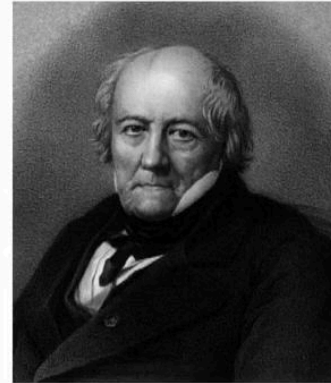


# Thermodynamique

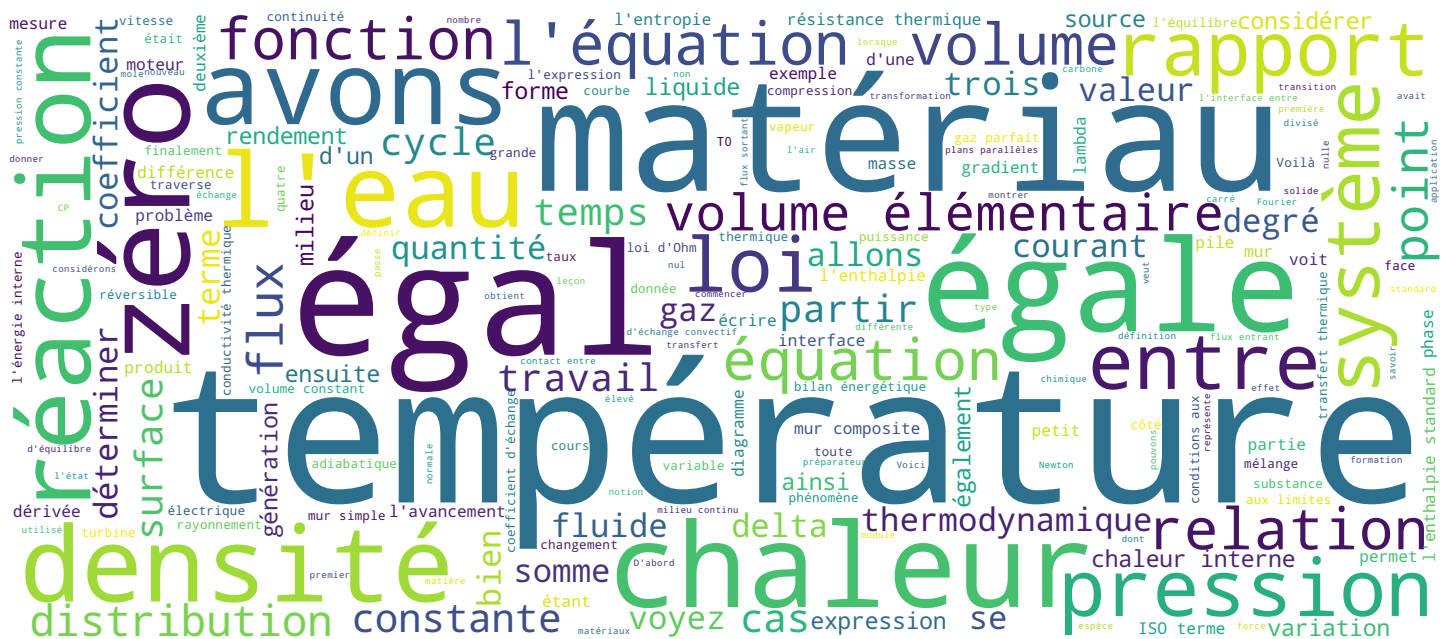
## Transfert conductif en régime stationnaire: Application



Jean-Baptiste Biot, 1774-1862



Dr. Chantal Maatouk

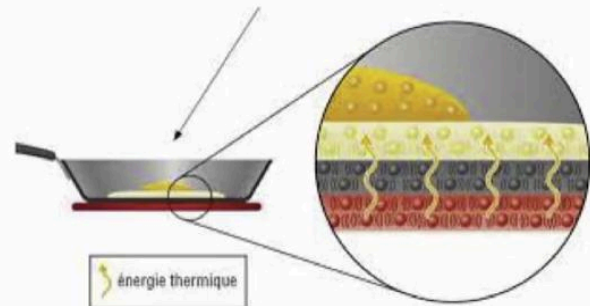


## Search MOOC



## Video





Thermodynamique

Bienvenue aux cours de transfert thermique en ligne. Je m'appelle Chantal Mato que je suis docteur en énergétique de l'Ecole des mines de Paris. Aujourd'hui, je suis enseignant chercheur à l'Université Saint-Joseph, à l'École supérieure des ingénieurs de Beyrouth, au Liban. Nous allons traiter durant cette séance le transfert thermique dans un mur composite très près, principalement la conduction dans un mur composite. Pour cet exercice, nous allons mettre en application l'équation de la chaleur, la loi de Fourier ainsi que la loi de Newton, la loi d'Ohm et on va faire l'équivalence entre l'électrique et la thermique.

