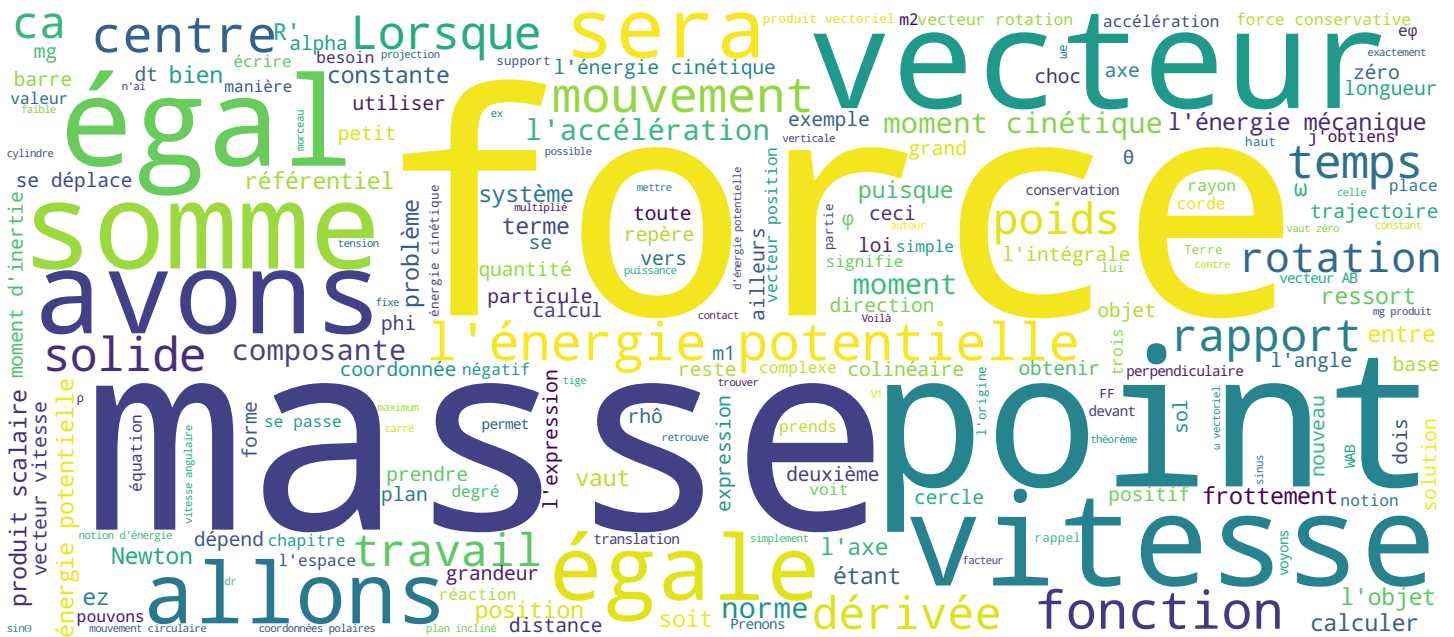


## Prof. Cécile Hébert



## Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

2

Bonjour. Dans cette vidéo, nous allons continuer avec les notions d'énergie. Nous allons maintenant voir la notion d'énergie potentielle et la notion d'énergie mécanique. Nous parlerons aussi de la conservation ou non de l'énergie mécanique. On parle parfois de principe de conservation de l'énergie. En ce qui nous concerne, nous verrons que nous n'avons pas vraiment de nouveaux principes. Nous écrirons simplement les lois de Newton de manière différente, puisque l'écriture de l'énergie cinétique et de son lien avec le travail était basée sur la deuxième loi de Newton.

Notes

Summary



0m 05s

### Table des matières

- VI - 1 Travail d'une force, puissance
- VI - 2 Energie cinétique
- VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique
- VI - 4 Lien entre force et énergie potentielle
- VI - 5 Energie potentielle et équilibre

3

Nous sommes dans le chapitre VI : Travail, Energie, principes de conservation, et nous allons voir la notion d'énergie potentielle et énergie mécanique.

