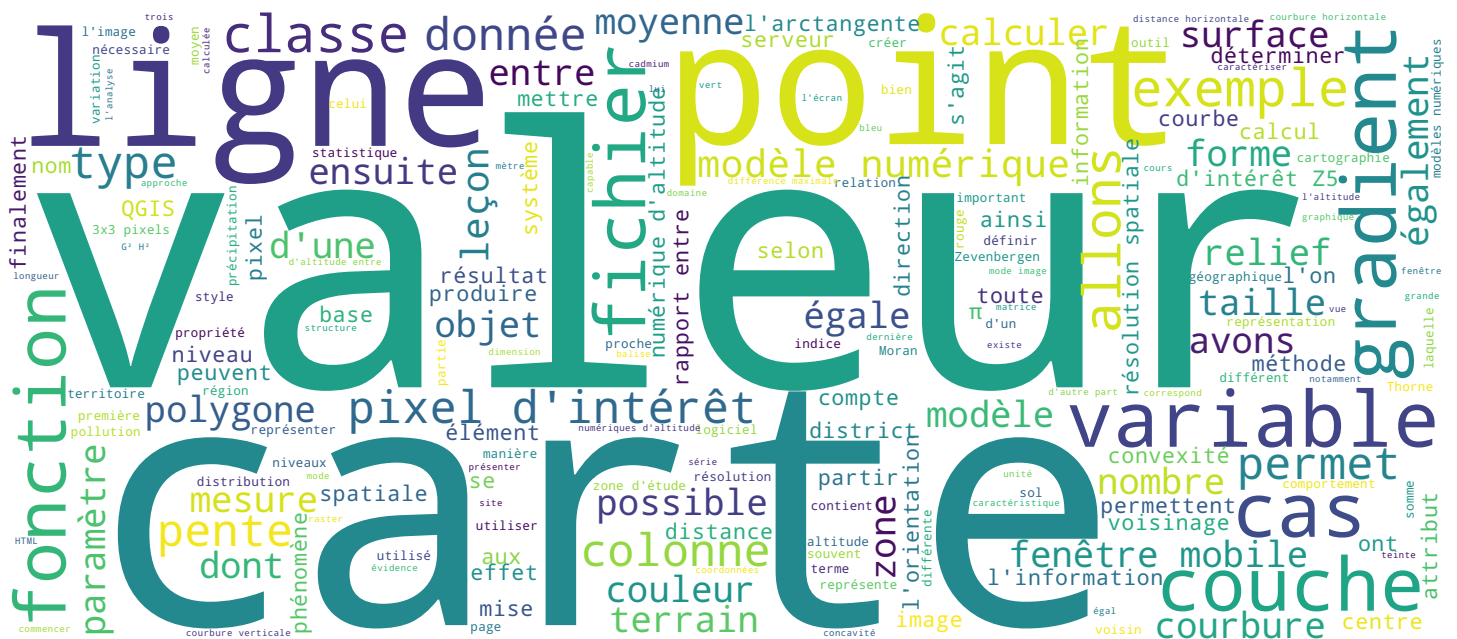


## Modèles numériques d'altitude – Variables dérivées

# Introduction aux systèmes d'information géographique

**Stéphane Joost, Marc Soutter, Fernand Kouamé, Amadou Sall**



## Search MOOC



## Video



# Modèles numériques d'altitude – Variables dérivées



## Buts de la leçon

- Décrire les principaux indicateurs globaux du relief
- Présenter les dérivées des modèles d'altitude et les méthodes de calcul correspondantes

## Après cette leçon vous serez capables

- De déterminer la valeur d'indicateurs globaux du relief
- De calculer les principales dérivées des modèles numériques d'altitude

Introduction aux systèmes d'information géographique

Bienvenue à cette leçon qui porte sur les produits dérivés des modèles numériques d'altitude. Nous verrons comment calculer la pente, l'orientation et la courbure qui sont des paramètres morphométriques très intéressants pour le territoire. Comme nous l'avons vu dans la leçon précédente, l'information primaire fournie par un modèle numérique de terrain est l'altitude mesurée ou calculée, en une série de points distribués sur le territoire. Selon le type de modèle utilisé, ces points sont soit irrégulièrement répartis soit alignés au centre ou sur les nœuds d'une grille régulière de résolution spatiale donnée. Mais il est possible de produire d'autres informations à partir des modèles numériques d'altitude. En effet, la géomorphométrie s'attache à déterminer des variables globales et locales qui caractérisent les formes du relief. Dans cette leçon, nous présenterons tour à tour les principaux indicateurs globaux et locaux du relief. Ensuite de quoi, vous devriez être capables de calculer la valeur de ces variables géomorphométriques.