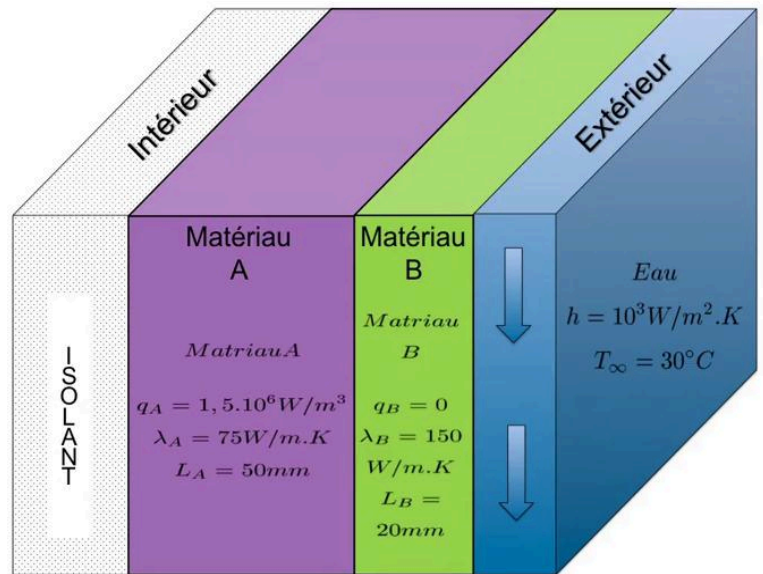
Notes

Summary



0m 04s

# Application: Etude d'un mur composite



Thermodynamique

L'application qu'on va traiter consiste à étudier les transferts thermiques dans un mur composite, comme vous le voyez sur la figure suivante. Le mur est composé par un matériau A. Ce matériau dispose d'une source de génération de chaleur interne qui est notée que A. La conductivité thermique de ce matériau est  $\lambda$  et il a une épaisseur à ce matériau. Il est accolé par un autre matériau B dont la conductivité thermique est différente. Il a une épaisseur  $l_b$  et ne dispose pas de source de génération de chaleur interne. Du côté intérieur du mur, on voit qu'on a un isolant thermique et du côté extérieur, le matériau B est refroidi par un film d'eau à 30 degrés et qui est caractérisé par un transfert de chaleur conducteur convectif avec un coefficient d'échange convectif H de 1000 watts par mètre carré par degré.

Notes

Summary



0m 44s



Hypothèses :

1. Régime permanent
2. Conduction unidirectionnelle dans le mur composite
3. La résistance de contact entre les murs est négligeable
4. La surface interne "isolée" du mur  $A$  est adiabatique
5. Les propriétés thermodynamiques des matériaux  $A$  et  $B$  sont constantes

Thermodynamique

L'objectif de ce travail est de tracer la distribution des températures dans ce mur composite et de déterminer la température aux interfaces de ce mur, c'est à dire sur la surface isolée du matériau  $A$  et sur l'interface refroidie du matériau  $B$ . Pour pouvoir résoudre ce problème, nous allons commencer par mettre en place les hypothèses nécessaires à la résolution de notre problème. D'abord, on va commencer par considérer que le régime opératoire est permanent. Ensuite donc, on considère qu'on est face à un problème de mur simple. Donc notre mur est considéré comme étant composé de plans parallèles qui sont iso termes et ainsi le gradient de température dans ce mur est bien confondu avec la normale à ces plans parallèles. On va notamment considérer que le contact entre les différents matériaux constituant son plan, ce mur est parfait. Ainsi, on va négliger la résistance de contact entre ces différents murs du côté de la surface isolée. Comme vous le voyez, on va considérer donc que la surface est adiabatique ou bien on est face à une condition de flux nulle à cette interface. Et finalement on va considérer les propriétés des matériaux  $A$  et  $B$  comme étant indépendantes de la température et donc constantes.