Notes

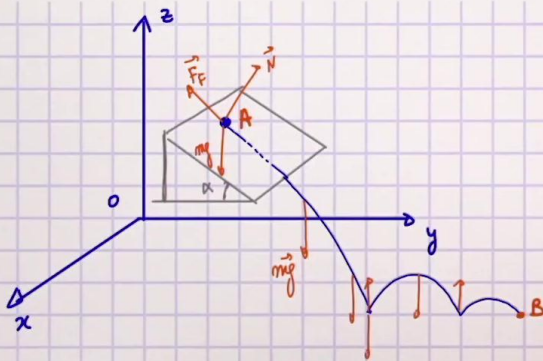
Summary



0m 39s

## VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique

Exemple du travail du poids :



travail du poids entre A et B

$$W_{AB}^{\vec{mg}} = \int_A^B \vec{mg} \cdot d\vec{r} =$$

15

Nous allons reprendre l'exemple du travail du poids, mais dans un cas plus général que précédemment. Prenons un repère à trois dimensions dans un référentiel galiléen.  $(x, y, z)$  d'origine  $O$ . Dans cet espace, un objet va se déplacer sous l'effet de son poids et peut-être d'autres forces. Par exemple, il peut commencer sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$ , sur lequel il sera soumis à son poids, à la réaction du support et peut-être à une force de frottement. Puis, après sa trajectoire sur le plan incliné, il va avoir une chute libre jusqu'au sol. Après quoi, il peut éventuellement rebondir après plusieurs contacts avec le sol. Là aussi, il y aura des forces au moment du contact avec le sol, mais pendant toute la trajectoire, l'objet est toujours soumis à son poids. Nous cherchons à calculer le travail du poids de A à B sur l'ensemble de la trajectoire. Nous isolons cette force et calculons uniquement son travail.  $W_{AB}^{\vec{mg}}$  est l'intégrale de A à B de  $\vec{mg}$ , produit scalaire  $d\vec{r}$ . Nous avons déjà fait ce calcul et la présence d'autres forces n'y change rien.  $\vec{mg}$  est constant, je peux le sortir de l'intégrale, je retrouve  $\vec{mg}$  produit scalaire intégrale de A à B de  $d\vec{r}$ , et à nouveau produit, le fait qu'il y ait d'autres forces en jeu ne change rien à l'intégrale de A à B de  $d\vec{r}$ , c'est toujours le vecteur  $\vec{AB}$ .

Notes

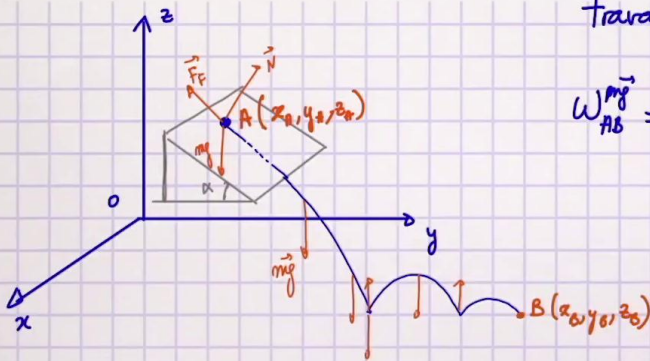
Summary



0m 50s

## VI - 3 Energie potentielle et énergie mécanique

Exemple du travail du poids :



travail du poids entre A et B

$$W_{AB}^{\vec{m}\vec{g}} = \int_A^B \vec{m}\vec{g} \cdot d\vec{r} = \vec{m}\vec{g} \cdot \int_A^B d\vec{r} = \vec{m}\vec{g} \cdot \vec{AB}$$

$$W_{AB}^{\vec{m}\vec{g}} = \vec{m}\vec{g} \cdot \vec{AB}$$

ce résultat est indépendant du chemin suivi entre A et B

 $W_{AB}^{\vec{m}\vec{g}}$  ne dépend que des coordonnées d'espace de A et B

15

Donc, j'obtiens toujours  $mg$  produit scalaire  $AB$ . Au final, ce que nous avons trouvé avant en considérant uniquement la chute libre reste valable dans le cas absolument général,  $W$  de A à B du poids est égal à  $mg$  produit scalaire  $AB$ . C'est donc une grandeur qui ne dépend que de la force elle-même, le poids, et du vecteur  $AB$ . Or, le vecteur  $AB$  ne dépend que du point de départ et du point d'arrivée, et absolument pas de ce qui s'est passé entre temps. La trajectoire aurait pu être n'importe quelle autre trajectoire, le travail du poids entre A et B serait resté le même. Le résultat est indépendant du chemin suivi entre A et B. Donc, il ne dépend que de la position de A et de la position de B. Or, A et B sont des points de l'espace caractérisés par leurs coordonnées,  $(x_A; y_A; z_A)$ ,  $(x_B; y_B; z_B)$ . Donc, le travail de A à B du poids ne dépend que des coordonnées d'espace de A et de B.

