

Support de cours

Cours:

Éléments de Géomatique

Vidéo:

6.3 Nivellement trigonométrique

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Mesures de distance. Angle de hauteur bêta. Mesures de distances. Certaine altitude. Terre plate. Station p. Point visée q. Arc sp. Distance de manière univoque. Distance oblique. Gamma ■. Effet de la réfraction. Point p. Rayon de la terre. Terre ronde.



[vers la recherche de séquences vidéo](#)
(dans Éléments de Géomatique.)



[vers la vidéo](#)

Center for Digital Education. Plus de matériel de soutien pédagogique ici :

<https://www.epfl.ch/education/educational-initiatives/cede/educational-technologies-gallery/boocs-en/>



Nivellement trigonométrique

Éléments de Géomatique, Mesures de distances

Pierre-Yves Gilliéron

© 2013 swisstopo (JD100064)

...

notes

résumé

0m 0s





Bonjour, cette partie du cours sur les mesures de distance

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

0m 1s



.....

.....

.....

.....

.....

- Comment définir une distance de manière univoque?
- Distance horizontale, sphérique, dénivelée
- Distance mesurée à une altitude H
- Distance réduite dans le plan de projection



sera consacrée au nivellement trigonométrique Le nivellement trigonométrique permet, à partir de mesures de distances et d'angles, de déterminer des dénivellés

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

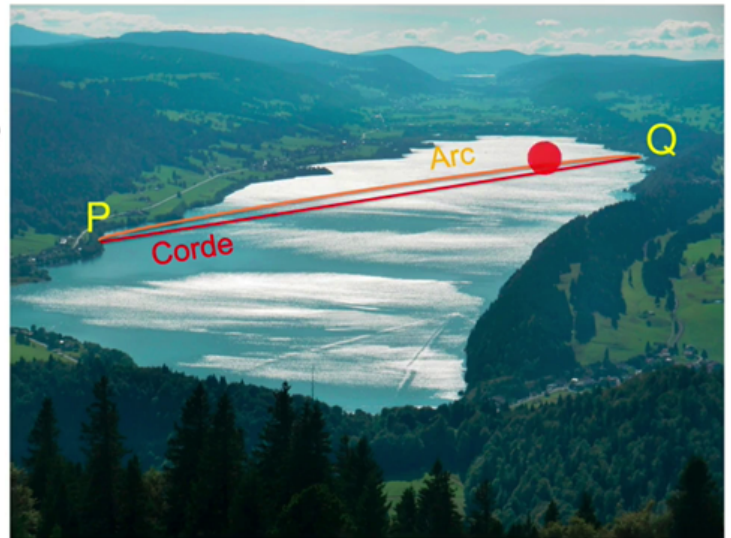
.....

.....

0m 5s



- Différence entre la corde et l'arc
- **Corde**: ligne droite entre P et Q
- **Arc**: courbe selon la sphère terrestre
- Corde = 10'000 m
- Arc = ?
- Flèche?



La question que l'on doit se poser lors de mesures topographiques est : comment définir une distance de manière univoque ? On prend ici un petit exemple avec une station P un point visée Q, une distance oblique S' ici mesurée ainsi qu'un angle de hauteur β On peut réduire cette distance à l'horizontale ici S horizontale (HZ) et calculer une dénivellée La question que l'on doit se poser : à quel moment doit-on considérer la distance comme une distance sphérique ? et la question également de savoir que la mesure se fait à une certaine altitude en l'occurrence ici $H_p = 1000$ mètres et que une distance mesurée à une certaine altitude n'est pas forcément la même qu'une distance mesurée à une altitude inférieure ou supérieure On doit donc procéder à ce qu'on appelle des réductions et ce sont ces éléments que l'on va voir dans cette partie de la leçon avec la réduction due à l'altitude ainsi que la réduction dans le plan de projection de façon à avoir des distances compatibles avec le système des coordonnées nationales. Terre plate, terre ronde à quel moment doit-on tenir compte de la rontondité de la terre dans les mesures de distances ? On prend ici un exemple entre le point P et le point Q avec la Corde qui est la ligne droite entre ces deux points