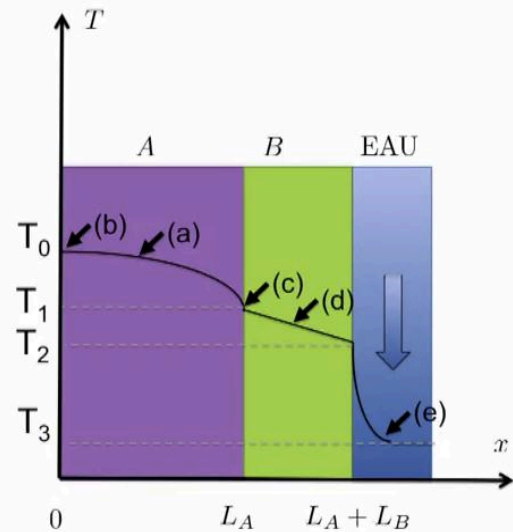
Notes

Summary



1m 38s

# Analyse du problème



Thermodynamique

Pour cette application, on va commencer par analyser ce problème à partir des conditions physiques définies précédemment dans les hypothèses. On va donc caractériser la distribution de la température dans ce mur tel que dans le matériau A, on va avoir une distribution de température qui est plutôt parabolique avec une température maximale à l'interface isolée, c'est à dire un  $x$  égal à zéro. Sur cette interface, puisque le flux est nul, alors on a une température qui est constante à cette interface au point indiqué, c'est sur la figure. On a une surface de contact entre deux matériaux comme on a négligé la résistance de contact entre ces deux matériaux, on peut considérer que le flux sortant du matériau A et est le même qui va entrer dans le matériau B et que la température à cette interface est la même dans le matériau B. En absence de source de génération de chaleur interne, la distribution de la température va être linéaire et finalement l'interface entre le matériau B et l'eau, ou bien la différence de température entre le matériau B et l'eau va être élevée du fait qu'on a un échange de chaleur conducteur convectifs entre ces deux parties.

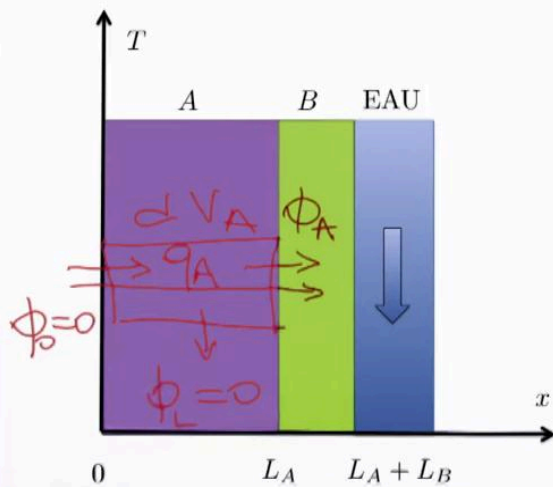
Notes

Summary



3m 07s





(a) Distribution parabolique dans le matériau A

- Matériau A, considéré comme un mur simple limité par des plans parallèles isothermes, avec source de génération de chaleur interne
- Etude d'un volume de contrôle  $dV_A$  cylindrique
- Ecrire le bilan énergétique de  $dV_A$

Conditions aux limites

- Sur la face isolée ( $x=0$ ), adiabatique, le flux est nul
- Sur les faces latérales de  $dV_A$ , le flux est nul.
- Le flux  $\phi_A$  traverse la surface en  $x=L_A$
- Source de chaleur interne  $q_A$

Premier principe de la thermodynamique :

