



# Relations spatiales et topologie



Bienvenue à cette leçon sur les relations spatiales et la topologie. Le positionnement des objets géographiques, les uns par rapport aux autres et leur connectivité sont des éléments très importants dont il faut tenir compte lorsque l'on analyse les réseaux par exemple. Nous avons donc vu dans les 2 premières leçons que la modélisation du territoire implique de pouvoir identifier et discriminer des objets spatiaux puis de pouvoir caractériser leurs géométries en les positionnant dans un référentiel, référentiel généralement constitué par un système de coordonnées planes qui dérive d'un système de projection. Nous avons également noté au passage que la description de la géométrie des objets porte non seulement sur leur positionnement absolu dans l'espace mais s'intéresse également au positionnement des objets les uns par rapport aux autres autrement dit à leurs relations spatiales et à ce sous-ensemble de relations spatiales particulier que constituent les relations topologiques. Cette thématique est importante car l'intégrité d'une base de données spatiales dépend de la validité ou de la vérification de ces règles topologiques.

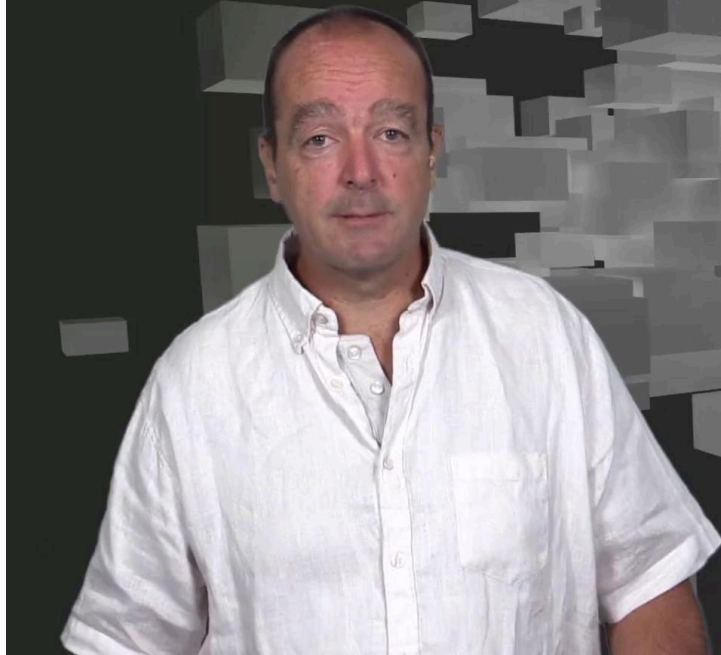
Notes

Summary



0m 22s

# Relations spatiales et topologie



## Objectifs de la leçon

- Au-delà de la forme et de l'emplacement des entités spatiales individuelles, les appréhender globalement en décrivant leur relations dans l'espace

## Après cette leçon vous serez capables

- D'expliquer la notion de topologie et de décrire les principales formes de relations topologiques

Introduction aux systèmes d'information géographique

Cette intégrité étant nécessaire pour que la base de données en question puisse être exploitée par des logiciels SIG. Cette leçon vise donc à décrire les relations qu'entretiennent les entités spatiales et la notion de règle topologique de sorte que vous soyez en mesure d'expliquer ces notions et de décrire les principales formes de relations topologiques.

Notes

Summary



1m 38s

# Relations spatiales

## Entités spatiales

- Appréhension individuelle par la localisation et la description
- Appréhension collective en décrivant leur agencement ou leurs relations dans l'espace

Dans cette leçon nous aborderons donc successivement le thème des relations spatiales puis la notion de topologie pour finir par décrire les principales relations topologiques. Travailler sur des entités spatiales implique donc la capacité de les localiser et de les décrire individuellement mais également la capacité de les appréhender collectivement en décrivant leurs relations dans l'espace. La question de ces relations se pose par exemple dans le cas de 2 villes reliées entre elles indépendamment de leur éloignement, par exemple par des liaisons aériennes ou comme ici maritimes, de 2 communes de montagne situées dans 2 vallées voisines qui ont une frontière commune et qui pourtant sont éloignées en terme de distance à parcourir pour aller de l'une à l'autre. Dans le cas de réseaux routiers dans la recherche du plus court chemin permettant de relier 2 points ou encore de la distance d'une habitation à l'école ou au poste de santé le plus proche. Les relations spatiales identifient toutes propriétés que des entités spatiales partagent entre elles. Elles sont indissociables de la notion de voisinage ou de liaison qui rend selon une propriété donnée deux entités dépendantes.