notes

résumé

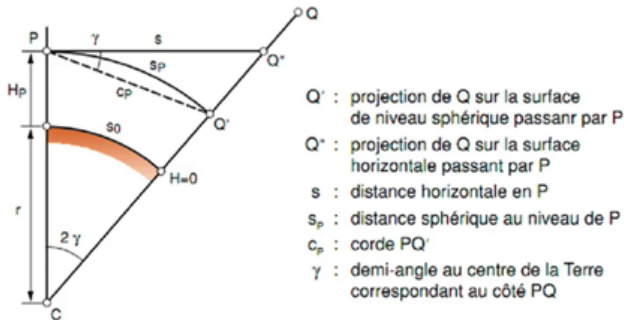
0m 20s



- Différences entre arc et corde
- Arc: S_p
- Corde: C_p

Arc	Corde	Hz au P
S_p	C_p	S

$$C_p - S_p = -1\text{m}$$



et l'Arc qui va suivre la surface de référence terrestre Si j'ai une corde de 10 000 mètres mon arc sera de 10 000,001 mètres soit une différence d'environ 1 millimètre. Donc, dans ce cas, pour nos mesures topographiques Arc et Corde vont se confondre Par contre la Flèche, qui est la distance ici, au centre, entre l'Arc et la Corde -j'ai ici mon Arc et ma Corde- dans ce cas-là, la Flèche équivaut à environ 2 mètres Afin d'illustrer ce principe il faut s'arrêter un moment sur cette figure qui est fondamentale pour bien comprendre les problèmes de réduction de distance Tout d'abord, nous avons ici notre station P et le point Q qui a été mesuré A la station P j'ai une verticale ici avec une altitude H_P A la station Q j'aurai une autre verticale Ces deux verticales ne sont pas forcément parallèles Depuis P je peux considérer la distance perpendiculaire à cette verticale à savoir la distance horizontale S ainsi que l'Arc S_p ici qui va relier P à Q' Je peux également considérer C_p comme étant la Corde qui relie P à Q' J'ai ainsi trois types de distances qu'il faut considérer dans cette figure Qu'en est-il pour nos travaux topographiques ? On rappelle ici nos trois concepts de distance : à savoir l'Arc, la Corde et l'horizontale ici en P Donc nous avons S_p , C_p et S

notes

résumé

1m 49s



- Influence de la rotondité de la Terre

- Mesure en P

- Horizontale en P
- Arc ou corde passant par P

- Valeur de E?

- Effet de la rotondité



$C_p - S_p = -1\text{mm}$ pour $S_p = 10\text{ km}$ et puis $S - S_p = 1\text{mm}$ pour $S_p = 5\text{ km}$ Donc dans les travaux topographiques où l'on a des surfaces de quelques kilomètres on peut négliger cet effet

notes

résumé

3m 49s



- Terre plate
- Réduction sur plan
- Chantier, plan de situation local



On revient ici sur l'effet de la rotondité de la terre Sur cette figure, on a tout d'abord l'angle au centre de la Terre qui est égal ici à 2γ (Gamma) On peut considérer le triangle OPQ' et la relation qui lie le rayon de la terre $R \times 2\gamma = \text{distance } S \text{ entre } P \text{ et } Q'$ Gamma γ étant exprimé en radians Ensuite on va considérer le triangle PQ'Q" dans ce cas-là on peut écrire que $E = \gamma \times S$ Finalement notre valeur de E, en combinant ces deux équations, $E = S^2/2R$ (rayon de la terre) Pour une distance de 10 km, si vous faites le calcul, vous obtiendrez une valeur de $E = 8$ mètres