## Notes

## Summary



0m 31s



# Géomorphométrie

Géomorphométrie: variables caractérisant les formes du relief

- Indicateurs globaux: zone d'étude considérée comme un ensemble
- Indicateurs calculés sur des bases statistiques
- Permet la comparaison de plusieurs régions
- Indicateurs locaux: calculés pour différents points du territoire



tion géographique

La géomorphométrie est une discipline dont le but est de déterminer des variables capables de caractériser les formes du relief. Il en existe une approche globale et une approche locale. On parle d'approche globale lorsque la zone d'étude est considérée comme un ensemble, pour lequel on souhaite définir une ou des caractéristiques, au moyen d'un indicateur calculé sur une base statistique. Grâce aux indicateurs globaux, il est possible de comparer rapidement le relief de plusieurs régions, ou de différents bassins versants.

Notes

Summary



1m 45s

# Indicateurs locaux – Fenêtres glissantes

Calculs par fenêtres glissantes

- Procédure de filtrage



L'altitude minimale et l'altitude maximale sont des indicateurs de statistiques descriptives, couramment utilisés pour résumer les propriétés d'un modèle numérique de terrain. La courbe hypsométrique, ici en bleu, est un indicateur global qui exprime la répartition de la surface d'un bassin versant en fonction de l'altitude entre les valeurs minimales et maximales qui sont illustrées dans la figure du haut. Cette courbe sert à estimer le comportement hydrologique et hydraulique d'un bassin et de son système de drainage. Les classes d'altitude moyenne, les classes de pente moyenne et les distances entre sommets de même classe d'altitude sont des paramètres qui permettent de caractériser globalement la rugosité du relief. L'approche géomorphométrique locale recouvre les fonctions de calcul de variable qui décrivent une propriété locale comme la pente ou l'orientation.

Notes

Summary

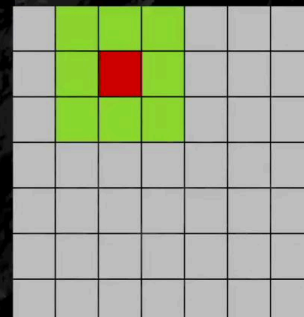


2m 22s

# Indicateurs locaux – Fenêtres glissantes

Calculs par fenêtres glissantes

- Procédure de filtrage
- Fenêtre glissante centrée sur un pixel



Introduction aux systèmes d'information géographique

Cette approche peut être assimilée à une procédure de filtrage du modèle numérique d'altitude, par une fenêtre mobile, dont le résultat est la variable souhaitée. La nouvelle valeur du pixel central ou pixel d'intérêt est calculée en prenant en compte les valeurs des pixels qui sont compris dans la fenêtre glissante, ce qu'on appelle aussi le voisinage.

Notes

Summary



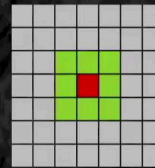
3m 24s



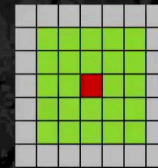
# Indicateurs locaux – Fenêtres glissantes

## Calculs par fenêtres glissantes

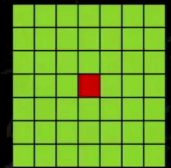
- Procédure de filtrage
- Fenêtre glissante centrée sur un pixel
- Variation de la taille de la fenêtre glissante
- Variation de la forme de la fenêtre



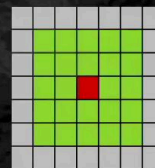
3x3



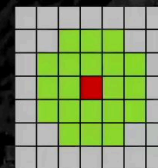
5x5



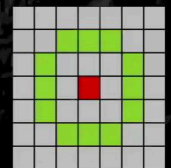
7x7



carré



disque



couronne

Introduction aux systèmes d'information géographique

Il y a donc plusieurs manières de mettre en pratique l'approche locale en faisant varier la taille et la forme de la fenêtre glissante. Comme la fenêtre mobile est toujours centrée sur le pixel dont il faut calculer la valeur, l'opération rencontre des situations impossibles pour les lignes et les colonnes des bords.

