

Support de cours

Cours:

Éléments de Géomatique

Vidéo:

2.6 Calcul d'un déplacement infinitésimal à la surface de la Terre

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Calcul d'un déplacement. Rayon du parallèle. Sphère terrestre. Petit déplacement. Méridien origine. Certaine hauteur. Partie d'exercice. Axe de rotation. Coordonnée géographique. Triangle rectangle. Niveau du point. Premier temps. Tout petit déplacement. Petit exemple numérique. Résolution de cette équation.



[vers la recherche de séquences vidéo](#)
(dans Éléments de Géomatique.)



[vers la vidéo](#)

Center for Digital Education. Plus de matériel de soutien pédagogique ici :

<https://www.epfl.ch/education/educational-initiatives/cede/educational-technologies-gallery/boocs-en/>
page 1/12



Calcul d'un déplacement infinitésimal à la surface de la Terre

Éléments de Géomatique, Bases de géodésie

Pierre-Yves Gilliéron

...

notes

résumé

0m 0s





Bonjour,

notes

résumé

0m 1s



Sphère terrestre (rappel)

- Rayon: R

Coordonnées sphériques ou géographiques

- Latitude: φ
- Longitude: λ

Bienvenue à cette partie d'exercice sur le calcul d'un déplacement à la surface de la Terre. On va considérer notre sphère terrestre avec un tout petit déplacement infinitésimal

notes

résumé

0m 5s



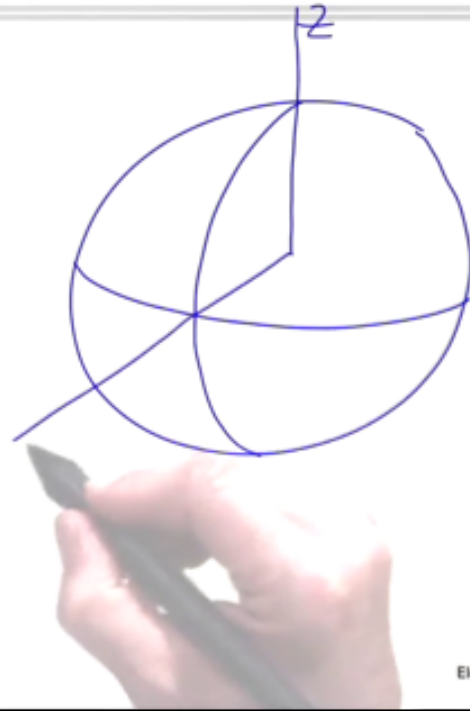
Situation

Sphère terrestre (rappel)

- Rayon: R

Coordonnées sphériques ou géographiques

- Latitude: φ
- Longitude: λ



à une coordonnée géographique sur la Terre. On rappelle ici la sphère terrestre, que je dessine ici avec son équateur, le méridien origine, l'axe de rotation z ,

notes

résumé

0m 17s



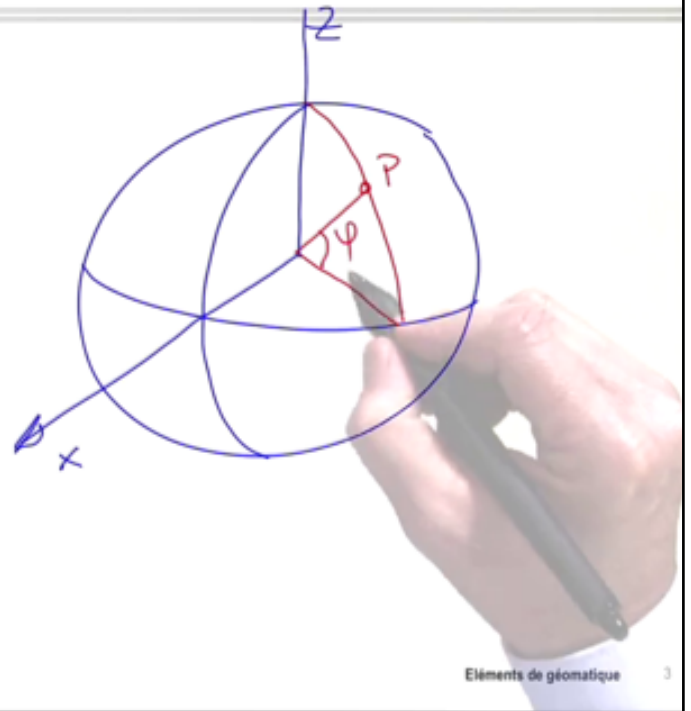
Situation

Sphère terrestre (rappel)

