie folgt, hat: zuerst der umgekehrte Winkel durch die Arkustangente, dieser umgekehrte Winkel Alpha erfüllt die Gleichung Tangente Alpha ist gleich *y* (Tan α = y). Also nehme ich hier *y* auf dem trigonometrischen Kreis, auf dieser Tangentialachse und ich konstruiere für die Tangente auf der Linie, weniger pi/2 pi /2. Das ist die zweite Einschränkung, die ich an diesen umgekehrten Winkel Alpha habe. Also der umgekehrte Winkel entspricht hier der Position in rot.

Notes

Summary

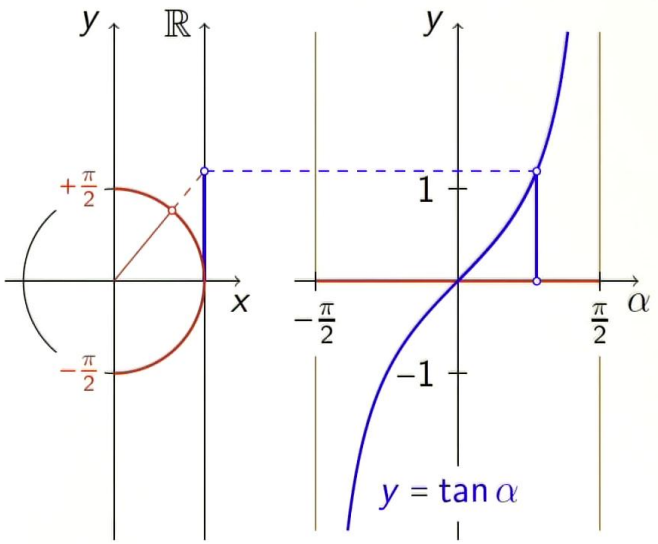
0m 03s

Fonction tangente restreinte

La fonction qui à tout $\alpha \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ associe $y = \tan\alpha$ est appelée

la restriction de la fonction *tangente* à l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

On la note $\tan|_{]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[}$.



Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Wir können auf dem Graphen absolut sehen was passiert mit der Tangens-Funktion, denn, da der umgekehrte Winkel durch die Arkustangente zurückgeht befindet sich zwischen minus pi/2 und pi/2 das heißt, dass dies ein Winkel ist, der gut für die Tangente ist. Ich schaue auf den Teil des Graphen nur zwischen minus pi/2 und pi/2 Dies ist die Achse Alpha zwischen minus pi/2 und pi die vertikale Achse von *y* hier der Teil des Graphen der Alpha-Tangente befindet sich zwischen minus pi/2 und pi/2. Nun für diesen gegebenen Wert *y*, der hier wieder positiv ist, finde ich hier eine Position, die ich Arkustangens von *y* nenne. So ist es ratsam, nur diesen Teil zu prüfen des Graphen der Alpha-Tangente wenn wir über den Arkcustangens sprechen. Und wir werden sagen, dass wir die Tangente einschränken müssen, wir werden sie, wie folgt notieren: Tangente, der vertikale Stamm, Intervall zwischen minus pi/2 und pi/2, strikt zwischen minus pi/2 und pi/2 und wir werden sagen, dass dies die Beschränkungsfunktion ist der Tangenten-Funktion, das heißt, dass wir in dieser Funktion akzeptieren, nicht alle Winkel von Alpha, die sich im Bereich der Definition der Tangenten-Funktion befinden sondern nur die Ecken zwischen minus pi/2 und pi/2.

Notes

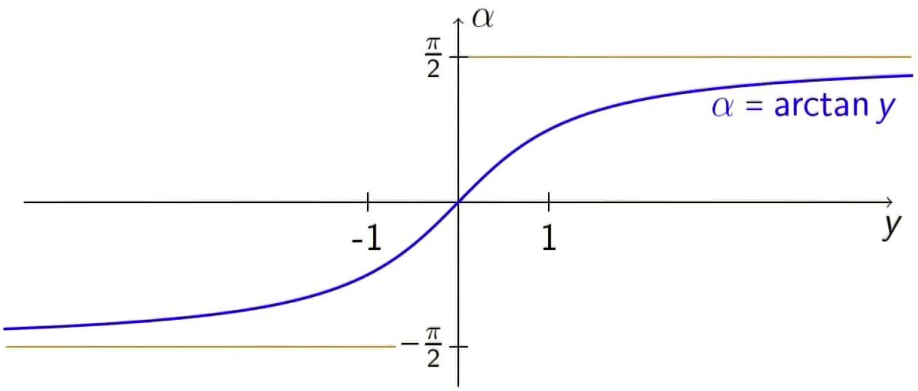
Summary

1m 08s

Graphe de la fonction arctan

La fonction arctan est la réciproque de la fonction $\tan|_{]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[}$.

