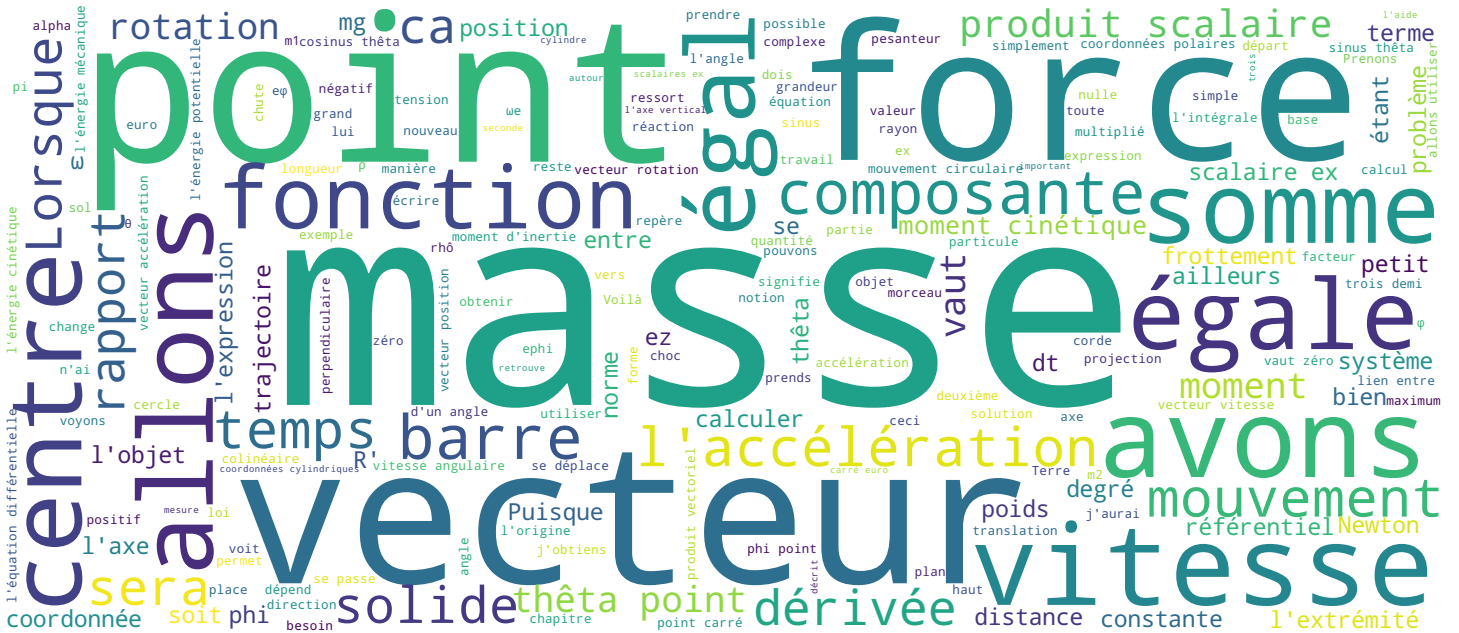


Application: Barre qui pivote

Partie 2

Prof. Cécile Hébert





Maintenant que nous avons établi l'équation différentielle régissant le mouvement d'une barre qui tombe, et que nous avons été capables de la résoudre numériquement, nous allons utiliser cette connaissance pour analyser précisément le mouvement du centre de masse, et le mouvement de l'extrémité de la barre. Nous allons voir un résultat surprenant. L'extrémité de la barre tombe avec une accélération verticale supérieure à l'accélération de la pesanteur.

Notes

Summary



0m 05s

Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

2

Notes

Summary



0m 37s

Table des matières

XI-1. Chute d'une barre et pendule physique

XI-2. Mouvement gyroscopique

3

Nous sommes dans le chapitre XI, Applications du solide indéformable, et nous allons continuer à voir la chute d'une barre et pendule physique. Cette fois en nous concentrant sur la chute d'une barre.

