

EPFL



- Deux sous-systèmes simples séparés par une paroi diatherme, immobile et imperméable
- Equilibre thermique
- Transfert thermique (transport de chaleur)
- Loi de Fourier
 - Formulation discrète (2 sous-systèmes)
 - Formulation continue (∞ sous-systèmes)

Thermodynamique

Bonjour et bienvenue à ce manque de thermodynamique. Cette leçon est consacrée à l'équilibre thermique et au transport de chaleur. On va considérer un système isolé constitué de deux sous systèmes simples qui sont séparés par une paroi bien terne, immobile et imperméable. Dans un premier temps, on va déduire la condition d'équilibre thermique et dans un deuxième temps, on va examiner le transfert thermique. On parle aussi de transport de chaleur et on va ensuite en déduire la loi de Fourier. D'abord dans sa formulation discrète, c'est à dire pour deux sous systèmes, et on passera ensuite à la limite du continu, c'est à dire lorsqu'il y a une infinité de sous systèmes.

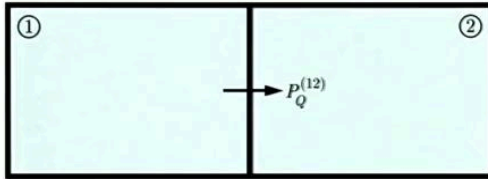
Notes

Summary



0m 05s

Paroi diatherme immobile et imperméable



- Système isolé : $P_Q = P_W = 0$
- Sous-systèmes simples (1) et (2)
- Paroi immobile : $P_W^{(12)} = P_W^{(21)} = 0$
- Variables d'état extensives :
 - Entropies S_1 et S_2

- Premier principe (sous-systèmes 1 et 2) :

$$\dot{U}_1(S_1) = T_1(S_1) \dot{S}_1 = P_Q^{(21)}$$

$$\dot{U}_2(S_2) = T_2(S_2) \dot{S}_2 = P_Q^{(12)}$$

- Energie interne (fonction d'état extensive) :

$$U(S_1, S_2) = U_1(S_1) + U_2(S_2)$$

- Premier principe (système isolé) :

$$\dot{U}(S_1, S_2) = \dot{U}_1(S_1) + \dot{U}_2(S_2) = P_Q^{(21)} + P_Q^{(12)} = 0$$

- Identités :

$$\dot{U}_1(S_1) = -\dot{U}_2(S_2) \quad \text{et} \quad P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)}$$

Thermodynamique

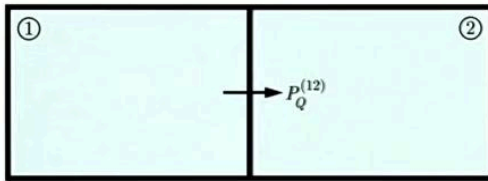
On considère donc un système isolé constitué de deux sous systèmes simples le sous système un à gauche et le sous système deux à droite. Comme le système est isolé, la puissance thermique P_Q et la puissance mécanique P_W exercée par l'extérieur sur le système sont nulles. Les deux sous systèmes simples sont séparés par une paroi immobile. Ceci implique que la puissance mécanique exercée par le sous système un sur le sous système deux, qu'on appelle P_W un deux est nulle et de manière analogue, la puissance mécanique exercée par la sous système deux sur le sous système un, qu'on appelle P_W de un est nulle également. Pour caractériser la thermodynamique de ce système, il faut un type de variable d'état extensive. C'est l'entropie. On a deux sous systèmes qui sont des systèmes simples. Par définition, un système simple est caractérisé par une seule variable entropie. Il faut donc deux variables entropie une entropie S_1 qui caractérise le sous système un et une entropie S_2 qui caractérise la sous système de. l'Énergie interne et la température sont des fonctions d'État. Donc l'énergie interne et la température d'un sous systèmes vont être des fonctions des variables d'état de ce sous système, en l'occurrence de l'entropie de sous système U .