$$-\phi_A + q_A \cdot L_A = 0$$

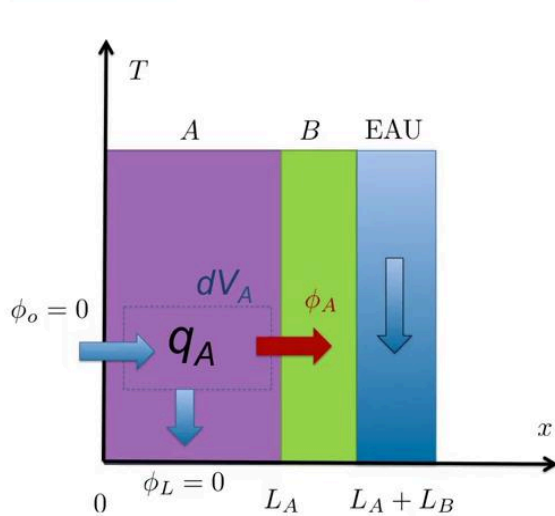
Thermodynamique

Démontrons que dans le matériau A la distribution est bien parabolique. Pour cela, on va considérer le matériau A comme étant un mur simple délimité par des plans parallèles ISO terme avec une source de génération de chaleur interne. Dans ce matériau, on va isoler un volume élémentaire. On va noter  $TVA$ . Ce volume élémentaire est de forme cylindrique dont l'axe est confondu avec la normale au plan ISO terme un  $x$  égal à zéro. Le flux entrant dans ce volume de contrôle est nul. On va noter si zéro sur un les surfaces latérales puisqu'on est face à des plans qui sont ISO à terme le flux est latéral, il est également nul. En  $X$ , on a un flux  $\phi_A$  qui traverse la frontière du volume élémentaire et dans le volume élémentaire à lui même, on a une puissance volumique  $Q_1$  qui va être considérée comme une source de génération de chaleur interne. En écrivant le bilan énergétique appliqué sur ce volume élémentaire, on peut écrire que si a le flux sortant de ce volume élémentaire plus  $q_A$ , elle a. La puissance interne générée dans le volume est égale à zéro.

Notes

Summary





- Système d'équation: 
$$\begin{cases} \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q_A}{\lambda_A} = 0 \\ T(0) = T_0 \\ T(L_A) = T_1 \end{cases}$$

- Première intégration

$$\frac{dT}{dx} + \frac{q_A}{\lambda_A} x = C_1$$

- Deuxième intégration

$$T(x) = -\frac{q_A}{2\lambda_A} x^2 + C_1 x + C_2$$

$$T(x) = -\frac{q_A}{2\lambda_A} x^2 + \left[ \frac{T_1 - T_0}{L_A} + \frac{q_A \cdot L_A}{2\lambda_A} \right] x + T_0$$

Distribution parabolique

Thermodynamique

En développant l'expression ainsi obtenue. On peut écrire alors l'équation de la chaleur appliquée aux volumes de contrôle d'hévéa, ainsi que les conditions aux limites, comme on les voit dans le système d'équations suivant. Donc les conditions aux limites sont un  $x$  égal à zéro et  $x$  égal à  $l$  à. Ce sont les frontières de ce matériau a. Et cette expression correspond à l'équation de la chaleur qu'on a qu'on peut développer dans ce volume de contrôle ou bien dans le matériau à. L'intégration double de cette expression nous permet de déterminer la distribution de la température dans le matériau A. Comme vous le voyez le, le polynôme obtenu est un polynôme du Second Age et donc on voit bien que la distribution est bien parabolique.

Notes

Summary

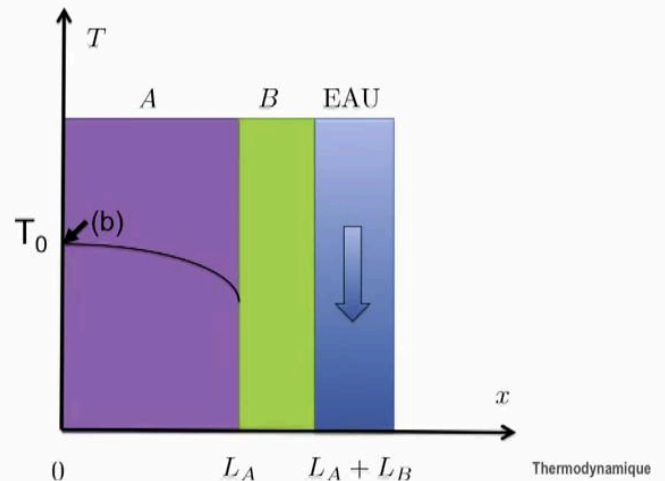


5m 57s



(b) Température au point de contact entre le matériau A et l'isolant

$$\text{Flux nul : } \phi_A = -\lambda_A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}$$



On a démontré alors que la distribution de la température dans le matériau A est bien parabolique. Maintenant on va voir qu'un X est égal à zéro. La température du matériau est la plus est maximale et la plus grande du matériau A. Puisqu'on est face à un flux nul, donc le flux de chaleur exprimé selon la loi de Fourier nous donne une dérivée de la température par rapport à X1X égal à zéro qui est nulle, ce qui veut dire que la température dans cette surface est bien maximale et on a une variation de température nulle à cette interface.