- Rayon: R

Coordonnées sphériques ou géographiques

- Latitude: φ
- Longitude: λ



Éléments de géomatique

3

l'axe qui passe par le méridien origine x , et puis un point, en coordonnées, le long, ici, d'un méridien, à une certaine hauteur P , j'ai ici la latitude ϕ ,

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

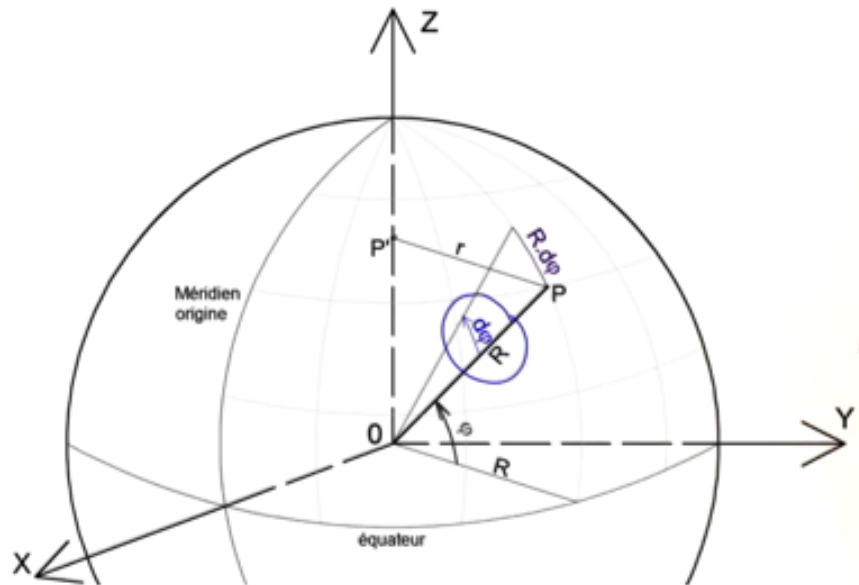
.....

.....

0m 34s



- P a des coordonnées sphériques (ϕ, λ)
- P subit un déplacement infinitésimal $d\phi$ dans la direction longitudinale
- Sur la sphère de rayon R la distance résultante est $R \cdot d\phi$



et la longitude λ . Ce qui va nous intéresser dans cet exercice, c'est un tout petit déplacement, ici, à la surface de la Terre, au point P. Si on décompose maintenant ses coordonnées au niveau du point P, on voit que le point P se situe à une hauteur, ou latitude ϕ , et que, à cette hauteur, on va considérer le rayon du parallèle, ici r , qui est ce rayon du parallèle à la latitude ϕ . Ce qui nous intéresse dans un premier temps, c'est un petit déplacement, ici, $d\phi$,