On déduit son graphe de celui de $\tan|_{]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[}$ par symétrie d'axe $y = \alpha$.



Dann können wir jetzt sagen, dass die Arkustangens-Funktion genau die die Umkehrfunktion ist dieser Einschränkung. So kann ich den Graphen dieser Arkustangens-Funktion erhalten einfach durch eine axiale Symmetrie *y* gleich alpha ($y = \alpha$) was ich hier getan habe, also dieser Graph, der vorher von der Form hier war, wird nun eine Kurve die hier in blau dargestellt ist.

Notes

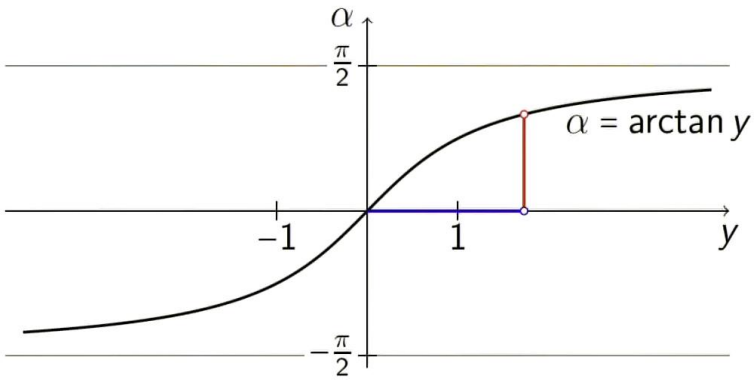
Summary

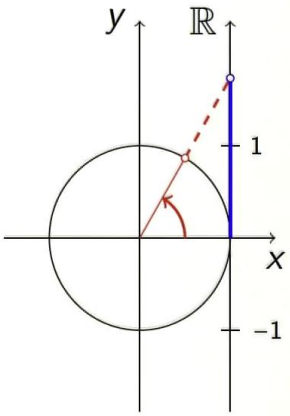
2m 21s

Valeurs remarquables de la fonction arctangente

Les valeurs remarquables de la fonction arctangente découlent des valeurs connues de la tangente.

y	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\arctan y$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$





Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

So können wir einige hervorragende Werte vorgeben für die Arkustangens-Funktion, also hier seinen Graph. Hier habe ich den trigonometrischen Kreis, wenn ich hier zum Beispiel schaue: minus Wurzel von 3 (-√3) da ist hier der Wert minus Wurzel von 3 dann sehe ich, dass die Lösung zwischen minus pi/2 und 0 liegt, wie kann ich sie wiederfinden? Ich weiß, ich kenne den Wert der Tangente von pi/3 das es ist daher die Wurzel aus 3, Tangente von pi/3 kenne ich, die Tangens-Funktion ist eine ungerade Funktion daher ist die Tangente von minus pi/3 minus Wurzel von 3 und ich habe jetzt ein Paar, über das man sagen, dass für minus Wurzel von 3, der Arkustangens minus pi/3 ergibt. Diese Begründung, die ich gerade gemacht habe, können Sie mit allen bemerkenswerten Werten der Tangente machen, man erhält dann für minus 1, dass es der Winkel minus pi/4 ist einfach weil die Tangente von minus pi/4 weniger als eins ergibt. Dies ergibt einen Wert für minus Wurzel von 3 Drittel was pi/6 ist man erhält einen Null-Wert für Null, für Wurzel von 3 Drittel erhält man pi/6 etc... Ich lasse Sie diese Werte entdecken. Beachten Sie, dass diese Werte eine Symmetrie haben, die genau der Symmetrie des Arkustangenten-Graphen *y* entsprechen.