Notes

Summary



2m 04s

# Relations spatiales

Toute propriété partagée par deux entités spatiales définit une dépendance spatiale ou relation spatiale

Celle-ci peut donc s'exprimer par

- Les **géométries** des entités,
  - notion de voisinage et relations de proximité
  - notion d'agencement et de réseau
- Un **attribut** lié aux entités
  - exprimant des propriétés de l'espace, par exemple par rapport à des processus de diffusion, ou de déplacement
  - ➡ relation fonctionnelle



Facilité ou coût de déplacement de la faune

Les relations spatiales s'appuient donc sur les notions de contact : Dans le cas d'une parcelle X, est-ce que la parcelle A est en contact ? Qu'en est-il de la parcelle B ou encore de la parcelle C ? Sur la notion de connexion : est-ce que le chemin de l'école est en connexion avec le chemin de Pérosset ? Les notions de proximité et de distance : quelle est la distance des différentes maisons au chemin de l'école ? Ou encore finalement les notions d'atténuation par exemple, l'atténuation, la propagation du bruit de la circulation sur le chemin de l'école. En tant que propriété partagée par 2 entités spatiales, les relations spatiales peuvent s'exprimer par la géométrie de ces entités avec les notions de voisinage et les relations de proximité comme on vient de le voir ou par les notions d'agencement et de réseau comme l'illustre cette figure qui montre les formes les plus classiques d'arrangement d'objets en étoile, en maille, en boucle, en arbre, etc. Les relations spatiales peuvent également s'exprimer par un attribut lié aux entités traduisant les propriétés de l'espace par rapport à des processus de diffusion ou de déplacement par exemple. Et on parle alors dans ce cas de relations fonctionnelles.

Notes

Summary



3m 25s

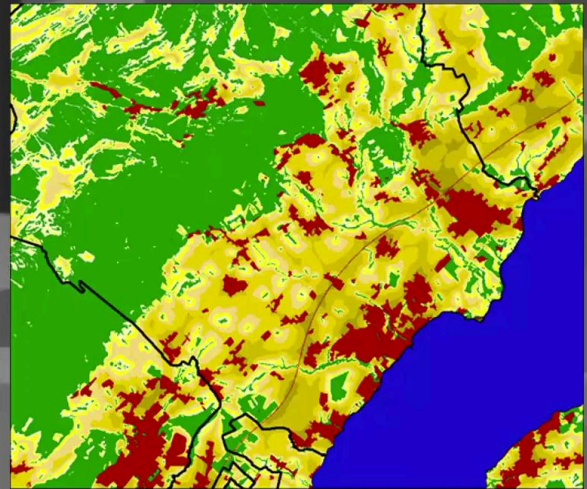


# Relations spatiales

Toute propriété partagée par deux entités spatiales définit une dépendance spatiale ou relation spatiale

Celle-ci peut donc s'exprimer par

- Les **géométries** des entités,
    - notion de voisinage et relations de proximité
    - notion d'agencement et de réseau
  - Un **attribut** lié aux entités
    - exprimant des propriétés de l'espace, par exemple par rapport à des processus de diffusion, ou de déplacement
- ➡ relation fonctionnelle



Facilité ou coût de déplacement de la faune

Dans cette figure, les zones rouges représentent les zones urbanisées, les plus inaccessibles à la faune sauvage, et les zones vertes les réservoirs naturels, en particulier les forêts du Jura et les couloirs qui suivent en fait les cours d'eau et qui permettent la communication entre le massif du Jura et le lac. On peut relever également le tracé de l'autoroute qui représente un obstacle difficile à franchir pour la faune.