Notes

Summary

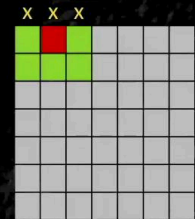
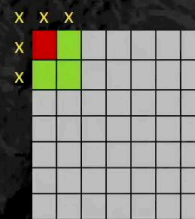


3m 40s

# Indicateurs locaux – Fenêtre mobiles

## Calculs par fenêtres glissantes

- Procédure de filtrage
- Fenêtre glissante centrée sur un pixel
- Variation de la taille de la fenêtre glissante
- Variation de la forme de la fenêtre
- Effets de bord
  - Utiliser un MNA plus grand que la zone d'étude



Introduction aux systèmes d'information géographique

C'est ce qu'on appelle "les effets de bord" justement. Et dans ce cas, le système utilisé peut affecter la valeur 0 aux endroits où l'information est manquante et produire une valeur erronée.

Notes

Summary

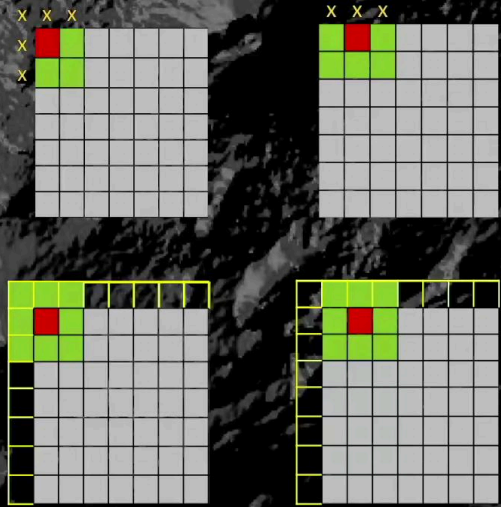


3m 59s

# Indicateurs locaux – Fenêtre mobiles

## Calculs par fenêtres glissantes

- Procédure de filtrage
- Fenêtre glissante centrée sur un pixel
- Variation de la taille de la fenêtre glissante
- Variation de la forme de la fenêtre
- Effets de bord
  - Utiliser un MNA plus grand que la zone d'étude
- Lissage



Introduction aux systèmes d'information géographique

Une manière simple d'éviter cette difficulté est d'effectuer les calculs sur un modèle numérique d'altitude plus grand que la zone d'étude. Et il est important de mentionner que la taille de la fenêtre, introduit un effet contextuel. Plus la taille s'étend, plus la valeur calculée du pixel d'intérêt est influencée par l'environnement. Souvent, l'agrandissement de la fenêtre produit un lissage du relief. Nous y reviendrons plus tard. Voyons maintenant, comment calculer pente, orientation et courbure.

Notes

Summary

4m 11s





# Pente et Orientation

**Pente:** inclinaison d'une surface par rapport au plan horizontal

- Gradient de la surface
- Rapport entre la distance verticale et horizontale

**Orientation:** direction de l'inclinaison par rapport aux points cardinaux

- Direction du gradient

$$z = f(x, y)$$

$$pente = grad(z) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$



aphique

La pente est définie comme étant l'inclinaison d'une surface par rapport au plan horizontal. L'orientation, quant à elle, est une direction déterminée par rapport aux points cardinaux. Du point de vue mathématique, la pente et l'orientation sont parfaitement définies en un point, lorsque la surface est décrite par une fonction analytique qui représente le gradient de cette surface. Ici, le premier terme correspond à la dérivée seconde partielle de X et le second, à la dérivée seconde partielle de Y.

Notes

Summary



4m 46s

# Pente et Orientation

Différents algorithmes de calculs selon le voisinage pris en compte:

- Fenêtre 3x3
  - Différence maximale aux voisins
  - Gradient ligne – colonne



$$G = \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{z5 - z6}{R}$$

Introduction aux systèmes d'information géographique

En mode image donc discret, il est nécessaire de définir pente et orientation pour chaque pixel. Bien que sur le fond, le principe demeure le même il existe plusieurs algorithmes pour les calculer selon le voisinage pris en compte. Ce principe est le rapport entre l'élévation et la distance horizontale. Le voisinage pris en compte pour présenter les algorithmes est une fenêtre mobile de 3x3 pixels. Le premier algorithme présenté est celui de la différence maximale aux voisins. Ici, le delta maximum est observé entre le pixel Z1 et le pixel d'intérêt Z5. Et la pente calculée est égale à l'arctangente de 40 divisé par la  $\sqrt{2}$ , multiplié par la résolution spatiale du modèle. Pour rappel,  $\sqrt{2}$  correspond à la distance horizontale entre le centre du pixel Z1 et le centre du pixel d'intérêt Z5. L'algorithme du gradient ligne-colonne consiste à identifier la différence maximale entre le pixel d'intérêt Z5 et un autre pixel situé sur la même ligne, ici Z6. Et d'autre part, la différence maximale entre le pixel d'intérêt Z5 et un autre pixel situé dans la même colonne, ici Z8. Le gradient de ligne, appelé G est égal à la différence entre le pixel d'intérêt Z5 et le pixel Z6, divisé par la résolution du modèle numérique d'altitude.

Notes

Summary

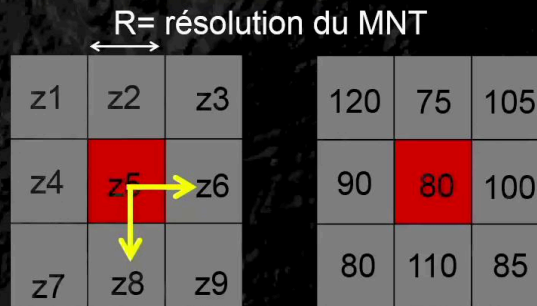


5m 14s

# Pente et Orientation

Différents algorithmes de calculs selon le voisinage pris en compte:

- Fenêtre 3x3
  - Différence maximale aux voisins
  - Gradient ligne – colonne



$$G = \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{z5 - z6}{R}$$

$$H = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{z5 - z8}{R}$$

$$pente, z5(rad) = \arctan(\sqrt{G^2 + H^2})$$

$$orientation, z5(rad) = \pi - \arctan\left(\frac{H}{G}\right) + \frac{\pi}{2} \left(\frac{G}{|G|}\right)$$

Introduction aux systèmes d'information géographique

Et le gradient de colonne, appelé H est égal à la différence entre le pixel d'intérêt Z5 et le pixel Z8, divisé par la résolution du modèle numérique d'altitude. Et ces deux gradients permettent de calculer d'une part la pente en Z5, qui est égale à l'arctangente de la racine carrée de  $(G^2 + H^2)$  et d'autre part, l'orientation, qui est égale à  $\pi$  moins l'arctangente du rapport entre le gradient de colonne H et le gradient de ligne G +  $\pi / 2 \times (G / |G|)$ .

Notes

Summary



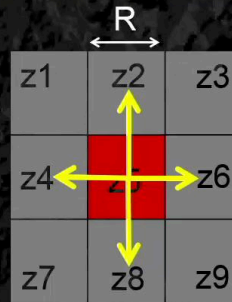
6m 36s



# Pente et Orientation

Différents algorithmes de calculs selon le voisinage pris en compte:

- Fenêtre 3x3
  - Différence maximale aux voisins
  - Gradient maximal ligne – colonne
  - **Modèle de Zevenbergen et Thorne (1987)**  
4 plus proches voisins



R = résolution du MNT

$$G = \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{z6 - z4}{2R}$$

$$H = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{z2 - z8}{2R}$$

$$pente, z5(rad) = \arctan(\sqrt{G^2 + H^2})$$

$$orientation, z5(rad) = \pi - \arctan\left(\frac{H}{G}\right) + \frac{\pi}{2} \left(\frac{G}{|G|}\right)$$

Introduction aux systèmes d'information géographique

L'algorithme de "Zevenbergen" et "Thorne" est le plus couramment utilisé. On calcule un gradient de ligne G et un gradient de colonne H pour lesquels la distance horizontale est égale à deux fois la résolution spatiale du modèle. La pente est égale à l'arctangente de la  $\sqrt{G^2 + H^2}$ . Et l'orientation est égale à  $\pi$  moins l'arctangente du rapport entre le gradient de colonne H et le gradient de ligne G, plus  $(\pi / 2) \times (G / |G|)$ .