Notes

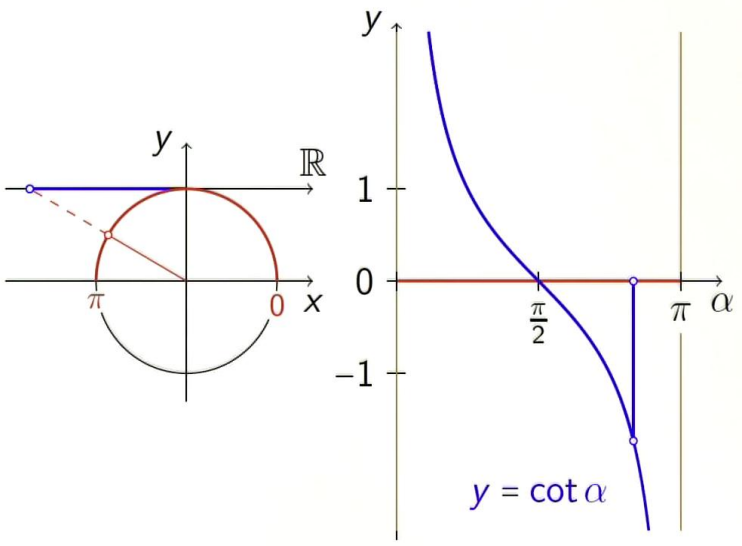
Summary

2m 48s

Rappel : arccotangente

Nous avons défini, pour $y \in \mathbb{R}$ donné, la valeur arccot y comme l'angle α unique ayant les propriétés suivantes :

- $\cot \alpha = y$ et
- l'angle α est bon pour la *cotangente*, c'est-à-dire $\alpha \in]0, \pi[$.



Lassen Sie uns mit ein paar Erinnerungen zur Arkustangens-Funktion beginnen. Nun, wir haben gesagt, dass für einen gegebenen Wert *y* das letzte Mal *c* war, wir bevorzugen erneut *y* im Kontext hier zu nehmen, also für einen gegebenen Wert *y* ist der Arkustangens *y*gleich dem einzigen Alpha-Winkel was zwei Bedingungen erfüllt : hier sind sie. Die erste Bedingung ist, dass die Co-Tangente *y* ist und dass Alpha zwischen null und pi liegt. Alpha ist ein Winkel, der gut für die Cotangente ist, also auf dem trigonometrischen Kreis, ist der Alpha-Winkel enthalten zwischen Null und Pi Hier habe ich die Tangensachse für die Cotangente. So hier ist *y*, ich habe ein negatives und gegebenes *y* gewählt und der Aufbau erlaubt es, den einzigen Winkel, der in dieser Ecke ist, wiederzufinden, der einzige Winkel entspricht der Alpha-Tangente gleich *y* und der Winkel liegt zwischen Null und Pi. Wir können die Situation absolut auf der Kurve der Kotangens-Funktion erkennen, hier der Graph.

Notes

Summary

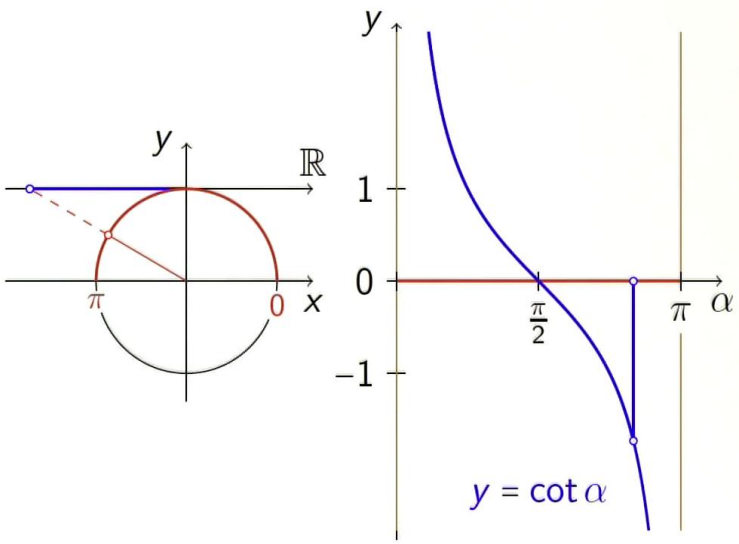
4m 05s

Fonction cotangente restreinte

La fonction qui à tout $\alpha \in]0, \pi[$ associe $y = \cot \alpha$ est appelée

la restriction de la fonction *cotangente* à l'intervalle $]0, \pi[$.

On la note $\cot|_{]0,\pi[}$.



Fonctions trigonométriques, logarithmiques et exponentielles

Offensichtlich nehme ich nur den Teil des Graphen der zwischen Null und Pi liegt da der wiedergegebene Winkel zwischen Null und Pi sein wird und die bedeutet, dass der negative Wert hier, *y* gegeben ist und ich suche hier, den Winkel, wo dieser negative Wert *y* eingenommen ist und den Wert hier nenne ich Cotangente von *y*. Wir können genauso vorgehen wie für die Tangente, wir können ok sagen, wir werden einzig diesen Teil des Graphen der Cotangenten-Funktion nehmen das heißt den Teil zwischen Null und Pi. Nun sagen wir, dass man hat man eine Beschränkung der Cotangenten-Funktion vornehmen muss, am Intervall Null Pi bemerken wir fünf minus Cotangente, den vertikalen Stamm und das Intervall der Beschränkung, und wenn man es tut, ist die Arkustangens-Funktion genau die umgekehrte Funktion der Tangente da ich einfach auf dem Graphen von einem *y* weggehe, um zu einem Alpha-Wert zu kommen.