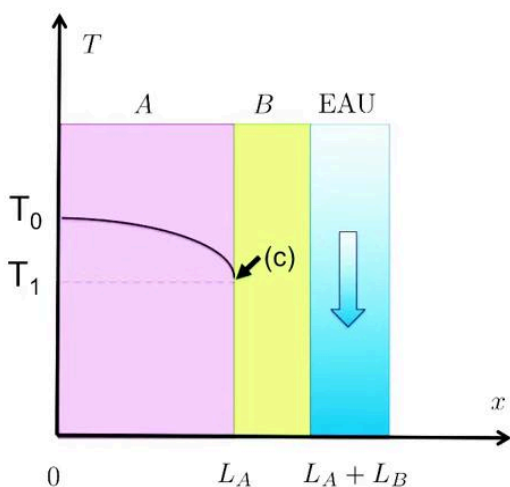
Notes

Summary



6m 45s





(c) Température au point de contact entre les matériaux A et B

$$\phi_A(x = L_A) = \phi_B(x = L_A) \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = 2$$

$$T_A(x = L_A) = T_B(x = L_A) = T_1$$

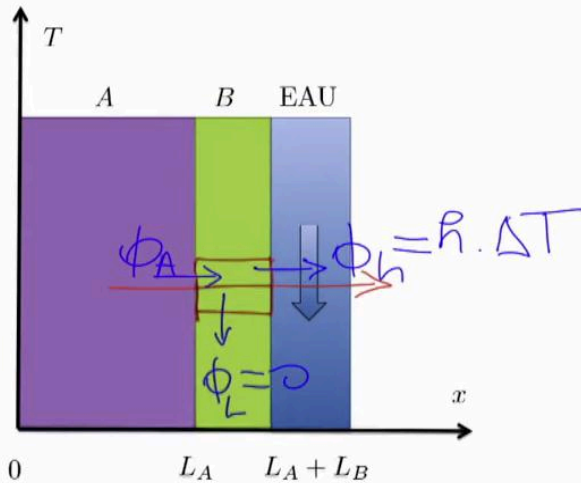
Thermodynamique

On est à l'interface entre les deux matériaux A et B. Sur cette surface, la température du matériau en X égal à l A est égale à la température du matériau B en x égale à. Elle a également. Le flux sortant du matériau A est égal au flux entrant dans le matériau B. À cette abscisse, et donc le changement de pente de la distribution de température, il est bien égal au rapport des conductivité thermique du matériau B et du matériau A.

Notes

Summary





Premier Principe de la thermodynamique:

$$\phi_A - \phi_h = 0$$

(d) Distribution linéaire dans le matériau B

- Matériau B, considéré comme un mur simple limité par des plans parallèles isothermes, sans source de génération de chaleur interne
- Etude d'un volume de control  $dV_B$  cylindrique
- Ecrire le bilan énergétique de  $dV_B$

Conditions aux limites

- Le flux  $\phi_A$  traverse la surface en  $x=L_A$
- Sur les faces latérales de  $dV_B$ , le flux est nul
- Le flux  $\phi_h$  traverse la surface en  $x=L_A + L_B$

Thermodynamique

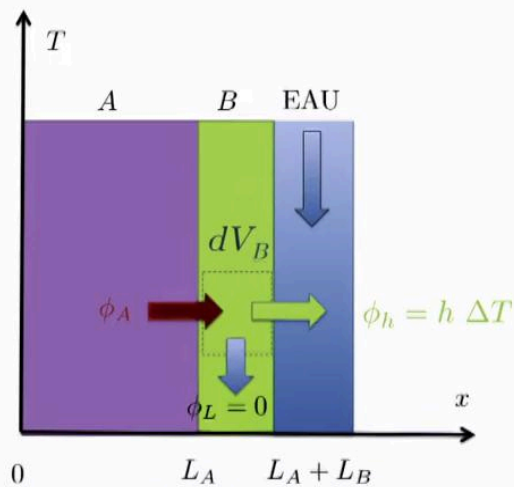
Maintenant, on va déterminer la variation de la température dans le matériau B. Si également on va considérer le matériau B comme étant un mur simple délimité par des plans parallèles ISO, terme sans source de génération de chaleur interne. Dans ce matériau, on va isoler un volume élémentaire DVB et on va établir le bilan énergétique sur ce volume élémentaire. Alors le volume élémentaire. Il est de forme cylindrique dont l'axe est confondu avec la normale à ses pleins parallèles iso terme en x égal à l a. On a un flux Fiat qui traverse la frontière de ce volume élémentaire. Sur les surfaces latérales on a un flux si l qui est nulle puisque les surfaces parallèles sont à terme. Et en x lb on a un flux ainsi h. Sortant de ce volume élémentaire. Ce flux est échangé entre le matériau BEI et le fluide de refroidissement qui est l'eau par conducteurs. Convection et donc H est la quantité de chaleur échangée par convection. Elle est régie par la loi de Newton tel que fils H. Il est égal à H le coefficient d'échange convectif fois la différence de température entre le matériau B et la lame d'eau. En régime permanent, la somme de tous les flux entrant dans ce volume élémentaire est égal à zéro. Ainsi, on peut écrire le premier principe de la thermodynamique appliqué à ce volume élémentaire, tel que fi a. Flash égal à zéro.