Notes

Summary

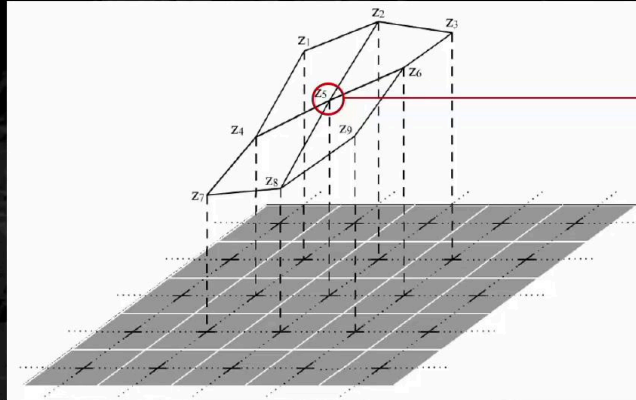


7m 09s

# Pente et orientation

- Equation quadratique partielle

$$Z = Ax^2y^2 + Bx^2y + Cxy^2 + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx + Hy + I$$



Introduction aux systèmes d'information géographique

Selon le modèle de Zevenbergen et Thorne, les gradients de ligne G et de colonne H, font partie des paramètres de l'équation d'une surface, qui passent exactement par les 9 altitudes de la sous-matrice qui constituent la fenêtre mobile. Les 9 paramètres de A à I peuvent être déterminés à partir des 9 altitudes de la sous-matrice de 3x3 pixels, au moyen de polynômes de Lagrange. Pour déterminer les indices topographiques que sont la pente, l'orientation et la courbure, il faut différencier cette équation, soit trouver les dérivées et résoudre l'équation résultante pour le point central de la sous-matrice formé de 3x3 pixels et dont les coordonnées sont  $X = Y = 0$ . La pente est la première dérivée de Z en fonction de l'orientation.

Notes

Summary



7m 41s

# Pente et orientation

$$A = [(Z_1 + Z_3 + Z_7 + Z_9)/4 - (Z_2 + Z_4 + Z_6 + Z_8)/2 + Z_5]/R^4$$

$$B = [(Z_1 + Z_3 - Z_7 - Z_9)/4 - (Z_2 - Z_8)/2]/R^3$$

$$C = [(-Z_1 + Z_3 - Z_7 + Z_9)/4 + (Z_4 - Z_6)/2]/R^3$$

$$D = [(Z_4 + Z_6)/2 - Z_5]/R^2$$

$$E = [(Z_2 + Z_8)/2 - Z_5]/R^2$$

$$F = (-Z_1 + Z_3 + Z_7 - Z_9)/4R^2$$

$$G = (-Z_4 + Z_6)/2R$$

$$H = (Z_2 - Z_8)/2R$$

$$I = Z_5$$

Zevenbergen et Thorne (1987)

Introduction aux systèmes d'information géographique

Les relations entre ces 9 paramètres et les 9 altitudes de la sous-matrice sont décrites ici. Pour mémoire, R représente la résolution spatiale ou la distance entre deux centres de pixels dans la direction des lignes et des colonnes et doit être de la même unité que Z. Pour plus d'informations, nous vous renvoyons à l'article de Zevenbergen et Thorne qui est mentionné ici et dont les références détaillées figurent sur le site web de notre cours en ligne.

Notes

Summary



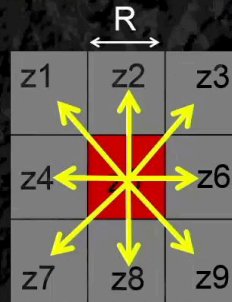
8m 28s



# Pente et Orientation

Différents algorithmes de calculs selon le voisinage pris en compte:

- Fenêtre 3x3
  - Différence maximale aux voisins
  - Gradient maximal ligne – colonne
  - Modèle de Zevenbergen et Thorne (1987)
    - 4 plus proches voisins
  - **Modèle de Horn (1981)**
    - 8 plus proches voisins



R = résolution du MNT

$$G = \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{(z1 + 2z4 + z7) - (z3 + 2z6 + z9)}{8R}$$

$$H = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{(z1 + 2z2 + z3) - (z7 + 2z8 + z9)}{8R}$$

$$\text{orientation, } z5(\text{rad}) = \pi - \arctan\left(\frac{H}{G}\right) + \frac{\pi}{2} \left(\frac{G}{|G|}\right)$$

Introduction aux systèmes d'information géographique

Le modèle de Horn est basé quant à lui sur tous les voisins faisant partie du voisinage du pixel d'intérêt dans une fenêtre mobile de 3x3 pixels. Ce modèle est également basé sur un gradient de ligne G et un gradient de colonne H. Les voisins les plus proches du pixel d'intérêt ont un poids de 2, et le dénominateur est la somme des distances entre les pixels impliqués. La pente est égale à l'arctangente de la  $\sqrt{G^2 + H^2}$ . Et l'orientation est égale à  $\pi$  moins l'arctangente du rapport entre le gradient de colonne H et le gradient de ligne G, plus  $(\pi / 2) \times (G / |G|)$ .