Notes

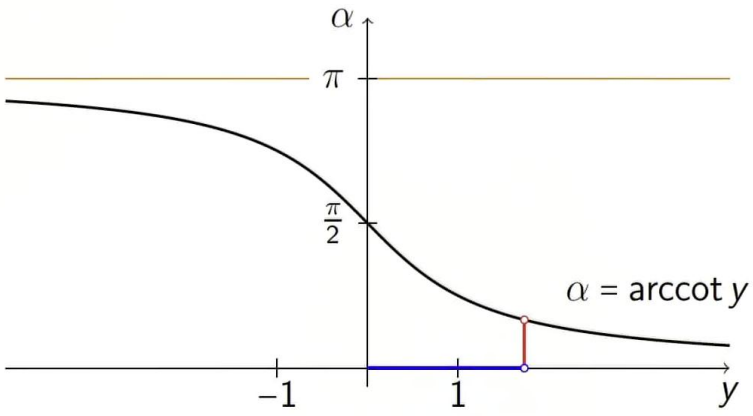
Summary

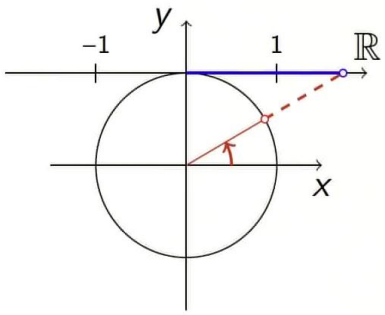
5m 06s

Valeurs remarquables de la fonction arccotangente

Les valeurs remarquables de la fonction arccotangente découlent des valeurs connues de la cotangente.

y	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arccot} y$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$





So behalten wir uns, dass die Arkustangens-Funktion die Umkehrung der Cotangensfunktion ist, beschränkt auf das Intervall Null Pi und ich erhalte einfach den Graphen meiner Arkustangens-Funktion durch eine Symmetrieachse von *y* gleich Alpha. Wenn Sie dies durchführen, erhalten Sie den Graph, den Sie hier sehen. So wie bei der Tangente, hier für die Cotangente können Sie die bemerkenswerten Werte der Cotangenten-Funktion verwenden und nun eine Liste bemerkenswerter Werte für die Arkustangens-Funktion erstellen. Wir finden die bekannten bemerkenswerten Winkel: wenn man beispielsweise mit minus Wurzel von 3 beginnt weiß man, dass die Cotangente fünf Pi/6 ist, hier muss man sicherlich den trigonometrischen Kreis ansehen, die Achse hier, ich habe minus Wurzel von 3, was negativ ist und wenn ich diese Konstruktion durchführe, erhalte ich einen Winkel zwischen Null und Pi. man sieht, dass der Winkel fünf Pi/6 der Winkel ist, den man als den Winkel nehmen muss, der eine Cotangente minus Wurzel von 3 hat. Also, man muss nicht minus Pi/6 nehmen, was eine andere Möglichkeit wäre da man auf dieser Linie zwischen Null und Pi sein muss. Die anderen Werte findet man hier: minus 1, für minus Wurzel von 3 Drittel, für Null, für Wurzel von 3 Drittel, für eins und für Wurzel von drei.

Notes

Summary

6m 06s

Le graphe des fonctions arctangente et arccotangente

Ce que nous avons appris :

- le graphe des fonctions *arctangente* et *arccotangente* ;
- les valeurs remarquables de ces deux fonctions.

Prochaine étape :

- quelques exemples.

Fassen wir zusammen: Was haben wir heute gelernt? Wir haben die Graphen von Funktionen kennengelernt Arkustangens und Arkuscotangens und wir haben eine Liste erstellt bemerkenswerte Werte für diese beiden Funktionen. Wir haben diese Liste auf Basis der bemerkenswerten Werte der Tangenten- und Cotangenten-Funktion erstellt. Bis zum nächsten Schritt, also bis zum nächsten Mal, ich werde Ihnen einige Beispiele präsentieren die das benutzen, was wir bisher in diesem Kapitel gelernt haben über die Tangenten- und Cotangenten-Funktion Bis zum nächsten Mal.

Notes

Summary

7m 30s