Notes

Summary



# Démonstration



• Système d'équations:

• Première intégration  
 $\frac{dT}{dx} = C_3$

• Deuxième intégration

$$T(x) = C_3 \cdot x + C_4$$

$$T(x) = \left( \frac{T_2 - T_1}{L_B} \right) x + \frac{T_1(L_A - L_B)}{L_B} - \frac{T_2 L_A}{L_B}$$

Distribution Linéaire

$$\begin{cases} \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \\ T(L_A) = T_1 \\ T(L_A + L_B) = T_2 \\ \phi_A = \phi_h \end{cases}$$

Thermodynamique

De même, on peut écrire alors l'équation de la chaleur appliquée au volume élémentaire DVB, ainsi que les conditions aux limites, comme vous le voyez dans ce système d'équations. Donc le volume élémentaire est délimité en X égal à l a et x égal à l b. Les conditions aux limites. On a déterminé à partir du premier principe, l'équation à égal à h et à partir de l'équation de la chaleur, on peut, en intégrant deux fois cette expression, déterminer la distribution de la température dans le matériau B. On voit bien que c'est un polynôme du premier ordre et donc la distribution dans le matériau B est bien linéaire.

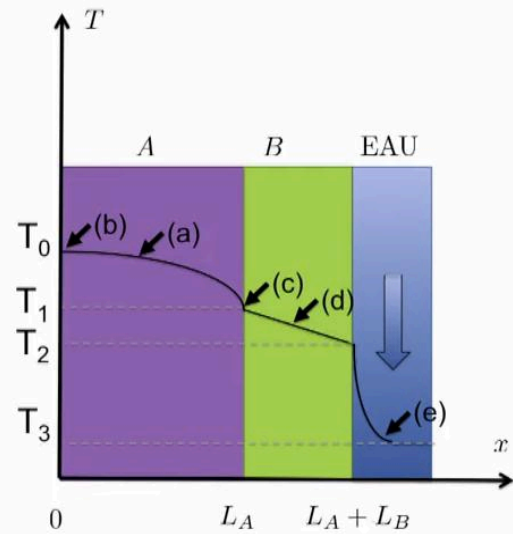
Notes

Summary



9m 46s

# Détermination des températures $T_0$ et $T_2$



Thermodynamique

Déterminons maintenant les températures  $T_0$  et  $T_2$  aux extrémités de ce mur composite.

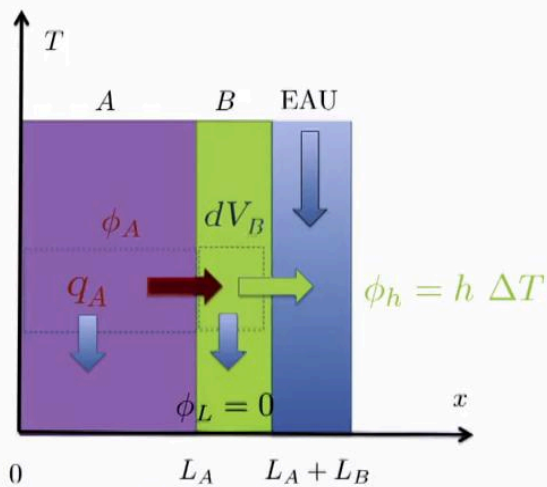
Notes

Summary



10m 31s

# Détermination des températures $T_0$ et $T_2$



- Détermination de  $T_2$

$$\begin{cases} \phi_A = \phi_h \\ \phi_A - q_A \cdot L_A = 0 \\ \phi_h = h \cdot (T_2 - T_\infty) \end{cases}$$

$$T_2 = T_\infty + q_A \frac{L_A}{h}$$

- Application numérique :  $T_2 = 105 \text{ } ^\circ\text{C}$

Thermodynamique

On déterminons maintenant la température  $T_2$  à partir du bilan énergétique établi dans le matériau B. On a pu déterminer que si  $q_A$  est le flux de chaleur provenant du matériau A, il est égal au flux thermique échangé par conduction convection sur l'interface entre le matériau B et l'eau. À partir du bilan énergétique établi dans le matériau A. On a écrit  $\phi_A = q_A \cdot L_A$ . En fonction de la puissance volumique générée dans le matériau A et en fonction de la loi de Newton, on a pu calculer  $h$  à partir de ces trois expressions. On peut alors déterminer l'équation de  $T_2$  qui nous permet de calculer cette température en fonction de la température, de l'eau et des différentes caractéristiques dans le matériau A et du coefficient d'échange convectifs  $h$ . Ainsi, on peut calculer une température  $T_2$  qui est égale à  $105 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