Notes

Summary



Paroi diatherme immobile et imperméable



- Système isolé : $P_Q = P_W = 0$
- Sous-systèmes simples (1) et (2)
- Paroi immobile : $P_W^{(12)} = P_W^{(21)} = 0$
- Variables d'état extensives :
 - Entropies S_1 et S_2

- Premier principe (sous-systèmes 1 et 2) :

$$\dot{U}_1(S_1) = T_1(S_1) \dot{S}_1 = P_Q^{(21)}$$

$$\dot{U}_2(S_2) = T_2(S_2) \dot{S}_2 = P_Q^{(12)}$$

- Energie interne (fonction d'état extensive) :

$$U(S_1, S_2) = U_1(S_1) + U_2(S_2)$$

- Premier principe (système isolé) :

$$\dot{U}(S_1, S_2) = \dot{U}_1(S_1) + \dot{U}_2(S_2) = P_Q^{(21)} + P_Q^{(12)} = 0$$

- Identités :

$$\dot{U}_1(S_1) = -\dot{U}_2(S_2) \quad \text{et} \quad P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)}$$



Thermodynamique

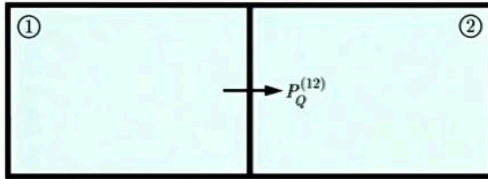
Un point c'est T1 est simple et d'après le premier principe de la thermodynamique, on sait que la cause de la variation temporelle de l'énergie interne du premier sous système, c'est la puissance thermique exercée par le deuxième sous système. Sur le premier sous système, c'est PQ. Deux un. De manière similaire. Plus de points c'est T2. Est ce deux points ? D'après le premier principe, on sait que la cause qui provoque la variation temporelle de l'énergie interne du deuxième sous système, c'est la puissance thermique exercée par le premier sous système sur le deuxième sous système qui se note PQ un. Deux. l'Énergie interne est une fonction d'état. C'est donc une fonction de l'ensemble des variables d'état du système, c'est à dire des variables d'état du premier sous système et du deuxième sous système. Par conséquent, U est une fonction de S1 et également de S2. C'est une fonction d'état extensive. Ce qui signifie que l'énergie interne du système U est la somme de l'énergie interne du premier sous système un et de l'énergie interne du deuxième sous système U deux. On peut prendre la dérivée temporelle de cette expression. On a donc qu'un point est égal à un point plus deux point.

Notes

Summary



Paroi diatherme immobile et imperméable



- **Système isolé :** $P_Q = P_W = 0$
- **Sous-systèmes simples (1) et (2)**
- **Paroi immobile :** $P_W^{(12)} = P_W^{(21)} = 0$
- **Variables d'état extensives :**
 - Entropies S_1 et S_2
- **Premier principe (sous-systèmes 1 et 2) :**

$$\dot{U}_1(S_1) = T_1(S_1) \dot{S}_1 = P_Q^{(21)}$$

$$\dot{U}_2(S_2) = T_2(S_2) \dot{S}_2 = P_Q^{(12)}$$
- **Energie interne (fonction d'état extensive) :**

$$U(S_1, S_2) = U_1(S_1) + U_2(S_2)$$
- **Premier principe (système isolé) :**

$$\dot{U}(S_1, S_2) = \dot{U}_1(S_1) + \dot{U}_2(S_2) = P_Q^{(21)} + P_Q^{(12)} = 0$$
- **Identités :**

$$\dot{U}_1(S_1) = -\dot{U}_2(S_2) \quad \text{et} \quad P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)}$$

Thermodynamique

Compte tenu du premier principe, on peut réécrire un point. Comme le PQ doit. Et on peut réécrire deux points comme PQ en deux. De plus, le système est isolé. Ce qui signifie que d'après le premier principe, la dérivée temporelle de l'énergie interne du point est nulle. Ce qui nous donne deux identités. Premièrement, un point est égal à moins de points. Ce qui signifie que si l'énergie interne dans les deux sous systèmes augmente, l'énergie interne de l'autre sous système va diminuer et vice versa. Et la deuxième relation ? La deuxième identité, c'est que PQ12 est égale à moins p q de un.