Notes

Summary





Par définition, l'énergie potentielle  $E_p^{\vec{F}}(x, y, z)$  est une fonction des coordonnées d'espace  $(x, y, z)$  qui est associée à la force considérée  $\vec{F}$ , a la dimension d'une énergie et est telle que

$$W_{AB}^{\vec{F}} = E_p^{\vec{F},A} - E_p^{\vec{F},B}$$

Force  $F$  quelconque  $\rightarrow$  Arrive-t-on à trouver la fonction  $E_p^{\vec{F}}$ ?

oui

$$W_{AB}^{\vec{F}_i} = E_{p,A}^i - E_{p,B}^i$$

non

$$W_A^{\vec{F}_J} \dots$$

16

Je vais donc pour cette force définir une fonction que je vais appeler énergie potentielle, qui sera une fonction des coordonnées d'espace  $(x, y, z)$  et que je vais associer à la force considérée. Cette fonction a la dimension d'une énergie et elle sera telle que le travail de A à B de la force sera égal à l'énergie potentielle en A moins l'énergie potentielle en B. Attention à l'ordre des lettres, cette fois c'est A moins B pour  $W_{AB}$ . Si je prends une force  $F$  quelconque, est-ce que je vais arriver à trouver la fonction  $E_p$  pour la force  $F$  ? Oui. Et dans ce cas là, je pourrais écrire  $W$  de A à B de la force  $F$  i, si c'est une qui marche, sera égal à  $E_p$  associée à i en A moins  $E_p$  associée à i en B. Et non. Dans ce cas-là, je devrais calculer le travail de A à B de la force  $J$  à la main. On se doute bien que pour le poids, ça va marcher et pour les forces de frottement, ça ne va pas marcher.

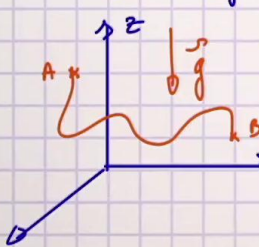
Notes

Summary



4m 01s

## Énergie potentielle dans le champ de pesanteur terrestre :



$$W_{AB}^{\vec{mg}} = \vec{mg} \cdot \vec{AB} = -mg\vec{e}_3 \cdot \vec{AB} = -mg(z_B - z_A) = \underbrace{mgz_A}_{E_{p,A}} - mgz_B = E_{p,A} - E_{p,B}$$

$$E_p^{\vec{mg}} = mgz$$

$$W_{AB}^{\vec{mg}} = E_{p,A}^{\vec{mg}} - E_{p,B}^{\vec{mg}} \quad E_r^{\vec{mg}} = mgz$$

17

Quelle est l'énergie potentielle dans le champ de pesanteur avec ce que nous avons obtenu jusqu'à présent. Nous avons vu  $W_{AB}$  du point  $mg$  est égal à  $mg$  scalaire  $AB$ . Dans l'espace à trois dimensions, je vais prendre un axe particulier qui sera l'axe vertical  $Z$ . L'axe vertical signifie que c'est l'axe selon lequel je trouve le vecteur  $g$ . Pour un point  $A$  et un point  $B$  dans l'espace, une trajectoire quelconque entre  $A$  et  $B$ , j'obtiendrai donc  $W_{AB} = -mgz$ , c'est le vecteur  $mg$ , produit scalaire vecteur  $AB$ . Cela ne va récupérer que la composante sur  $Z$  du vecteur  $AB$ , c'est la projection sur  $e_Z$  de  $AB$ , et cela sera donc  $mg(z_B - z_A)$ . Avec le moins qui est devant, j'obtiens  $mgz_A - mgz_B$ . J'ai ici quelque chose qui dépend uniquement des coordonnées d'espace de  $A$ , et quelque chose qui dépend uniquement des coordonnées d'espace de  $B$ , et en plus, cette fonction a la même expression. Si je définis la fonction énergie potentielle associée au poids comme étant  $mgz$ , j'ai bien l'énergie potentielle en  $A$  moins l'énergie potentielle en  $B$ . J'ai donc bien trouvé la fonction qui marche et je peux dire que le travail de  $A$  à  $B$  du poids est égal à l'énergie potentielle en  $A$  moins l'énergie potentielle en  $B$  liée au poids avec cette énergie potentielle liée au poids est égale à  $mgz$ .  $z$  étant l'altitude. J'ai bien donc trouvé la fonction énergie potentielle associée à la force poids.