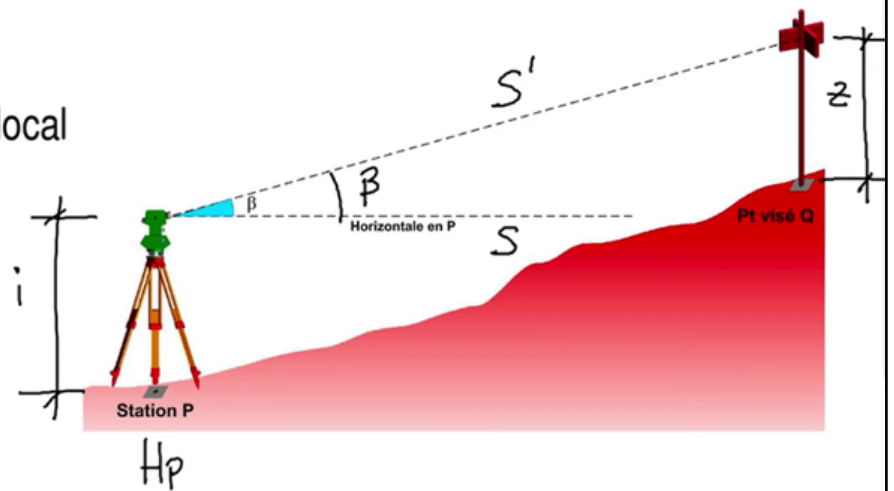
notes

résumé

4m 17s



- Terre plate
- Réduction sur plan
- Chantier, plan de situation local



une station P à une certaine altitude H_p On a mesuré ici une distance oblique S' avec un angle de hauteur Bêta (β) on peut réduire à l'horizontal la distance S Nous aurons également à considérer la hauteur ici du point visé à savoir Z ainsi que la hauteur de l'instrument à savoir i On a ainsi toutes les informations géométriques pour calculer la dénivellée

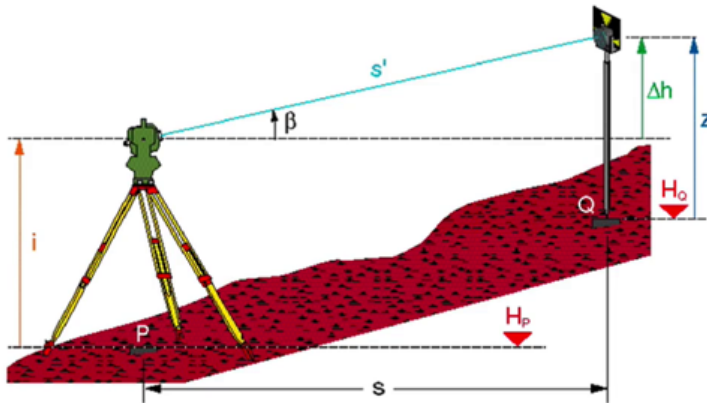
notes

résumé

5m 49s



- Terre plate
- Réduction sur plan
- Chantier, plan de situation local



Dans le cas de la Terre plate les formules trigonométriques sont relativement simples

notes

résumé

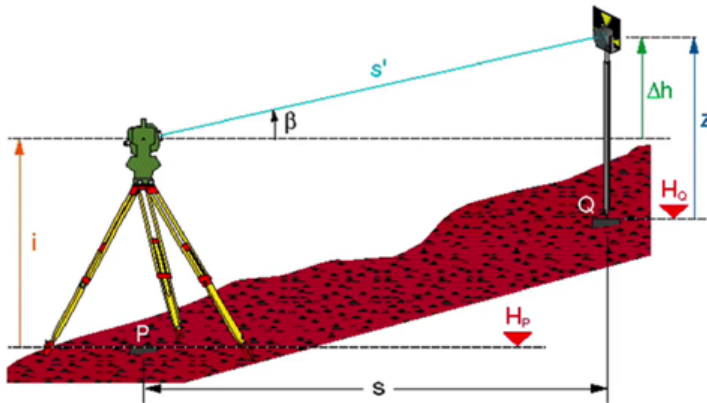
6m 24s



- Terre plate
- Réduction sur plan
- Chantier, plan de situation local

$$\Delta h = s' \cdot \sin \beta$$

$$H_Q =$$



Nous avons ici le Delta (Δ) Δh qui est égal à $S' \times \sin$ de l'angle de hauteur β Si on regarde la figure on peut calculer

notes

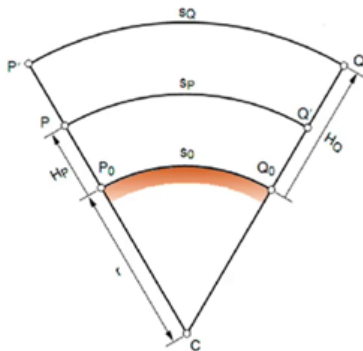
résumé

6m 28s



- Distances et altitudes
- Mesure à une altitude H
- Réduction au niveau de la Mer ($H = 0$)