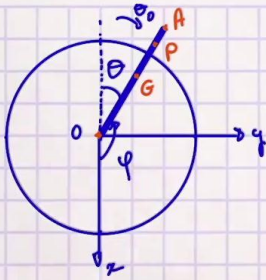
Notes

Summary



0m 38s

Analyse du vecteur accélération



lâche la barre à $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$

P un point de la barre décrit un mouvement circulaire non uniforme.

But = analyser l'accélération de P.

8

Le but maintenant va être d'analyser le vecteur accélération d'un point de la barre. Nous allons voir pourquoi. Reprenons la paramétrisation du problème. Nous avons une barre, de longueur l , Fixé par un pivot à un point O. Lâchée depuis un angle initial θ_0 . Nous allons observer la chute de cette barre jusqu'à l'horizontale. En prenant un axe Ox vers le bas, Oy horizontal. Nous avons l'angle ϕ des coordonnées cylindriques. Et l'angle θ qui nous avait permis la paramétrisation du problème. Appelons A l'extrémité de la barre, G, le centre de masse, et P, un point quelconque de la barre. Le problème est le suivant on lâche la barre à θ_0 de θ_0 égal θ_0 , et $\dot{\theta}_0$ point de θ_0 égal θ_0 . Donc depuis, un angle θ_0 sans vitesse initiale. Puisque la barre est fixée à un pivot et que c'est un solide. Chaque point de la barre décrit un mouvement circulaire, mais ça n'est pas un mouvement circulaire uniforme. Au début, elle est sans vitesse. Elle accélère progressivement, donc sa vitesse angulaire change. Le but maintenant va être d'analyser l'accélération de P. Dans la vidéo précédente, nous avons obtenu deux équations différentielles, une sur θ et une sur ϕ .

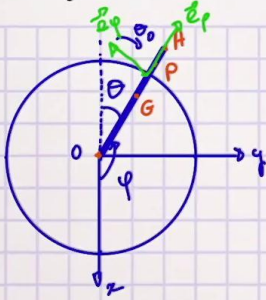
Notes

Summary



0m 50s

Analyse du vecteur accélération



lâche la barre à $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$

P un point de la barre décrit un mouvement circulaire non uniforme.

But = analyser l'accélération de P.

$$\ddot{\theta} - \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad \varphi = \pi - \theta \quad \dot{\varphi} = -\dot{\theta} \quad \ddot{\varphi} = -\ddot{\theta}$$

P à la distance d de O

$$\vec{a}_P = -\rho \dot{\varphi}^2 \vec{e}_r + \rho \ddot{\varphi} \vec{e}_\varphi$$

8

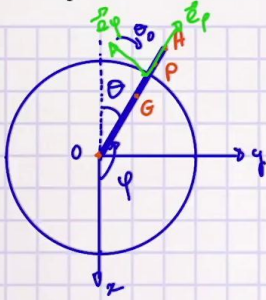
Nous allons utiliser l'équation différentielle sur θ . Je la rappelle ici, c'était θ deux points, $-\frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta$ égale zéro. Par ailleurs, je rappelle le lien entre φ et θ . φ est égal à π moins θ donc φ point serait égal à moins θ points, et φ deux points serait égal à moins θ deux points. Une expérience d'auditoire nous montre que si on lâche la barre sans vitesse initiale et qu'elle tombe, il arrivera un moment où l'extrémité de la barre aura une accélération projetée sur la verticale supérieure à l'accélération de la pesanteur. Cela peut paraître surprenant. Le but va être donc d'analyser l'accélération de l'extrémité de la barre, ainsi que l'accélération du centre de masse, dans le référentiel du laboratoire. Nous allons pour cela nous placer en coordonnées cylindriques, en utilisant le paramètre φ et les vecteurs de base \vec{e}_r et \vec{e}_φ . P est à une distance D du centre O puisque P décrit un mouvement circulaire non uniforme, l'accélération de P sera donnée par l'expression de l'accélération en coordonnées polaires ou cylindriques. Ici, la coordonnée z reste zéro. Et cette accélération est moins φ point carré \vec{e}_r plus $\ddot{\varphi} \vec{e}_\varphi$.