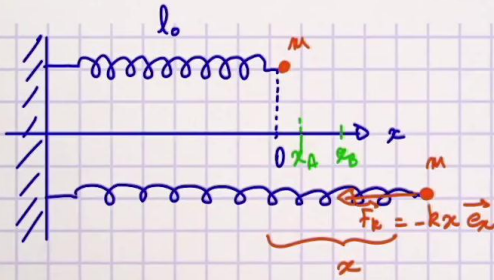
Notes

Summary



5m 25s

## Énergie potentielle d'un ressort :



$$W_{AB}^{\vec{F}_k} = \int_A^B \vec{F}_k \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B -kx \vec{e}_x \cdot dx \vec{e}_x$$

$$d\vec{r} = dx \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_k = -kx \vec{e}_x$$

18

Intéressons-nous maintenant à un ressort. Est-ce que ça va marcher ? Je prends un ressort de longueur au repos  $l_0$ , un repère  $ox$  et je choisis l'origine du repère telle que la coordonnée  $x$  correspond avec l'allongement du ressort. Je place une masse  $m$  à l'extrémité du ressort. Lorsque le ressort est allongé de  $x$ , la force  $F_k = -kx \vec{e}_x$  s'exerce sur la masse. Je vais maintenant considérer que ma masse se déplace de  $x_A$  à  $x_B$ . Et je vais chercher le travail de la force de rappel du ressort entre A et B. C'est l'intégrale de A à B de la force de rappel du ressort produit scalaire avec le déplacement. Nous avons un déplacement à une dimension selon l'axe  $ox$ , donc le vecteur déplacement  $d\vec{r}$  est égal à  $dx$ , vecteur de base  $\vec{e}_x$ . La force de rappel du ressort  $F_k$  est égal à  $-kx \vec{e}_x$ . J'obtiens comme travail l'intégrale de A à B de  $-kx \vec{e}_x$ , produit scalaire  $dx \vec{e}_x$ , le produit scalaire  $\vec{e}_x \cdot \vec{e}_x$  va donner 1.

Notes

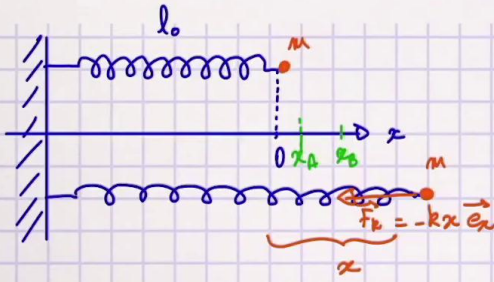
Summary



7m 47s



## Énergie potentielle d'un ressort :



$$W_{AB}^{\vec{F}_k} = \int_A^B \vec{F}_k \cdot d\vec{r}$$

$$d\vec{r} = dx \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_k = -kx \vec{e}_x$$

$$= \int_A^B -kx \vec{e}_x \cdot dx \vec{e}_x$$

$$= -k \int_A^B x dx = -k \left[ \frac{1}{2} x^2 \right]_A^B = -k \left[ \frac{1}{2} x_B^2 - \frac{1}{2} x_A^2 \right]$$