$$\frac{S_p}{S_o} = \frac{H_p + H_o}{2r}$$



r : rayon de la sphère terrestre
 H_p : altitude du point P
 H_o : altitude du point Q
 S_p : distance sphérique au niveau de P
 S_o : distance sphérique au niveau de Q
 S_q : distance sphérique au niveau $H = 0$

l'altitude $H_Q = H_p + \Delta h$ que je viens de calculer + i (hauteur de l'instrument) - Z (hauteur du signal visé) Je pars de P, j'ai la hauteur de l'instrument + Δh - Z qui nous donnera H_Q On va considérer maintenant les différentes étapes qui mènent à la réduction des distances pour avoir finalement une définition univoque La première étape est la réduction due à l'altitude On voit sur cette figure que la distance considérée à l'altitude Q ou à l'altitude P n'est pas la même On doit donc se ramener à une distance dite S zéro, à l'altitude de la mer Pour calculer ce facteur de réduction on va simplement faire le rapport de proportion entre les distances sphériques et les altitudes

notes

résumé

6m 47s





Je considère ici S_p/S_0 et je prends le rapport de la distance au centre de la terre donc $r +$ l'altitude H_p et puis r (rayon de la terre) à l'altitude $H=0$ Je peux écrire que S_p donc à l'altitude $H_p = r + H_p/r \times S_0$ Ceci est non négligeable je vais prendre ici un exemple avec $H_p = 500$ mètres et une distance S égale à 1000 mètres $S_p - S_0 = 8$ centimètres dans ce cas-là Pour le nivellement trigonométrique

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

7m 49s



.....

.....

.....

.....

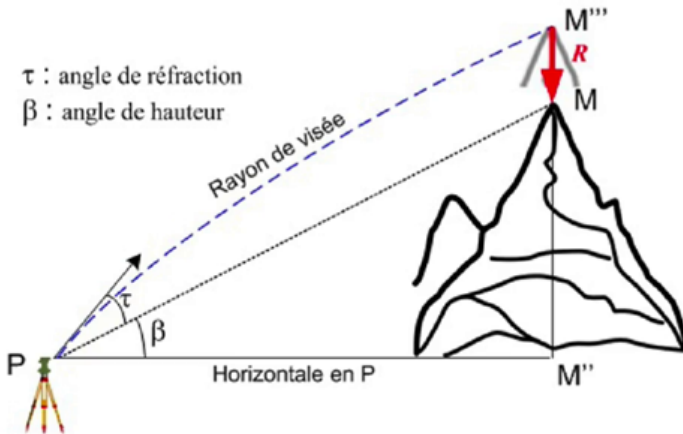
.....

- Réduction sur la sphère
- Mesure de l'angle de hauteur β

τ : réfraction

rayon de visée courbe

$\tau =$



Eléments de géomatique 11

la problématique suivante implique la question de la mesure de l'angle de hauteur. Nous avons effectivement sur cette figure à la station P, mesuré un angle Bêta par rapport à une horizontale Or, nous nous intéressons ici à la surface de référence à savoir la sphère à l'altitude P, ici la référence P Q'. De plus, nous avons un effet de la réfraction qui va avoir un impact sur l'angle mesuré. En topographie on doit effectivement considérer le phénomène de la réfraction atmosphérique sur la mesure des angles de hauteur. On a ici notre angle Tau (τ) qui est l'angle de réfraction qui aura pour effet de courber le rayon de visée. On admet dans la pratique

notes

résumé

8m 47s





que τ = un facteur K qui multiplie l'angle au centre de la terre donc plus le point visé est éloigné plus l'effet de la réfraction sera important $\Gamma(\blacksquare)$ est exprimé évidemment en radians et avec l'expérience K est une valeur que l'on fixe à 0,13