Notes

Summary



Analyse du vecteur accélération



lâche la barre à $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$

P un point de la barre décrit un mouvement circulaire non uniforme.

But = analyser l'accélération de P.

$$\ddot{\theta} - \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad \varphi = \pi - \theta \quad \dot{\varphi} = -\dot{\theta} \quad \ddot{\varphi} = -\ddot{\theta}$$

P à la distance d de O

$$\vec{a}_P = -\rho \dot{\varphi}^2 \vec{e}_r + \rho \ddot{\varphi} \vec{e}_\varphi \quad \rho = d$$

$$\vec{a}_P = -d \ddot{\theta}^2 \vec{e}_r - d \ddot{\theta} \vec{e}_\varphi = -d \ddot{\theta}^2 \vec{e}_r - d \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta \vec{e}_\varphi$$

tableau de t $\vec{a}_P(t) = -d[\dot{\theta}(t)]^2 \vec{e}_r - d \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta(t) \vec{e}_\varphi$

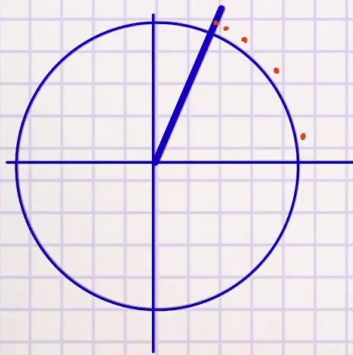
8

Puisque P reste à la distance d de O. Ro ou d. Par ailleurs, nous avons phi point égal moins theta points. Cela nous permet de réécrire l'accélération de p. Comme étant moins d theta point au carré euro, moins d theta deux points e-phi. Nous avons vu dans la vidéo précédente, qu'il est possible de calculer theta en fonction du temps et theta point en fonction du temps. La position angulaire, et la vitesse angulaire. Ici, nous avons une accélération exprimée en fonction de theta point, et theta deux points. Mais plutôt que de recalculer l'accélération, nous allons utiliser l'équation différentielle. Theta deux points est égale à trois demi de g sur l sinus theta. Nous avons donc l'expression de l'accélération de P, en coordonnées polaires ou cylindriques, à l'aide de la vitesse angulaire et de la position angulaire. Ces deux grandeurs ont été obtenues numériquement en fonction du temps, grâce à l'algorithme de Runge-Kutta. Nous pouvons donc calculer pour un tableau de valeurs temporelles, l'accélération de P en fonction du temps qui sera égal à moins d theta point de T au carré euro, moins d multiplié par trois-demi de g sur l, sinus de theta de T e-phi.

Notes

Summary





- choix de θ_0
 - calculer $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$
 - choix d'un intervalle de temps Δt
 - pour chaque position de P $\rightarrow \vec{a}_P$
- $\vec{a}_P =$ \vec{e}_r \vec{e}_ϕ

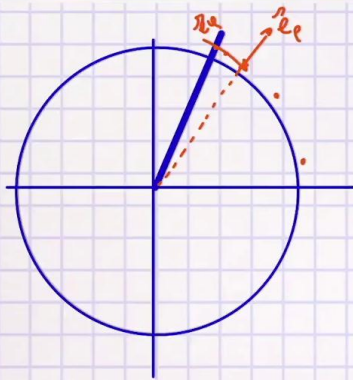
8

Nous allons maintenant faire la chose suivante. Nous allons choisir un angle de départ θ_0 . Nous allons calculer, θ de T et $\dot{\theta}$ point de T. Nous allons choisir un intervalle de temps Δt . Et à cet intervalle régulier, nous allons nous demander où se trouve le point P. Si Δt est un intervalle régulier, puisque $\dot{\theta}$ point de T, la vitesse angulaire augmente. Nous allons retrouver au début les points P relativement rapprochés, et nous allons voir qu'au fur et à mesure de la chute, la distance angulaire entre les points P augmente. Pour chaque position de ce point p, à chaque fois séparé par le même Δt . Pour chacune de ces positions de P, nous allons calculer l'accélération vectorielle \vec{a}_P . Cela signifie que nous devons calculer les composantes. Sur \vec{e}_r et sur \vec{e}_ϕ .