$$W_{AB}^{\vec{F}_k} = \frac{1}{2} k x_A^2 - \frac{1}{2} k x_B^2$$

$$E_{p,A}^{\vec{F}_k} - E_{p,B}^{\vec{F}_k}$$

$$E_p^{\vec{F}_k} = \frac{1}{2} k x^2$$

18

$k$  est une constante que je peux sortir de l'intégrale avec le moins qui est devant. C'est donc égal à moins  $k$  intégrale de  $A$  à  $B$  de  $x dx$ . La primitive de  $x dx$  est  $1/2$  de  $x^2$ . J'ai donc toujours  $-k[1/2 x^2]$  pris entre  $A$  et  $B$ . C'est donc  $-k[1/2 x_B^2 - 1/2 x_A^2]$ . J'obtiens donc le travail de la force du ressort entre  $A$  et  $B$  est égale à  $1/2$  de  $k x_A^2$  moins  $1/2$  de  $k x_B^2$ . À nouveau, j'ai deux fois l'expression d'une fonction qui a la même allure, une fois pour la coordonnée d'espace du point  $A$ , une fois pour la coordonnée d'espace du point  $B$ . Je peux bien dire que c'est l'énergie potentielle en  $A$  moins l'énergie potentielle en  $B$ , à condition de définir l'énergie potentielle de la force de rappel du ressort comme étant  $1/2$  de  $k x^2$ . Ça, c'est pour le ressort. Ce qui est bien important ici, c'est que  $x$  est l'allongement, donc c'est l'écartement par rapport à la position  $l_0$ . Parmi les forces que nous avons vues, c'est la deuxième pour laquelle nous avons pu trouver cette énergie potentielle.

Notes

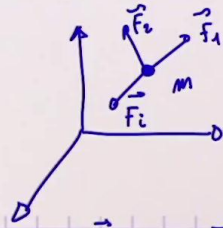
Summary



## Energie mécanique

On définit l'énergie mécanique  $E_m$  par

$$E_m = E_p + E_c$$



Si toutes les forces  $\vec{F}_i$  sont associées à une énergie potentielle

$$W_{AB}^{\vec{F}_{\text{tot}}} = \sum_i W_{AB}^{\vec{F}_i} = \sum_i (E_{p,A}^{\vec{F}_i} - E_{p,B}^{\vec{F}_i}) = \underbrace{\sum_i E_{p,A}^{\vec{F}_i}}_{E_{p,A}^{\vec{F}_{\text{tot}}}} - \underbrace{\sum_i E_{p,B}^{\vec{F}_i}}_{E_{p,B}^{\vec{F}_{\text{tot}}}}$$

$E_p^{\vec{F}_i}$        $\vec{F}_{\text{tot}} = \sum_i \vec{F}_i$

19

Munie de la définition de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique, nous pouvons maintenant définir l'énergie mécanique. L'énergie mécanique  $E_m$  se définit comme étant la somme  $E_p + E_c$ , soit un objet soumis à plusieurs forces que je vais noter les  $F_i$ .  $F_1$ ,  $F_2$ , etc.,  $F_i$ . Si toutes les forces  $F_i$  sont associées à une énergie potentielle, je l'appelle  $E_{pF_i}$  pour chacune des forces  $F_i$ . J'appelle à nouveau  $F_{\text{tot}}$  la somme de toutes les forces. Le travail de A à B de la résultante de toutes les forces,  $F_{\text{tot}}$ , est égal à la somme sur  $i$  des travaux de A à B des forces individuelles. Chaque force étant associée à une énergie potentielle, je peux écrire ce  $W_{AB}$  de  $F_i$  comme étant l'énergie potentielle en A moins l'énergie potentielle en B associée à la force  $F_i$ . C'est donc la somme sur  $i$  des  $E_{pA}$  pour la force  $F_i$  moins  $E_{pB}$  pour la force  $F_i$ . C'est donc la somme sur  $i$  des énergies potentielles en A des forces  $F_i$  moins la somme sur  $i$  des énergies potentielles en B des forces  $F_i$ . Ceci est l'énergie potentielle totale en A, souvent appelée simplement  $E_p$  en a, et ceci est l'énergie potentielle totale en B. On écrira souvent tout simplement  $E_{pA}$  et  $E_{pB}$ . C'est donc égal à  $E_{pA}$  moins  $E_{pB}$ .

Notes

Summary

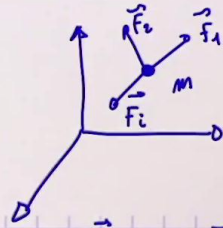


10m 57s

**Energie mécanique**

On définit l'énergie mécanique  $E_m$  par

$$E_m = E_p + E_c$$



Si toutes les forces  $\vec{F}_i$  sont associées à une énergie potentielle

$$W_{AB}^{\vec{F}_{tot}} = \sum_i W_{AB}^{\vec{F}_i} = \sum_i (E_{p,A}^{\vec{F}_i} - E_{p,B}^{\vec{F}_i}) = \underbrace{\sum_i E_{p,A}^{\vec{F}_i}}_{E_{p,A}} - \underbrace{\sum_i E_{p,B}^{\vec{F}_i}}_{E_{p,B}} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