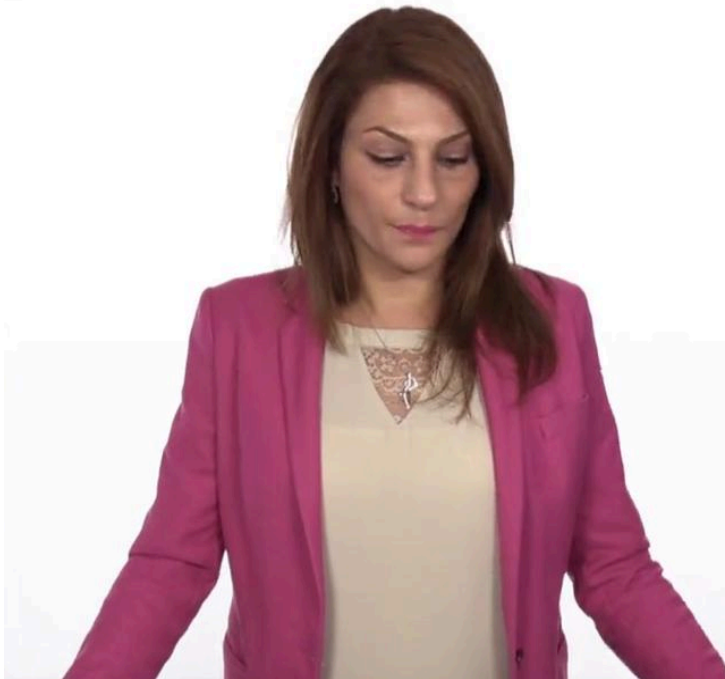
Notes

Summary



10m 38s

# Détermination des températures $T_0$ et $T_2$



- Détermination de  $T_0$

$$T(x) = -\frac{q_A}{2\lambda_A}x^2 + \left[\frac{T_1 - T_0}{L_A} + \frac{q_A \cdot L_A}{2\lambda_A}\right]x + T_0$$

- En dérivant par rapport à  $x$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{q_A}{\lambda_A}x + \left[\frac{T_1 - T_0}{L_A} + \frac{q_A \cdot L_A}{2\lambda_A}\right]$$

- En  $x=0$ , le flux est nul (mur isolé, adiabatique) donc

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = 0 \Rightarrow T_0 = T_1 + \frac{q_A L_A^2}{2\lambda_A}$$

Thermodynamique

Déterminons maintenant la température de  $T_0$ . Comme on a vu au départ, on avait posé l'hypothèse que un  $X$  est égal à zéro. On a un flux nulle puisque la surface est isolée. Donc en appliquant la loi de Fourier, on a que le flux  $q_A$  qui traverse cette interface est égal à zéro. Ainsi, on peut dire que la dérivée de la température sur  $x$  est égale à zéro et nulle. On a déjà démontré la distribution de la température dans le matériau A en dérivant cette expression et en remplaçant  $X$  par zéro. On peut donc déterminer la température ou bien l'expression de la température en  $x$  égale à zéro. Comme vous le voyez, cette température dépend de  $T_1$  et d'autres paramètres qui sont connus. Donc pour pouvoir calculer  $T_0$ , il faudra bien déterminer la valeur de la température  $T_1$  pour déterminer la température  $T_1$ .

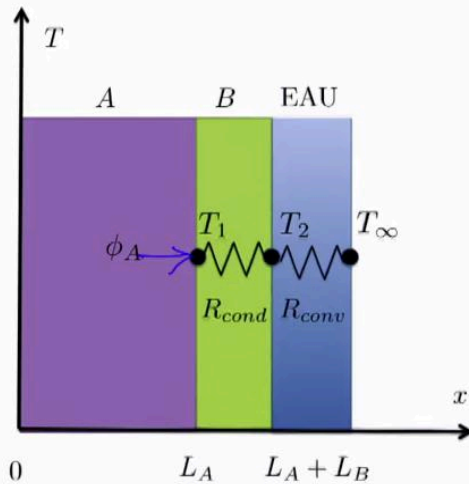
Notes

Summary





# Détermination des températures $T_0$ et $T_2$



A.N. :  $T_1 = 115^\circ\text{C}$   
 $T_2 = 140^\circ\text{C}$  ✓

- Détermination de  $T_1$
- Application de la loi d'Ohm entre  $x = L_A$  et l'eau