Notes

Summary



4m 44s

# Notion de topologie

## Définition

- La topologie est une branche des mathématiques traitant des propriétés de l'espace qui sont préservées lors de déformations continues  
i.e. étirement ou pliage, mais sans déchirement, trou ou collage



La notion de topologie s'est développée à partir du problème des 7 ponts de Königsberg, aujourd'hui Kaliningrad, abordé par Euler au 18<sup>e</sup> siècle. Dans cette ville traversée par une rivière et comptant 2 grandes îles connectées entre elles et aux 2 rives par 7 ponts, le problème consistait à trouver un cheminement à travers la ville qui ne franchirait chaque pont qu'une et une seule fois en admettant que les îles ne sont accessibles qu'en empruntant les ponts et qu'une fois la traversée d'un pont entamée, elle doit être poursuivie jusqu'à son autre extrémité. Euler a relevé le fait que la trajectoire empruntée dans les diverses parties de la ville n'a aucune importance et que seul importe la séquence de traversée des ponts. Ce qui lui a permis de schématiser le problème et de le reformuler en termes abstraits posant ainsi les bases de la théorie des graphes qui reposent sur une schématisation en nœud liée par des connections. Par définition, la topologie est la branche des mathématiques qui s'intéresse aux propriétés de l'espace qui sont préservées lors des déformations continues, c'est à dire l'étirement, le pliage mais sans déchirure, ni trou ni collage.

Notes

Summary



5m 22s

# Notion de topologie

## Eléments de l'espace topologique

- un point est situé à l'extrémité d'une ligne
- un point est situé sur le contour d'un polygone
- un point est situé à l'intérieur d'un polygone ou d'une région
- un polygone est connecté à une ligne
- une aire est simple, non trouée
- etc.

## Eléments de l'espace métrique

- la distance entre deux points
- la longueur d'une ligne
- l'angle formé par deux lignes
- le périmètre ou la surface d'une aire
- etc.

Introduction aux systèmes d'information géographique

Dans cet exemple de déformation continue par aplatissement, on voit bien que des grandeurs comme l'angle entre les 2 droites ou les surfaces des rectangles ne sont pas préservées alors que d'autres notions comme l'intersection des 2 droites ou le fait que les 2 rectangles se touchent sont des choses qui sont préservées. Les relations topologiques sont donc des relations ou des propriétés spatiales qualitatives, indépendantes de toute mesure et invariantes sous déformation continue. Dans ces quelques exemples, on voit que les relations de voisinage qu'entretiennent les paires d'entités spatiales restent les mêmes quelle que soit la géométrie des objets concernés. C'est ainsi que l'on parle d'espace topologique par opposition à l'espace métrique. Dans un espace topologique, les concepts utilisés sont du type un point situé à l'extrémité d'une ligne, situé sur le contour d'un polygone, à l'intérieur d'un polygone ou d'une région, un polygone est connecté à une ligne, une aire est simple, non trouée, etc. Alors que dans l'espace métrique, les concepts utilisés sont plutôt ceux de la distance entre 2 points, de la longueur d'une ligne, de l'angle formé par 2 lignes, du périmètre ou de la surface d'un polygone, etc.

Notes

Summary



6m 30s



# Notion de topologie

## Topologie dans les SIG

## Exemples de règles topologiques

- Dans le domaine **geospatial**, la topologie s'exprime par un ensemble de règles portant sur les relations entre entités spatiales: point, lignes, polygones
- Le respect de ces règles détermine la cohérence topologique
- La cohérence topologique est un prérequis à toute forme d'analyse spatiale

Introduction aux systèmes d'information géographique

On voit donc que la forme, la dimension et la distance ne jouent aucun rôle l'intérêt portant essentiellement sur les notions de voisinage, d'agencement et de réseau avec un accent plus particulier sur les notions d'intérieur, de limite et d'extérieur. Nous avons donc vu les fondements de la notion de topologie, reste maintenant à voir en quoi cette notion est importante dans le monde des systèmes d'information géographique. Dans le monde des SIG, la topologie s'exprime par un ensemble de règles portant sur les relations entre entités spatiales de type point, ligne ou polygone. Le respect de ces règles définit la cohérence topologique et cette cohérence est indispensable pour toute forme d'analyse spatiale.

Notes

Summary



7m 44s

# Relations topologiques

- Relations spatiales invariantes sous déformation continue
- Basées sur les notions de voisinage, de proximité, de limite, d'agencement et de réseau

Adjacence ou contiguïté

Connectivité

Inclusion

Intersection



Comme exemple de règle topologique, on peut citer le fait que des lignes jointives doivent avoir un nœud commun. Ce qui permet par exemple de s'assurer que dans le cas d'un réseau hydrographique les rivières s'écoulent bien les unes dans les autres, que les limites de polygones jointifs sont uniques, ce qui est nécessaire si on veut représenter par exemple le cadastre foncier avec des parcelles juxtaposées les unes aux autres. On ne peut pas se permettre d'avoir des superpositions de polygones ou des trous entre polygones. Le fait qu'un polygone est défini comme un ensemble topologique formé d'un centroïde et d'un contour et que ce contour doit être fermé. Les relations topologiques sont donc des relations spatiales invariantes sous déformation continue. Elles sont basées sur les notions de voisinage, de proximité, de limite, d'agencement et de réseau. Nous allons dans la suite de cette partie du cours aborder les 4 formes principales de relations topologiques que sont l'adjacence, la connectivité, l'inclusion et l'intersection.