Notes

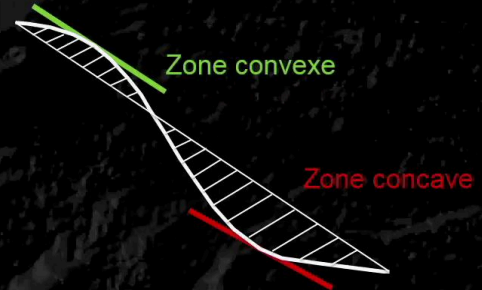
Summary



8m 55s

# Courbure

- Courbure positive: convexe
- Courbure négative: concave
- Une pente convexe subit une érosion plus forte qu'une pente concave



Introduction aux systèmes d'information géographique

Passons maintenant à la mesure de la convexité et de la concavité du terrain. Une surface est dite convexe ou concave, lorsqu'elle est entièrement située du même côté d'un plan tangent. Dans le cas de la convexité, la courbure est positive comme ici en vert et dans le cas de la concavité, elle est négative. La forme du relief influence le processus d'érosion, et une pente convexe va subir une érosion plus forte qu'une pente concave.

Notes

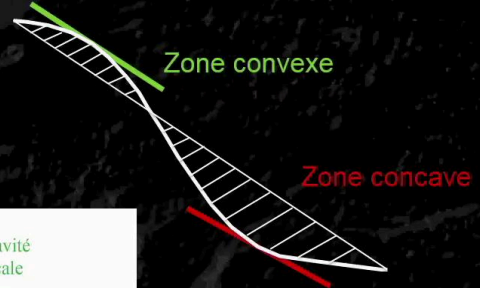
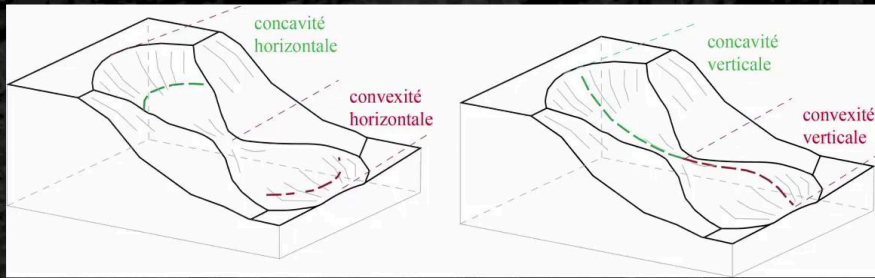
Summary



9m 36s

# Courbure

- Courbure positive: convexe
- Courbure négative: concave
- Une pente convexe subit une érosion plus forte qu'une pente concave



Introduction aux systèmes d'information géographique

La convexité et la concavité interviennent aussi pour caractériser la partie haute et la partie basse d'un glissement de terrain. Et dans ce cas, la courbure doit être déterminée dans les deux directions verticales et horizontales, raison pour laquelle on parle de courbure verticale et de courbure horizontale.

Notes

Summary

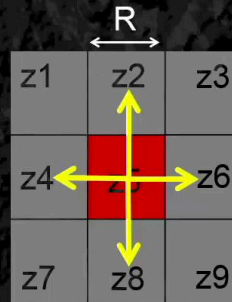
10m 05s





# Courbure

- Courbure positive: convexe
- Courbure négative: concave
- Une pente convexe subit une érosion plus forte qu'une pente concave
- Modèle de Zevenbergen et Thorne (1987)



R = résolution du MNT

$$G = \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{z6 - z4}{2R}$$

$$H = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{z2 - z8}{2R}$$

$$D = \frac{1}{R^2} \left( \frac{z4 + z6}{2} - z5 \right) \quad E = \frac{1}{R^2} \left( \frac{z2 + z8}{2} - z5 \right)$$

Introduction aux systèmes d'information géographique

Pour mesurer la courbure, on utilise généralement le modèle de Zevenbergen et Thorne. Les gradients de ligne G et de colonne H, utilisés pour le calcul de la pente sont dans ce cas complétés par les paramètres D, E et F, décrits plus tôt. D rend compte de la différence d'altitude entre le pixel d'intérêt et la moyenne de ses voisins de ligne, Z4 et Z6. Le terme E rend compte de la différence d'altitude entre le pixel d'intérêt et la moyenne de ses voisins de colonne, Z2 et Z8.