$R_{\text{cond}}$  : Résistance thermique conductive  
 $R_{\text{cond}} = \frac{L_B}{\lambda_B} = \frac{0,02}{150} = 1,33 \cdot 10^{-4} \left( \frac{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{W}} \right)$

$R_{\text{conv}}$  : Résistance thermique convective  
 $R_{\text{conv}} = \frac{1}{h} = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \left( \frac{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{W}} \right)$

$R_{\text{eq}}$  : Résistance équivalente

$$R_{\text{eq}} = R_{\text{cond}} + R_{\text{conv}} = 11,33 \cdot 10^{-4} \left( \frac{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{W}} \right)$$

$$\Rightarrow \phi_A = \frac{(T_1 - T_\infty)}{R_{\text{eq}}} = \phi_h = h \cdot (T_2 - T_\infty) (\text{W})$$

$$\Rightarrow T_1 = T_\infty + R_{\text{eq}} \cdot \phi_h, \quad T_0 = T_1 + \frac{q_A \cdot L_A^2}{2 \cdot \lambda_A}$$

Thermodynamique

On va appliquer la loi d'Ohm entre X égal à L, A et l'eau. On commence par définir une résistance thermique conductive R compte qui est égale à LB sur lambda B et donc qui dépend de la conductivité thermique du matériau ainsi que de son épaisseur. On définit également une résistance thermique convective r conf qui est égale à un sur h h. C'est le coefficient d'échange convectif. Comme vous le voyez sur le schéma, les deux résistances étant en série, la résistance équivalente est égale à la somme des deux résistances en série. Le flux A est inconnu. Ce flux à. Il traverse cette résistance équivalente en entrant par le point A t1. En appliquant la loi d'Ohm, on peut écrire. Si A est égal à terrain à moitié infini divisé par la résistance équivalente, et comme on connaît Fiat qui est égal à H, on peut déterminer. Alors l'expression de t1 t1 calculé est égal à 115 degrés et par conséquent déterminer la valeur de T0 qui est égale à 140 degrés. Vous voyez que le gradient de température dans le matériau P est plus faible que le gradient de température qu'on a entre l'interface du matériau B en contact de l'eau et la température de l'eau. Ceci est lié directement au fait que la résistance thermique convectif est plus grande que la résistance thermique conductive.

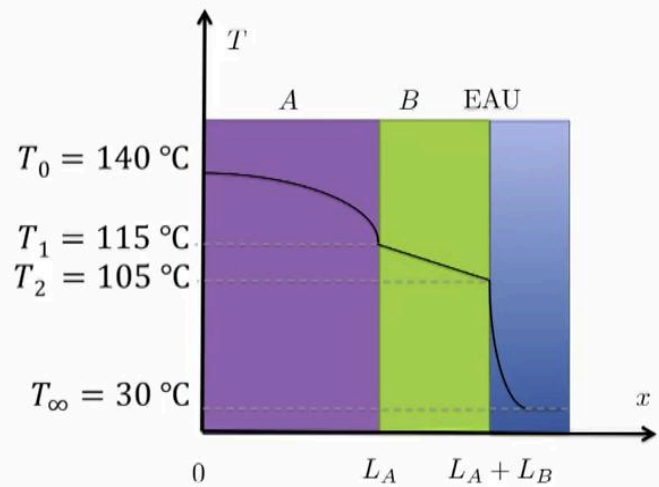
Notes

Summary



12m 35s

# Conclusions



Thermodynamique

En conclusion, nous avons traité durant cette séance le problème du transfert thermique conductive dans un mur composite. On a mis en application l'équation de la chaleur, la loi de Fourier, la loi de Newton, la loi d'Ohm ainsi que l'équivalence thermique et électrique. On a vu en résolvant ce problème que dans un mur simple avec source de génération de chaleur interne, la distribution de la température est plutôt parabolique. Dans un mur simple, sans génération de chaleur interne, la distribution de la température est linéaire. On a vu également que sur une interface isolée, on est face à une condition de flux nul. Dans ce cas, la température du matériau à cette interface est maximale. On a fait également que le gradient de température dans un matériau donné dépend principalement de la résistance thermique de ce matériau. Quand on a un matériau à faible résistance thermique, le gradient de température dans ce matériau est plutôt faible, alors qu'il est beaucoup plus élevé quand il s'agit d'une résistance thermique élevée. Merci pour votre attention et à la prochaine.

Notes

Summary



14m 08s