Notes

Summary





- choix de θ_0
- calculer $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$
- choix d'un intervalle de temps Δt
- pour chaque position de P $\rightarrow \vec{a}_P$

$$\vec{a}_P = -d \dot{\theta}^2 \vec{e}_\rho + \left(-d \frac{3}{2} \frac{1}{l} \sin \theta\right) \vec{e}_\theta$$

9

La composante sur euro était moins d θ points de T au carré. Et la composante sur ephi, moins d multiplié par trois-demi de g sur l sinus θ . Puisque nous avons θ et $\dot{\theta}$ point, il n'y aura pas de problème pour calculer ces composantes. Muni de ces composantes, il sera donc possible à chaque position de P, de tracer le vecteur accélération en utilisant d'une part la composante sur euro, et d'autre part la composante sur ephi. On remarque au passage, que ces deux composantes sont négatives. θ point carré positif, avec le moins d, ça sera négatif. Je suis pour un θ entre zéro et π sur deux, sinus θ sera positif donc cette composante sera négative. J'aurais donc une composante négative sur euro, et négative sur ephi. C'est logique, l'accélération pointera toujours quelque part vers l'intérieur du cercle. À T égale zéro, au moment où nous lâchons la barre, θ point vaut zéro. La composante sur euro est nulle, je n'ai qu'une composante sur ephi. Je n'ai donc qu'une accélération tangentielle. En revanche, une fois que la barre a acquis une certaine vitesse angulaire, θ point sera non-nul. Cela donnera une composante sur euro, et je m'attends donc à avoir une accélération qui pointe un petit peu vers l'intérieur du cercle. Allons donc voir le calcul.