Notes

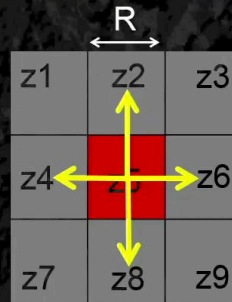
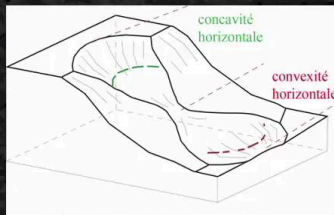
Summary



10m 22s

# Courbure

- Courbure positive: convexe
- Courbure négative: concave
- Une pente convexe subit une érosion plus forte qu'une pente concave
- Modèle de Zevenbergen et Thorne (1987)



R = résolution du MNT

$$G = \frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{z6 - z4}{2R}$$

$$H = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{z2 - z8}{2R}$$

$$D = \frac{1}{R^2} \left( \frac{z4 + z6}{2} - z5 \right) \quad E = \frac{1}{R^2} \left( \frac{z2 + z8}{2} - z5 \right)$$

$$F = \left( \frac{-z1 + z3 + z7 - z9}{4R^2} \right)$$

$$\text{Courbure, plan} = 2 \frac{DH^2 + EG^2 + FGH}{G^2 + H^2}$$

Introduction aux systèmes d'information géographique

Et finalement, le terme F permet de rendre compte des différences d'altitude entre les pixels situés aux extrémités des diagonales de la fenêtre mobile. L'articulation spécifique de ces 5 paramètres permet d'obtenir soit la courbure verticale, dont la formule est affichée ici, soit la courbure horizontale. Il y a deux directions de courbure qui sont orthogonales. L'une en direction de la pente et c'est la courbure verticale avec un signe négatif. Et l'autre, transversale à la pente c'est la courbure horizontale avec un signe positif. Toutes deux sont des dérivées secondes de Z.

Notes

Summary



# Effet de la taille de la fenêtre

- Pente, Orientation
  - Fenêtre plus grande : lissage, généralisation
- Courbure
  - Fenêtre plus grande : effet structurant



La cartographie de la convexité et de la concavité est très sensible à la variation de la taille de la fenêtre mobile. Plus la fenêtre est grande et plus l'espace environnant est pris en compte. Selon le mode de calcul, l'augmentation de la taille de la fenêtre va produire un lissage de la pente ou de l'orientation.

Notes

Summary



11m 34s



# Effet de la taille de la fenêtre

- Pente, Orientation
  - Fenêtre plus grande : lissage, généralisation
- Courbure
  - Fenêtre plus grande : effet structurant

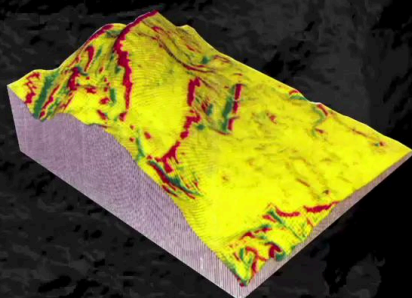
## Convexe

> 7	-1 à 1
5 à 7	
3 à 5	
1 à 3	

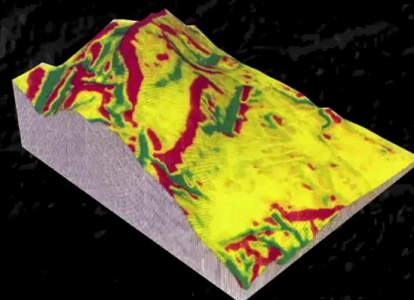
## Concave

-3 à -1
-5 à -3
-7 à -5
< -7

3x3



5x5



Introduction aux systèmes d'information géographique

Et en ce qui concerne la convexité et la concavité, cet agrandissement de la fenêtre mobile va produire un effet structurant qui correspond à une mise en évidence des formes dominantes.

Notes

Summary

11m 55s