Notes

Summary





- Entropie (variable d'état extensive) :

$$S = S_1 + S_2$$

- Dérivée temporelle de l'entropie :

$$\dot{S} = \dot{S}_1 + \dot{S}_2 = \frac{\dot{U}_1(S_1)}{T_1(S_1)} + \frac{\dot{U}_2(S_2)}{T_2(S_2)}$$

- Système isolé : $\dot{U}_2(S_2) = -\dot{U}_1(S_1)$

$$\dot{S} = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) \dot{U}_1(S_1)$$

- Identités : $dS = \dot{S} dt$ et $dU_1 = \dot{U}_1 dt$

- Dérivée partielle de l'entropie :

$$\frac{\partial S}{\partial U_1} = \frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)}$$

Thermodynamique

On va maintenant tenir compte explicitement du fait que l'entropie est une variable d'état extensive. Cela signifie que l'entropie du système S est la somme des entropie des deux sous systèmes, c'est à dire que S est égal à S1 plus S2. On prend maintenant la dérivée temporelle de l'entropie. Est ce point ? C'est un point plus. Est ce deux point ? Et on sait qu'un point est égal à T1 et cinq points. Donc S 1.7 U un point sur T1. Euh. Deux points c'est des deux fois. Est ce deux points ? Donc est ce 2.7 points sur des deux ? On tient compte maintenant explicitement du fait que le système est isolé. Comme on l'a vu, si le système est isolé, plus de points est égal à moins de un point. Par conséquent. Est ce point ? Il est égal à S un point plus. S 2.71 sur T1 -1 sur T2 qui multiplie u un point. On va maintenant reformuler cette relation pour l'exprimer explicitement en termes de différentiel. Pour ceci, on va multiplier les membres de gauche et de droite par l'intervalle de temps infinitésimal DT. Et on va obtenir dans le membre de gauche la différentielle DS et dans le membre de droite la différentielle d u. Ce qui nous permet maintenant de prendre la dérivée partielle de l'entropie par rapport à U1.

Notes

Summary



5m 05s



- Dérivée partielle de l'entropie :

$$\frac{\partial S}{\partial U_1} = \frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)}$$

- Deuxième principe (condition d'équilibre) :

$$\frac{\partial S}{\partial U_1} = 0 \quad (\text{maximum d'entropie})$$

- Equilibre thermique :

$$T_1(S_1) = T_2(S_2)$$

Le premier et le deuxième principes requièrent que les températures des sous-systèmes aient la même valeur à l'équilibre thermique.

Thermodynamique

Donc des ronds s sur des ronds u1 est égal à un sur T1 -1 sur T2 afin de déterminer la condition d'équilibre thermique. On va maintenant utiliser la condition d'équilibre du deuxième principe qui stipule que pour un système isolé, l'entropie est maximale à l'équilibre. Ceci implique que la dérivée partielle de l'entropie S par rapport à U1 est nulle. Compte tenu de l'expression de la dérivée partielle de S par rapport à U1, on en conclut que les deux fractions du membre de droite doivent être égales, ce qui nous donne la condition d'équilibre thermique. Cette condition d'équilibre thermique affirme que la température T1 du premier sous système doit être égale à la température T2 du deuxième sous système. Par conséquent, le premier et le deuxième principe de la thermodynamique requièrent que les températures des sous systèmes et la même valeur à l'équilibre thermique avant que le système atteigne un état d'équilibre thermique.

Notes

Summary



6m 51s

- Dérivée temporelle de l'entropie ($T_1 \neq T_2$) :

$$\dot{S} = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) \dot{U}_1(S_1)$$

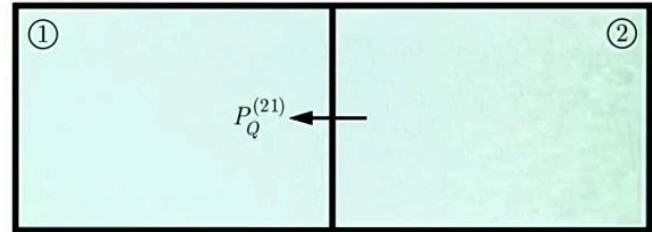
- Système isolé (processus irréversible) :

$$\dot{S} = \Pi_S > 0 \quad \text{et} \quad \dot{U}_1(S_1) = P_Q^{(21)}$$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_S = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) P_Q^{(21)} > 0$$