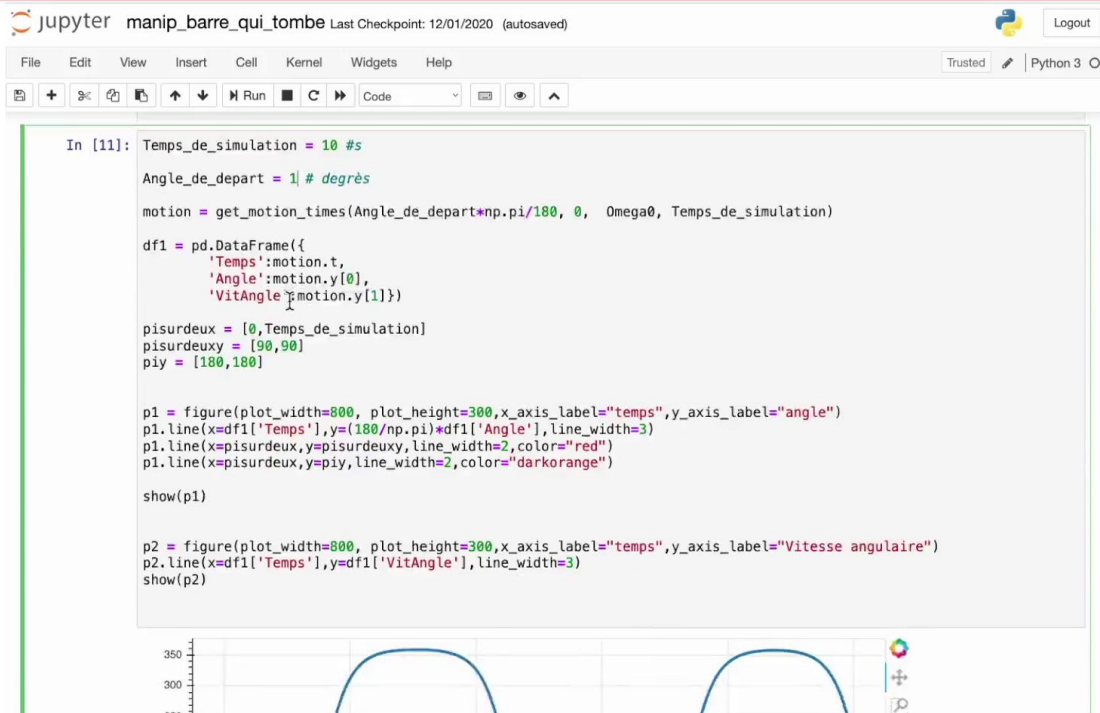
Notes

Summary



7m 41s

XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



10

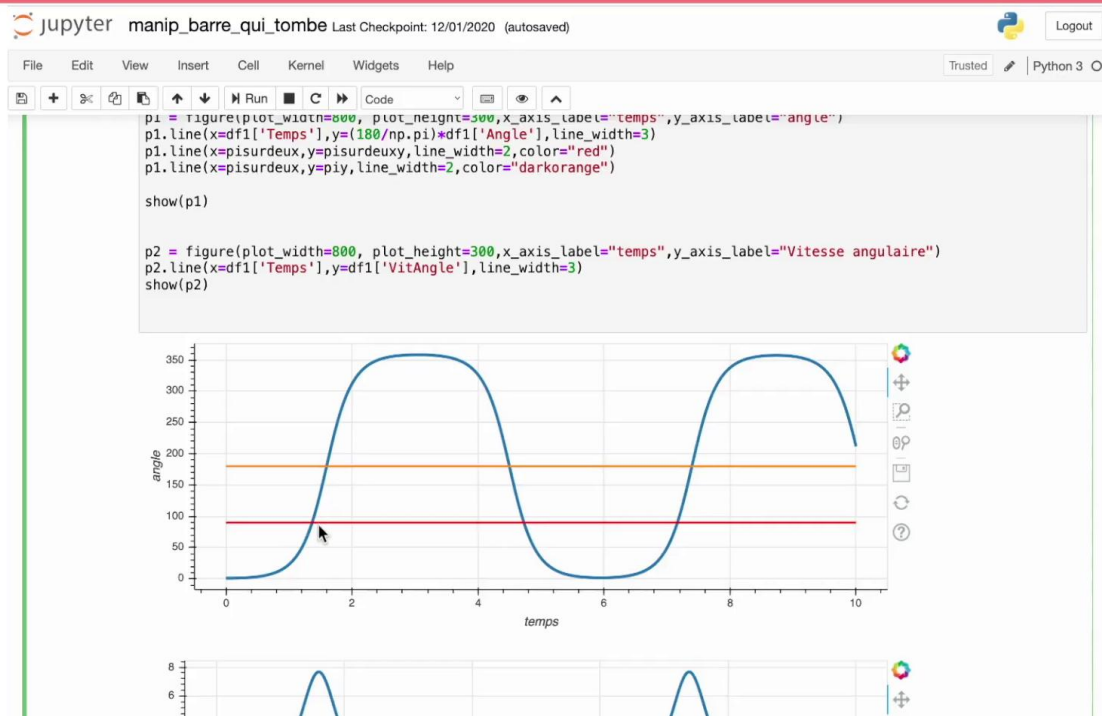
Nous reprenons le notebook que nous avons la dernière fois, dans lequel nous avons ici l'angle, donc la position angulaire en fonction du temps. Dans le cas présent, sur un intervalle de temps de dix secondes et un angle de départ de un degré.

Notes

Summary



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



Dans ce cas-là, il a fallu un petit peu moins de deux secondes, et plus qu'une seconde, pour que la barre arrive à π sur deux. Donc 90 degrés, la ligne rouge.