$E_p^{\vec{F}_i}$        $\vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i$

$$W_{AB}^{\vec{F}_{tot}} = E_{c,B} - E_{c,A} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

$$E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,B} + E_{p,B}$$

$$E_{m,A} = E_{m,B}$$

Conservation de l'énergie mécanique car les forces sont "conservatives"

19

Par ailleurs, nous avons vu avec la notion d'énergie cinétique,  $W_{AB}$  des forces totales est toujours égal à l'énergie cinétique en B moins l'énergie cinétique en A. En combinant ces deux expressions de  $W_{AB}$ , je peux donc écrire  $E_{c,B} - E_{c,A} = E_{p,A} - E_{p,B}$ . En faisant passer les B d'un côté et les A de l'autre, j'obtiens  $E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,B} + E_{p,B}$ . Soit l'énergie mécanique en A est égale à l'énergie mécanique en B. On dit donc qu'il y a conservation de l'énergie mécanique. Pour y arriver, il a fallu supposer que toutes les forces sont associées à une énergie potentielle. On dit de ces forces associées à une énergie potentielle qu'elles sont conservatives.

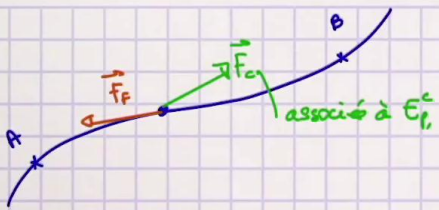
Notes

Summary





Frottements :



$$\tilde{W}_{AB}^{\vec{F}_M} = \tilde{W}_{AB}^{\vec{F}_F} + \tilde{W}_{AB}^{\vec{F}_c}$$

$$\tilde{W}_{AB}^{\vec{F}_F} = -F_F l \quad l \text{ longueur du trajet de A à B}$$

$$\tilde{W}_{AB}^{\vec{F}_c} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

20

Mais que se passe-t-il si on fait rentrer en jeu des frottements dont on a dit qu'on se doutait bien qu'ils allaient nous poser un problème ? Prenons un objet qui se déplace de A à B sur une trajectoire. Cet objet est soumis à deux forces, une force de frottement  $\vec{F}_F$  colinéaire à la vitesse et de sens opposé et à une deuxième force, conservative, que nous allons appeler  $\vec{F}_C$  associée à une énergie potentielle que nous allons appeler  $E_p$  pour la force  $\vec{F}_C$ . Le travail de A à B des forces totales est égal au travail de A à B de la force de frottement plus le travail de A à B de la force conservative. Nous avons déjà vu que le travail de A à B de la force de frottement est égal à la norme de la force de frottement multipliée par la longueur du trajet avec un moins devant. Le travail des forces de frottement est négatif.  $l$  est la longueur du trajet de A à B. Comme la force  $\vec{F}_C$  est conservative, associée à une énergie potentielle, je peux utiliser cette énergie potentielle pour calculer le travail de A à B de  $\vec{F}_C$ . C'est égal à l'énergie potentielle en A moins l'énergie potentielle en B pour la force  $\vec{F}_C$ . Que les forces soient conservatives ou non, le travail de A à B des forces totales est toujours égal à l'énergie cinétique en B moins l'énergie cinétique en A.

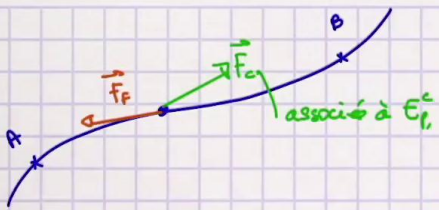
Notes

Summary





Frottements :



$$W_{AB}^{\vec{F}_d} = W_{AB}^{\vec{F}_f} + W_{AB}^{\vec{F}_c}$$

$$W_{AB}^{\vec{F}_f} = -F_f l \quad l \text{ longueur du trajet de A à B}$$

$$W_{AB}^{\vec{F}_c} = E_{p,A}^{F_c} - E_{p,B}^{F_c}$$

$$W_{AB}^{\vec{F}_d} = E_{c,B} - E_{c,A} = E_{p,A}^E - E_{p,B}^{F_c} - F_f l$$

$$\underbrace{E_{c,B} + E_{p,B}}_{E_{m,B}} = \underbrace{E_{c,A} + E_{p,A}}_{E_{m,A}} - F_f l$$