- $T_2 > T_1 \Rightarrow P_Q^{(21)} > 0$
- $T_1 > T_2 \Rightarrow P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)} > 0$



- Transfert thermique (transport de chaleur) :

- Chaleur : $T_+ \Rightarrow T_-$
- Processus irréversible : $\Pi_S > 0$
- Nul à l'équilibre thermique : $T_1 = T_2$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_{S_1} = \Pi_{S_2} = 0 \Rightarrow \Pi_S \neq \Pi_{S_1} + \Pi_{S_2}$$

Thermodynamique

Il y a un transfert thermique qui a lieu entre ces deux sous systèmes. Donc, avant qu'il atteigne cet état d'équilibre thermique, les températures des deux sous systèmes sont différentes et donc T_1 n'est pas égal à T_2 . Pour examiner ce transfert thermique. On va baser notre analyse sur l'expression de la dérivée temporelle de l'entropie. Cette expression, c'est la suivante. Est ce point ? Est égal à un sur T_1 un sur deux fois un point. Comme T_1 et T_2 . La différence des termes qui se trouvent ici entre parenthèses et non nulle. Comme il y a transfert thermique. l'Énergie interne du premier sous système. Varie par conséquent un point et non nul. Ce qui implique que ce point est non nul. On a affaire à un système isolé. Pour un système isolé. D'après le deuxième principe est ce point est égal au taux de production d'entropie Π_S . Et comme espoir et non nul. Ça signifie par le deuxième principe qu'il est positif. On a donc à faire un processus irréversible. De plus, le premier principe affirme qu'un point est égal à P_Q deux un. Par conséquent de l'expression de la dérivée temporelle de l'entropie, on en tire une expression du taux de production d'entropie.

Notes

Summary



- Dérivée temporelle de l'entropie ($T_1 \neq T_2$) :

$$\dot{S} = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) \dot{U}_1(S_1)$$

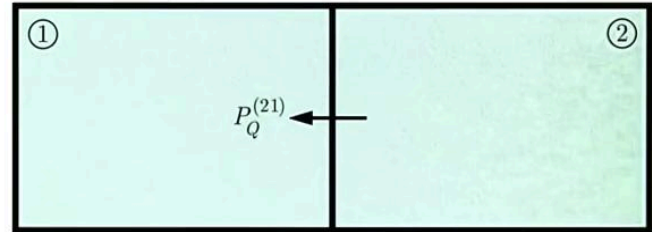
- Système isolé (processus irréversible) :

$$\dot{S} = \Pi_S > 0 \quad \text{et} \quad \dot{U}_1(S_1) = P_Q^{(21)}$$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_S = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) P_Q^{(21)} > 0$$

- $T_2 > T_1 \Rightarrow P_Q^{(21)} > 0$
- $T_1 > T_2 \Rightarrow P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)} > 0$



- Transfert thermique (transport de chaleur) :

- Chaleur : $T_+ \Rightarrow T_-$
- Processus irréversible : $\Pi_S > 0$
- Nul à l'équilibre thermique : $T_1 = T_2$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_{S_1} = \Pi_{S_2} = 0 \Rightarrow \Pi_S \neq \Pi_{S_1} + \Pi_{S_2}$$

Thermodynamique

L'expression est la suivante. La production d'entropie est égale à un sur T1 moins un sur T2 fois PQ, et ce taux de production d'entropie est positif. On doit maintenant distinguer deux cas de figure. Dans le premier cas de figure, la température T2 du deuxième sous-système est supérieure à la température T1 du premier sous-système. Par conséquent, la différence des termes qui se trouvent entre parenthèses dans l'expression du taux de production d'entropie, cette différence est positive. Pour que le taux de production d'entropie soit positif, ceci implique que PQ doit être positif. Par conséquent, lorsque la température du deuxième sous-système est supérieure à la température du premier sous-système, il y a un transfert thermique qui va du deuxième sous-système vers le premier sous-système. Considérons maintenant le deuxième cas de figure. Deuxième cas de figure, la température T1 du premier sous-système est supérieure à la température T2 du deuxième sous-système. Ce qui signifie que la différence des termes qui se trouvent ici entre parenthèses dans l'expression du taux de production d'entropie, cette différence est négative. Par conséquent, pour que le taux de production d'entropie soit défini positif, il faut que PQ soit lui aussi négatif.