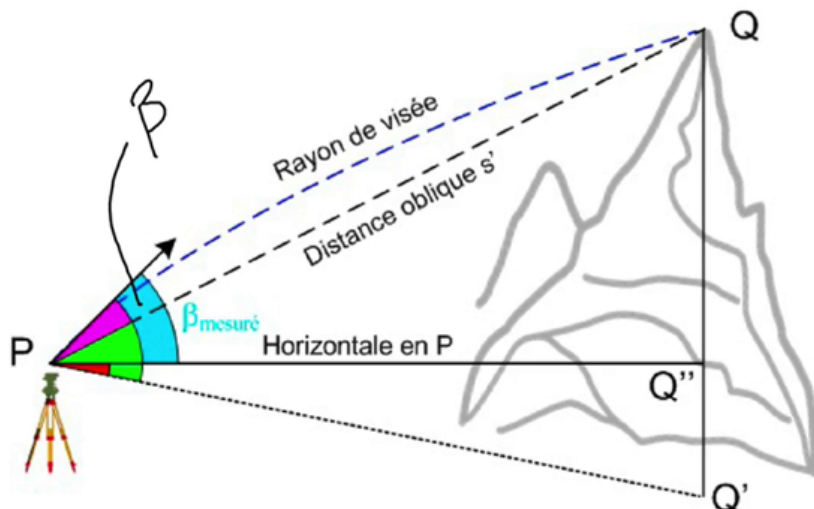
notes

résumé

9m 49s



- Réduction sur la sphère



Si je reprends ma figure avec la mesure de l'angle de hauteur je peux considérer les différentes grandeurs suivantes:

notes

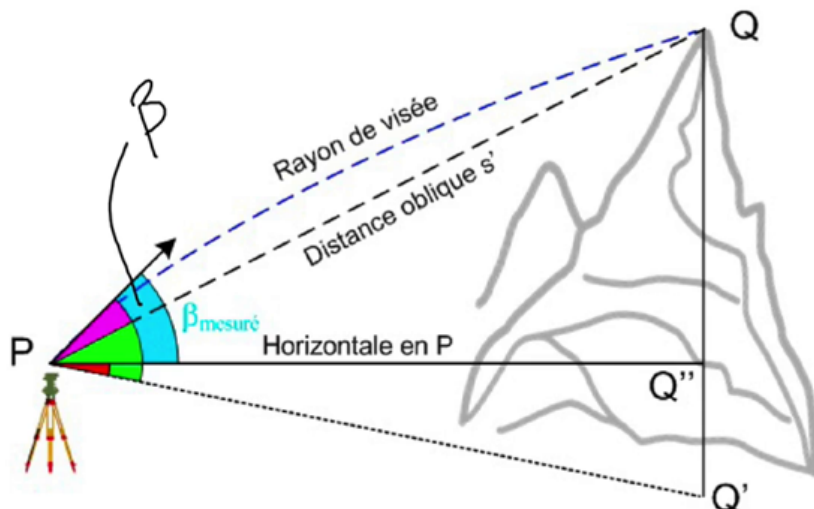
résumé

10m 11s



- Réduction sur la sphère

β : mesure ✓



Tout d'abord j'ai mon angle bêta (β) mesuré

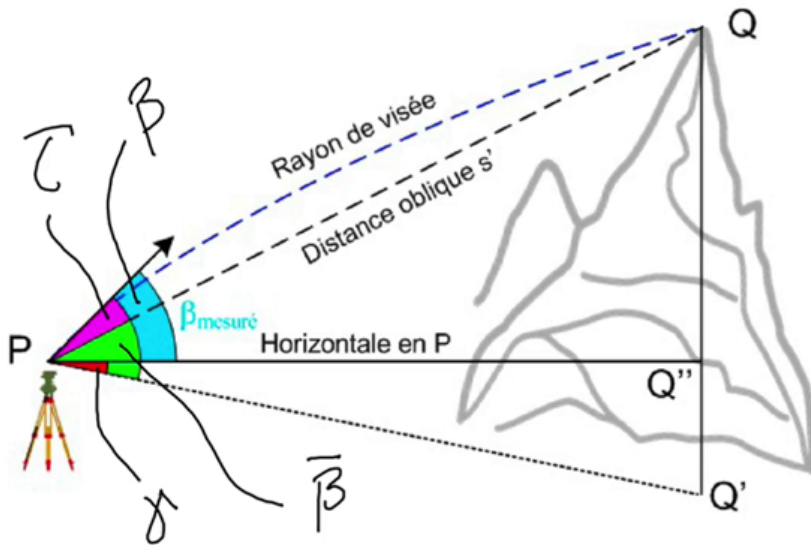
notes

résumé

10m 20s



- Réduction sur la sphère



β : mesure \angle hauteur

γ : $1/2 \angle$ centre Terre

τ : réfraction

$$\bar{\beta} = \beta + \gamma - \tau$$

∇ unité

β : mesure de l'angle de hauteur J'aurai ici Gamma (■) qui est la moitié de l'angle au centre de la Terre J'ai également ici Tau (τ) qui est l'angle de réfraction et finalement, ce qui m'intéresse c'est l'angle Bêta réduit, à savoir $\bar{\beta} = \beta + \blacksquare - \tau$ (bêta barre= bêta + gamma - tau)

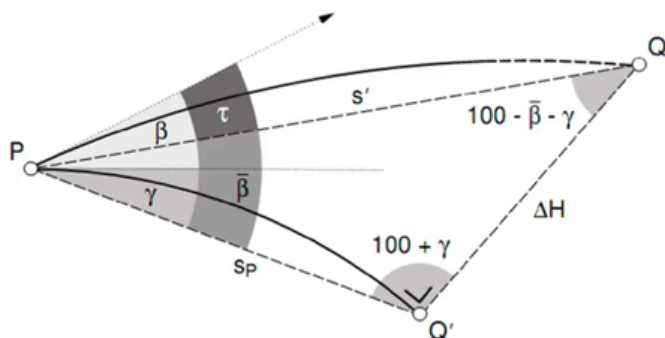
notes

résumé

10m 27s



- Réduction sur la sphère
- Triangle réduit: PQQ'



Attention aux unités parce qu'on aura des mesures en général en gon et puis des valeurs Gamma et Tao qui sont exprimées en radians Il faudra donc convertir dans la bonne unité pour faire cette addition. Pour le calcul de réduction

notes

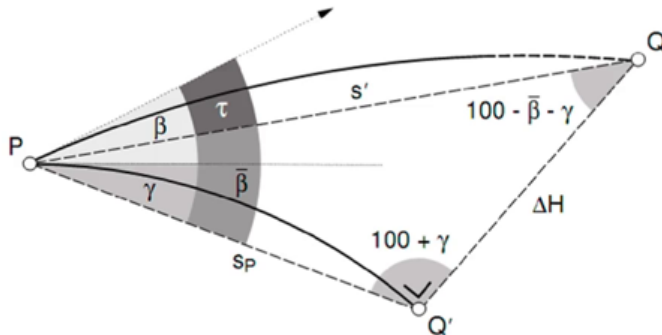
résumé

11m 16s



- Réduction sur la sphère
- Triangle réduit: PQQ'

Corde et arc sont confondus



on considère maintenant cette figure géométrique On rappelle ici que Corde et Arc sont confondus

notes

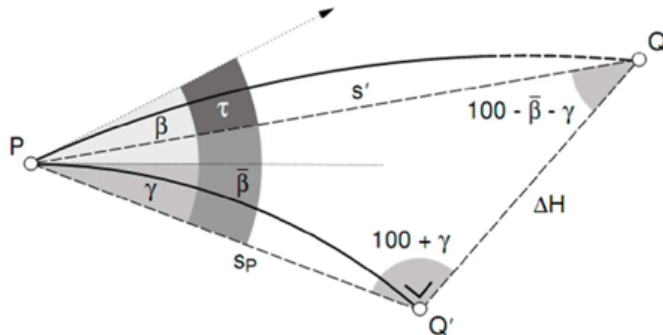
résumé

11m 35s



- Réduction sur la sphère
- Triangle réduit: PQQ'