Force de frottement = force non conservative

$$E_{m,B} = E_{m,A} - F_f l$$

$$E_{m,B} = E_{m,A} + W_{AB}^{\text{force non conservative}}$$

20

C'est aussi égal à WAB de la force de frottement, donc moins  $F_f$  fois  $l$ , plus WAB de la force conservative. Commençons par la force conservative, c'est  $E_{p,A}$  pour la force conservative moins  $E_{p,B}$  pour la force conservative moins  $F_f$  fois  $l$ . Je vais obtenir énergie cinétique en B, énergie potentielle en B que je vais passer de l'autre côté, énergie cinétique en A, énergie potentielle en A pour la force conservative et il va me rester ce terme. J'obtiens donc  $E_{c,B} + E_{p,B} = E_{c,A} + E_{p,A} - F_f \cdot L$ . Ceci est l'énergie mécanique en B et ceci l'énergie mécanique en A. L'énergie mécanique en B est égale à l'énergie mécanique en A moins  $F_f$  fois  $L$ . L'énergie mécanique en B n'est pas la même entre B et A. Elle a diminué en B. Elle a été diminuée de  $F_f$  fois  $L$ . La force de frottement est une force non conservative. L'énergie mécanique en B est égale à l'énergie mécanique en A plus les travaux de A à B de toutes les forces non conservatives.

Notes

Summary



**Récapitulatif :**

Pour certaines forces, on peut trouver la fonction énergie potentielle telle que  $W_{AB}^{\vec{F}} = E_{p,A} - E_{p,B}$ . Ces forces sont dites "conservatives" car elles conservent l'énergie mécanique.

Si plusieurs forces conservatives entrent en jeu  $E_p^{\text{tot}} = \sum E_p^i$

S'il y a plusieurs forces  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$

$$W_{AB}^{\text{tot}} = W_{AB}^{\vec{F}_1} + W_{AB}^{\vec{F}_2} + \dots = E_{c,B} - E_{c,A}$$

Pour les  $\vec{F}_i$  conservatives  $W_{AB}^{\vec{F}_i} = E_{p,A}^i - E_{p,B}^i$

Pour les  $\vec{F}_j$  non conservatives  $W_{AB}^{\vec{F}_j} = \int_A^B \vec{F}_j \cdot d\vec{r}$

21

En récapitulant, pour certaines forces, nous avons pu trouver la fonction dite énergie potentielle telle que le travail de A à B de cette force soit égal à l'énergie potentielle en A moins l'énergie potentielle en B. Ces forces sont dites conservatives car elles conservent l'énergie mécanique. Si plusieurs forces conservatives entrent en jeu, l'énergie potentielle totale est la somme des énergies potentielles individuelles de chacune des forces. Lorsqu'il y a plusieurs forces,  $F_1, F_2$ , etc., le travail total de A à B est la somme des travaux des forces et c'est toujours énergie cinétique en B moins énergie cinétique en A. Je peux calculer le travail des forces conservatives grâce à l'énergie potentielle et pour les forces non conservatives, je dois faire l'intégrale à chaque fois.

Notes

Summary



Énergie potentielle dans le champ de pesanteur terrestre :

$$mgz \quad z \text{ altitude}$$

Énergie potentielle d'un ressort :

$$\frac{1}{2}kx^2$$

L'énergie potentielle est définie à une constante près (l'endroit où on prend la référence). Ça n'est pas un problème car seule la différence d'énergie potentielle a un sens physique.

22

Par ailleurs, nous avons trouvé l'expression de l'énergie potentielle dans le champ de pesanteur terrestre,  $mgz$  avec  $z$  l'altitude. L'énergie potentielle d'un ressort :  $\frac{1}{2}kx^2$ ,  $x$  étant l'allongement du ressort. Et ces énergies potentielles sont toujours définies à une constante près, l'endroit où on prend la référence. Ici, je peux choisir de mettre le 0 de l'altitude au sol ou bien au point de départ de l'objet. Ça n'est pas un problème, car seule la différence d'énergie potentielle a un sens physique et nous permet de calculer la vitesse à l'arrivée si je connais la vitesse au départ.

Notes

Summary



18m 55s



Voilà, nous avons maintenant vu ces notions d'énergie potentielle, l'énergie mécanique et aussi comment les utiliser de manière pratique. Je pense que vous commencez à voir la puissance de cet outil et à quel point cela permettra de raccourcir les calculs lorsqu'on n'a pas besoin de garder toute l'information temporelle ou toute l'information sur la trajectoire d'un objet.

Notes

Summary

19m 34s