Notes

Summary



- Dérivée temporelle de l'entropie ($T_1 \neq T_2$) :

$$\dot{S} = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) \dot{U}_1(S_1)$$

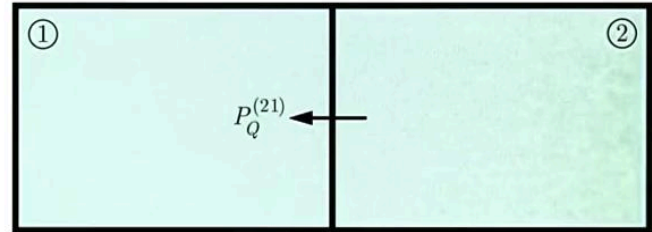
- Système isolé (processus irréversible) :

$$\dot{S} = \Pi_S > 0 \quad \text{et} \quad \dot{U}_1(S_1) = P_Q^{(21)}$$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_S = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) P_Q^{(21)} > 0$$

- $T_2 > T_1 \Rightarrow P_Q^{(21)} > 0$
- $T_1 > T_2 \Rightarrow P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)} > 0$



- Transfert thermique (transport de chaleur) :

- Chaleur : $T_+ \Rightarrow T_-$
- Processus irréversible : $\Pi_S > 0$
- Nul à l'équilibre thermique : $T_1 = T_2$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_{S_1} = \Pi_{S_2} = 0 \Rightarrow \Pi_S \neq \Pi_{S_1} + \Pi_{S_2}$$

Thermodynamique

PQ deux un est égal à moins PQ un deux, ce qui signifie que PQ un deux est positif. Par conséquent, si la température du premier sous système T est supérieure à la température du deuxième sous système T2, il y aura un transfert thermique qui va du premier sous système vers le deuxième sous système. En résumé, le transfert thermique ou le transport de chaleur va du sous système dont la température est la plus élevée. Notons la T+. Vers le sous système dont la température est la moins élevée. Note on l'a témoin. Ce transfert thermique est un processus irréversible, c'est à dire copie de Hess et positif. Le transfert thermique permet au système d'atteindre un état d'équilibre thermique, c'est à dire que le système va tendre vers un état d'équilibre thermique à l'équilibre thermique. Les températures des deux sous systèmes T1 est égale à T2. Ces deux températures sont égales. Et donc dans cette limite, le transfert thermique est nul. On a vu dans une leçon précédente que pour un système simple, rigide, fermé, avec des parois dit à terme, le taux de production d'entropie est nul. C'est le cas. Des deux sous systèmes. Ces deux sous systèmes sont des systèmes simples.

Notes

Summary



- Dérivée temporelle de l'entropie ($T_1 \neq T_2$) :

$$\dot{S} = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) \dot{U}_1(S_1)$$

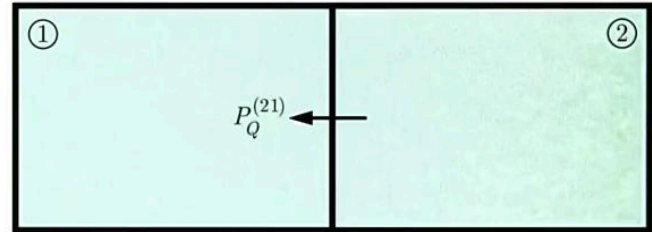
- Système isolé (processus irréversible) :

$$\dot{S} = \Pi_S > 0 \quad \text{et} \quad \dot{U}_1(S_1) = P_Q^{(21)}$$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_S = \left(\frac{1}{T_1(S_1)} - \frac{1}{T_2(S_2)} \right) P_Q^{(21)} > 0$$