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

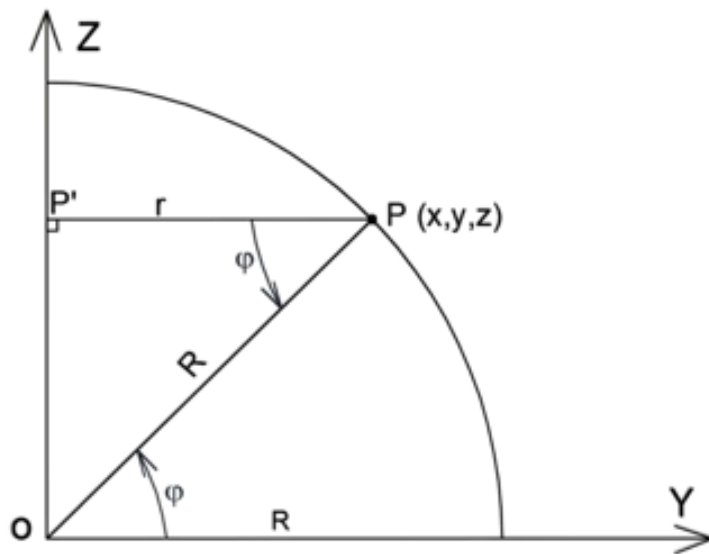
résumé

0m 49s



Calcul du déplacement

- Calcul du rayon r du parallèle



Éléments de géomatique 8

à ce point P qui va engendrer ici un déplacement à la surface de la Terre $R.d\phi$, $d\phi$ étant exprimé en radian. Par analogie, on peut considérer un petit déplacement en longitude, ici $d\lambda$, qui va engendrer au niveau de mon parallèle, ici, un déplacement $r.d\lambda$ également exprimé en radian. Finalement, ce qui nous intéresse, c'est la composante $d2$, c'est-à-dire mon da , ici, sachant que je vais considérer ce da comme un tout petit déplacement, et je peux dire que le triangle ici est un triangle rectangle, avec ma composante $R.d\phi$ d'un côté, et puis $r.d\lambda$ de l'autre. Tout d'abord, il nous faut calculer le rayon du parallèle,

notes

résumé

1m 37s



Calcul du déplacement

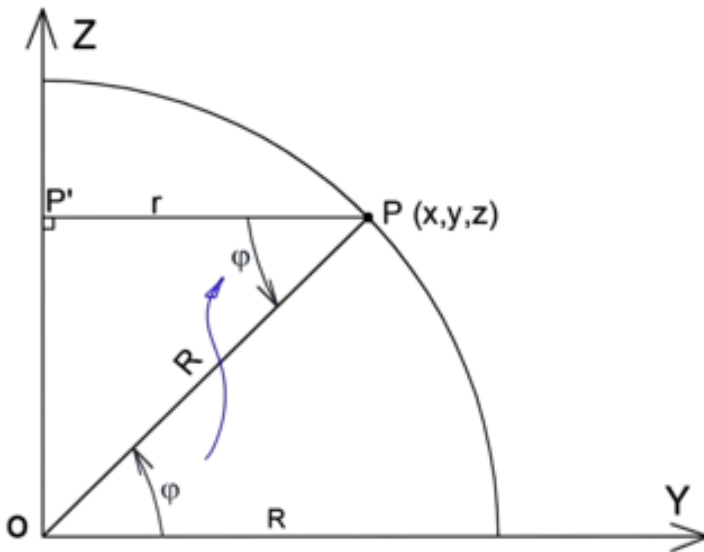
- Calcul du rayon r du parallèle

r : rayon du parallèle

$$r = R \cdot \cos \varphi$$

$$\varphi = 0 \quad r = R$$

$$\varphi = 90^\circ \quad r = 0$$



le r , rayon du parallèle. On retrouve ici la latitude ϕ , et ce r , ce n'est rien d'autre que le rayon de la sphère terrestre fois le cosinus ϕ . Si ϕ vaut zéro, donc à l'équateur, r vaut évidemment R et si ϕ est égal à 90° , donc aux pôles, mon r est égal à zéro.

notes

résumé

2m 37s

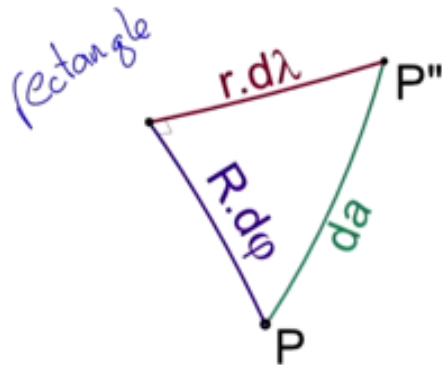


Calcul du déplacement

- Calcul du déplacement da
- Hypothèse
 - Déplacement infinitésimal
 - Triangle rectangle

$$da^2 = (r \cdot d\lambda)^2 + (R \cdot d\phi)^2$$

$$= R^2 \cdot \cos^2 \phi \cdot d\lambda^2 + R^2 \cdot d\phi^2$$



Je vais maintenant calculer mon déplacement, ici, da , si je regarde ici mon triangle, que je considère comme rectangle, le da^2 n'est rien d'autre que $(r \cdot d\lambda)^2$ plus $(R \cdot d\phi)^2$ ce qui est égal à R^2 fois $\cos^2 \phi \cdot d\lambda^2$