Notes

Summary



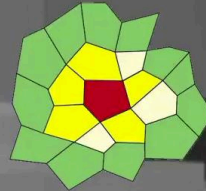
8m 28s

# Relations topologiques

## Adjacence (ou contiguïté)

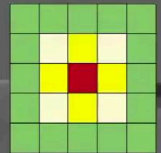
Deux entités spatiales sont dans une relation d'adjacence si elle ont :

- un côté commun (adjacence stricte)
- un sommet commun (adjacence au sens large)
- Adjacence de premier ordre si les deux entités sont en contact, de second ordre si une autre entité s'intercale, etc.



Adjacence - Voisinage

- Adjacence au sens strict
- Adjacence au sens large
- Voisinage de second ordre



Introduction aux systèmes d'information géographique

La notion d'adjacence ou de contiguïté implique que les entités spatiales possèdent en commun un côté ou un sommet. On parle d'adjacence au sens strict lorsqu'ils ont un côté commun et d'adjacence au sens large dans le cas d'un sommet commun.

Notes

Summary



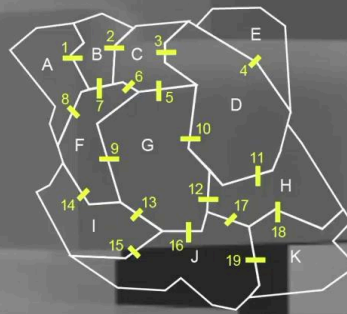
9m 52s

# Relations topologiques

## Connectivité

- Exprime l'adjacence pour les réseaux linéaires
- Peut être orientée (écoulement d'eau, distribution de gaz, etc.)
- Décrites par des graphes et des matrices de connectivité

15 zones contiguës avec 19 connexions



Matrice de connectivité

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
B	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
I	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
J	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
K	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
nb	2	3	4	4	1	5	6	4	3	4	2
	38										

Le nombre total de voisins est égal au double du nombre de connexions

Introduction aux systèmes d'information géographique

Par ailleurs, l'adjacence peut être de premier ordre si les 2 entités sont en contact direct, de second ordre si une autre entité s'intercale, etc. La connectivité exprime l'adjacence pour les réseaux linéaires, elle peut être orientée comme c'est le cas dans cet exemple pour un réseau hydrographique. La connectivité peut être décrite par des graphes et des matrices de connectivité comme le montre cet exemple de 15 zones contiguës qui comporte 19 connections entre éléments et la matrice de connectivité qui va avec. On peut noter au passage que le nombre total de voisins est égal au double du nombre de connexions.

Notes

Summary

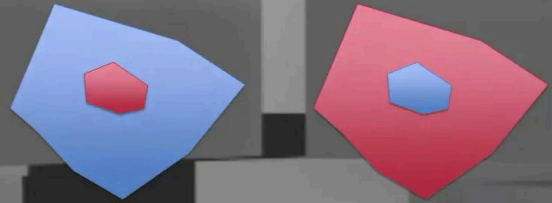


10m 15s

# Relations topologiques

## Inclusion

- Cas d'une entité spatiale située totalement à l'intérieur d'une autre
- Contient ou EstContenu
- En fait un cas particulier d'adjacence



Introduction aux systèmes d'information géographique

Le cas un peu trivial de l'inclusion qui est celui d'une entité spatiale située totalement à l'intérieur d'une autre avec des relations de type contient ou alors est contenu, il s'agit en fait d'un cas particulier d'adjacence et enfin l'intersection qui définit l'espace commun à 2 entités spatiales. En s'appuyant sur les notions d'intérieur, de limite et d'extérieur que l'on a vu tout à l'heure, on voit que dans le cas de 2 polygones la notion d'intersection comporte 9 formes différentes.

Notes

Summary



10m 47s