- $T_2 > T_1 \Rightarrow P_Q^{(21)} > 0$
- $T_1 > T_2 \Rightarrow P_Q^{(12)} = -P_Q^{(21)} > 0$



- Transfert thermique (transport de chaleur) :

- Chaleur : $T_+ \Rightarrow T_-$
- Processus irréversible : $\Pi_S > 0$
- Nul à l'équilibre thermique : $T_1 = T_2$

- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_{S_1} = \Pi_{S_2} = 0 \Rightarrow \Pi_S \neq \Pi_{S_1} + \Pi_{S_2}$$

Thermodynamique

Donc pas de seins est égal à S deux et ils sont nuls. Clairement le taux de production d'entropie de l'ensemble du système de Hesse et non nul. Il est positif, ce qui signifie que pi de S n'est pas égal à PID S1 plus S2. On en conclut donc que le taux de production d'entropie n'est pas une grandeur extensive et ce n'est pas non plus une grandeur intensive.

Notes

Summary





- Taux de production d'entropie :

$$\Pi_S = \left(\frac{T_2(S_2) - T_1(S_1)}{T_1(S_1) T_2(S_2)} \right) P_Q^{(21)} > 0$$

- Loi de Fourier « discrète » :

$$P_Q^{(21)} = \kappa \frac{A}{\ell} (T_2(S_2) - T_1(S_1))$$

κ : Conductivité thermique

A : Aire de l'interface entre (1) et (2)

ℓ : Longueur caractéristique

Thermodynamique

On peut maintenant déduire de cette analyse la loi de Fourier dans sa formulation discrète. On peut tout d'abord remettre en forme le taux de production d'entropie qui s'exprime de la manière suivante π de S est égal à T_2 moins T_1 . Sur T_1 t_2 . Le toutefois P_Q de un et ce taux de production d'entropie est défini positif. Afin de garantir que ce taux de production d'entropie soit défini positif. Il faut que la différence entre les températures dans l'expression du taux de production d'entropie apparaisse au carré. En d'autres termes, il faut que p q de un soit proportionnel à t_2 moins T_1 . Il faut un facteur de proportionnalité qui est positif. Ceci, c'est précisément la loi de Fourier discrète. La puissance thermique exercée par le deuxième sous système sur le premier sous système P_Q deux un est égal au produit du coefficient de conductivité thermique qu'on dénote par la lettre Kappa. Fois l'aire de l'interface entre les deux sous systèmes qu'on dénote grand a divisé par une longueur caractéristique qu'on dénote l et la toute fois la différence de température entre les deux sous systèmes, c'est à dire P_2 moins. T_1 .

Notes

Summary



13m 33s

Loi de Fourier "continue"

- Loi de Fourier « discrète » :

$$P_Q = \kappa \frac{A}{\ell} (T_+ - T_-)$$

- Gradient de température :

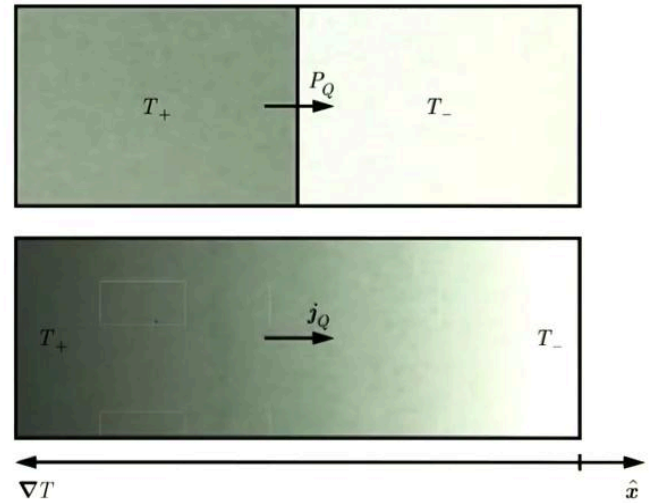
$$\nabla T = - \frac{T_+ - T_-}{\ell} \hat{x}$$