Corde et arc sont confondus



$$\gamma [\text{rad}] = \frac{S}{2 \cdot r}$$

$$\tau [\text{rad}] = K \cdot \gamma = 0,13 \cdot \gamma$$

théorème du sinus

$$S_p = \frac{S' \cdot \cos(\bar{\beta} + \gamma)}{\cos \gamma}$$

^

ce qui nous permet de considérer ici un triangle avec les points P Q' et Q ainsi que l'angle Bêta barre réduit et la distance oblique mesurée ici S' On rappelle ici que Gamma [exprimé en radians] donc l'effet de la rontondité de la Terre est égal S / 2 fois le rayon que la réfraction Tao [en radians] = K fois Gamma = 0,13 x Gamma En considérant notre triangle on peut appliquer le théorème du sinus et trouver la valeur de Sp qui est égale à S' x cos de (\bar{\beta} + \gamma) / \cos \gamma

notes

résumé

11m 49s



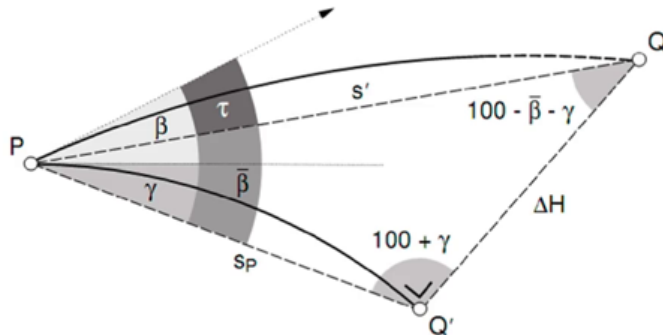
- Réduction sur la sphère
- Triangle réduit: PQQ'

Correction angle hauteur

$$\bar{\beta} = \beta + \gamma - \tau$$

$$\gamma [\text{rad}] = \frac{s}{2 \cdot r} ; r = \text{rayon terrestre} = 6'378'800 \text{ m}$$

$$\tau [\text{rad}] = k \cdot \gamma ; k = \text{coefficient de réfraction} = 0.13$$



Distance S_p

$$s_p = \frac{s' \cdot \cos(\bar{\beta} + \gamma)}{\cos \gamma}$$

Dénivelée

$$\Delta H = \frac{s_p \cdot \sin \bar{\beta}}{\cos(\bar{\beta} + \gamma)}$$

Éléments de géomatique 14

$\Delta H = S_p \times \sin \bar{\beta} / \cos \bar{\beta} + \blacksquare$ On a ainsi les formules qui permettent de calculer les réductions de distances à l'horizontal et la dénivellée Vous trouvez ici résumées les formules de réduction des distances

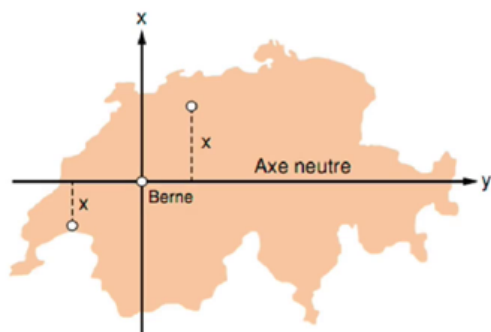
notes

résumé

13m 14s



- Correction due à la projection
- Altération linéaire



et je vous encourage à regarder le polycopié pour plus de détails

notes

résumé

13m 49s





La dernière phase de réduction consiste à appliquer le facteur d'échelle de la projection à notre distance réduite au niveau de la mer. Pour ceci, je vous renvoie au chapitre qui traite de la projection suisse et vous donne ici la formule pour l'altération linéaire qui est fonction de l'éloignement à l'axe neutre. Plus je serai éloigné, plus ce facteur d'échelle sera important. La valeur ici réduite $S_{\text{barre}} = S_0$ (ma distance réduite au niveau de la mer) $\times 1 +$ la distance au carré par rapport à l'axe neutre / par deux fois le rayon de la Terre au carré. Je prends ici un exemple pour l'EPFL : je me situe à - 47 km de l'axe neutre, la valeur est égale à 28 ppm, soit 28 mm pour 1 km. En résumé, cette problématique de la réduction des distances comporte beaucoup d'éléments. Je vous invite vivement à faire l'exercice qui vous permettra pas à pas d'établir toutes les étapes de manière à avoir une distance réduite dans le système de projection réduite dans le système de projection.

notes

résumé

13m 51s