notes

résumé

3m 8s



- Résumé de la démarche

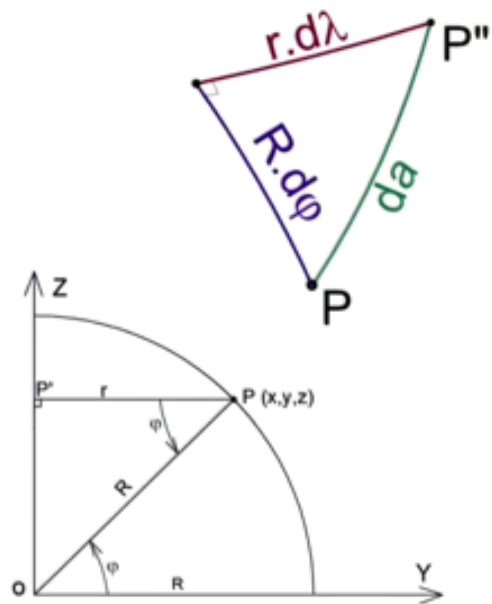
$$da^2 = (R \cdot d\varphi)^2 + (r \cdot d\lambda)^2$$

$$r = R \cdot \cos \varphi$$

$$da^2 = (R \cdot d\varphi)^2 + (R \cdot \cos \varphi \cdot d\lambda)^2$$

$$da^2 = R^2 \cdot d\varphi^2 + R^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot d\lambda^2$$

$$da = R \cdot \sqrt{d\varphi^2 + \cos^2 \varphi \cdot d\lambda^2}$$



Éléments de géomatique 10

plus $R^2 \cdot d\varphi^2$. On peut mettre en évidence R^2 qui multiplie $\cos^2 \varphi \cdot d\lambda^2$ plus $d\varphi^2$. Voilà pour cette valeur da^2 , évidemment, ce qui nous intéresse, c'est la racine, c'est à dire da . Je résume ici la démarche,

notes

résumé

3m 47s



Application numérique

- Soit P situé au Cameroun ($\varphi = 4.03^\circ$, $\lambda = 9.7^\circ$)
- Déplacements infinitésimaux de $d\varphi = d\lambda = 1''$

$1/3600$ degré

$$R = 6400 \text{ Km} \quad R^2 = 4,096 \cdot 10^{13} \text{ m}$$

$$d\varphi = d\lambda = 1'' = 1/3600 = 2,77 \cdot 10^{-4} \text{ deg} \rightarrow 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ rad.}$$

$$\varphi = 4,03 \text{ deg} \quad \cos \varphi = 0,99753$$

do



avec en clair les formules qui sont redonnées sur cette partie de l'écran. On prend maintenant un petit exemple numérique, avec un point P, situé au Cameroun, à une latitude ici proche de l'équateur, de 4° , et une longitude d'environ 9° . On considère des déplacements infinitésimaux de une seconde, c'est-à-dire $1/3600$ degré. On rappelle ici le rayon de la Terre, qui vaut 6400 Km . Donc le rayon au carré, exprimé en mètres, ce sera $4,096 \cdot 10^{13} \text{ m}$. Notre déplacement angulaire, donc $d\varphi$ ou $d\lambda$, est égal à une seconde, donc on a vu que c'était $1/3600$, ce qui est égal à $2,77 \cdot 10^{-4}$ degré, qu'on va exprimer et convertir en radian, ce qui est égal à $4,85 \cdot 10^{-6}$ radian. En prenant notre latitude, ici à $4,03$ degré, je calcule le cosinus de la latitude, c'est-à-dire $0,99753$. Et mon da^2 , si je reprends la formule vue tout à l'heure, est égal à R^2 fois $\cos^2 \varphi \cdot d\lambda^2$ plus $d\varphi^2$. Donc, ceci, par calcul, j'obtiens $4,689 \cdot 10^{11}$, et ceci est égal à $1920,7$. En prenant la racine, on trouvera un da de $43,8$ mètres. On donne ici, en clair encore, une résolution de cette équation, avec ici l'arrondi à 44 mètres pour cet exemple numérique. pour cet exemple numérique.

notes

résumé

4m 13s