- Densité de courant de chaleur :

$$j_Q = \frac{P_Q}{A} \hat{x}$$

- Loi de Fourier « continue » :

$$j_Q = -\kappa \nabla T$$



Thermodynamique

En physique, on a souvent affaire à des systèmes dans lesquels la température varie graduellement linéairement entre une extrémité du système et une autre extrémité du système. Prenons par exemple un barreau métallique. Supposons que l'extrémité gauche soit l'extrémité chaude dont la température la plus élevée T_+ , et que l'extrémité droite soit l'extrémité froide dans la température la moins élevée T_- . Pour pouvoir décrire la loi de Fourier de manière continue. On ne peut pas se limiter à deux sous systèmes dont les températures sont fixes. On doit va devoir considérer une infinité de sous systèmes dont la longueur est une longueur infinitésimale. Donc on a une variation de température lorsqu'on va de la droite vers la gauche, cette variation est linéaire. Pour rendre compte de cette variation, on introduit ce qu'on appelle le gradient de température ∇T . Ce gradient correspond à une variation de température dans la direction de la température croissante. Le vecteur \hat{x} est ici un vecteur unitaire qui est orienté vers la droite et le gradient de température est lui orienté vers la gauche. Par conséquent, étant donné que la longueur du système correspond à la longueur caractéristique L , le gradient de température se note de la manière suivante.

Notes

Summary



Loi de Fourier “continue”

- Loi de Fourier « discrète » :

$$P_Q = \kappa \frac{A}{\ell} (T_+ - T_-)$$

- Gradient de température :

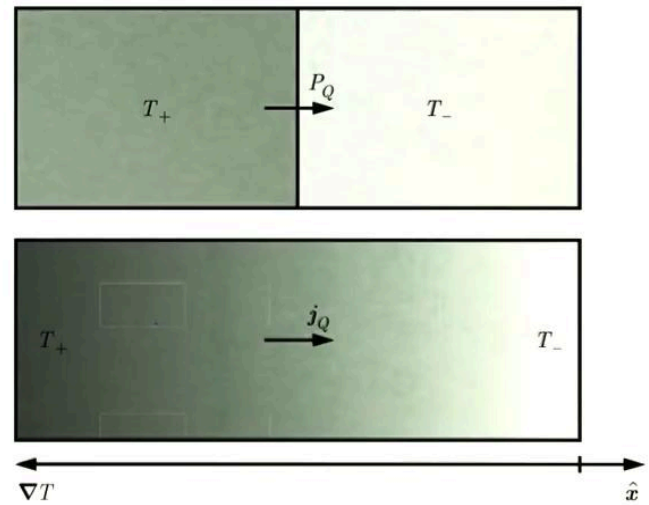
$$\nabla T = - \frac{T_+ - T_-}{\ell} \hat{x}$$

- Densité de courant de chaleur :

$$j_Q = \frac{P_Q}{A} \hat{x}$$

- Loi de Fourier « continue » :

$$j_Q = -\kappa \nabla T$$



Thermodynamique

Note Blatter. C'est moins et plus ou moins témoin la différence de température entre les extrémités divisé par l. La longueur du système. Fois X chapeau. Le vecteur unitaire dans la direction du transfert thermique. On doit maintenant introduire une autre grandeur physique qui est la densité de courant de chaleur qu'on va dénoter par un j indice grand q. Cette densité de courant de chaleur est définie de la manière suivante. C'est le rapport de la puissance thermique PQ sur l'air A qui correspond à l'air qui est orthogonal au transfert thermique. Et ce transfert thermique a lieu dans la direction du vecteur unitaire x chapeau qui n'a pas de dimension physique. Par conséquent, si l'on prend la loi de Fourier discrète ici, qu'on la divise par grand A et qu'on la multiplie par X. Chapeau ! On en tire la loi de Fourier dans sa formulation continue, qui est la suivante. La densité du courant de chaleur à gauche est égale à moins le coefficient de conductivité thermique kappa fois le gradient de température nambla t.

Notes

Summary