Notes

Summary



9m 52s

XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique

```
jupyter manip_barre_qui_tombe Last Checkpoint: 12/01/2020 (unsaved changes)
File Edit View Insert Cell Kernel Widgets Help Trusted Python 3
return y_out
return func

In [6]: #Intégration pa RK
def get_motion_times(theta_0, theta_dot_0, Omega0, tmax):
    time = np.arange(0, tmax, 0.0001)
    res = scipy.integrate.solve_ivp(get_func(Omega0), [0, tmax], [theta_0, theta_dot_0], method='DOP853', t_eval=time)
    return res

In [11]: Temps_de_simulation = 2 #s
Angle_de_depart = 1 # degrés
motion = get_motion_times(Angle_de_depart*np.pi/180, 0, Omega0, Temps_de_simulation)

df1 = pd.DataFrame({
    'Temps':motion.t,
    'Angle':motion.y[0],
    'VitAngle':motion.y[1]})

pisurdeux = [0,Temps_de_simulation]
pisurdeuxy = [90,90]
piy = [180,180]

p1 = figure(plot_width=800, plot_height=300,x_axis_label="temps",y_axis_label="angle")
p1.line(x=df1['Temps'],y=(180/np.pi)*df1['Angle'],line_width=3)
p1.line(x=pisurdeux,y=pisurdeuxy,line_width=2,color="red")
p1.line(x=pisurdeux,y=piy,line_width=2,color="darkorange")

show(p1)

p2 = figure(plot_width=800, plot_height=300,x_axis_label="temps",y_axis_label="Vitesse angulaire")
p2.line(x=df1['Temps'],y=df1['VitAngle'],line_width=3)
show(p2)
```

Regardons ce qui se passe si nous nous contentons d'un intervalle de deux secondes.

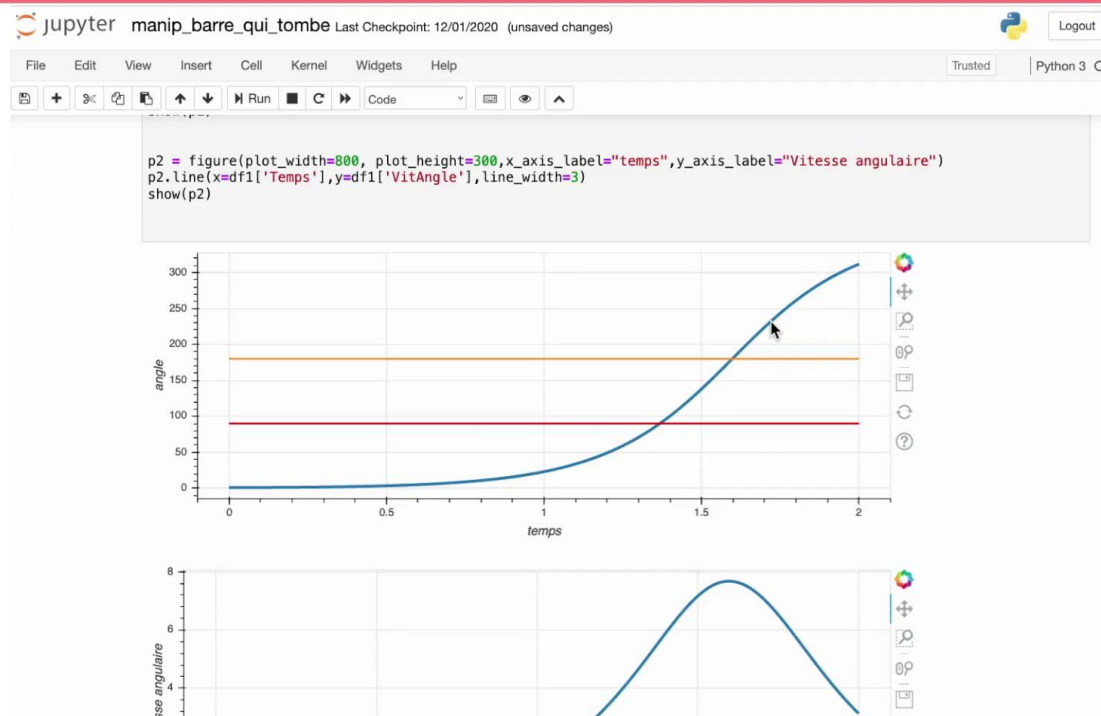
Notes

Summary

10m 07s



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



Sur cet intervalle de deux secondes, on voit qu'au début l'angle varie très peu. Puis de plus en plus vite, et la barre s'arrêtera bien entendu à 90 degrés, même si la simulation continue.

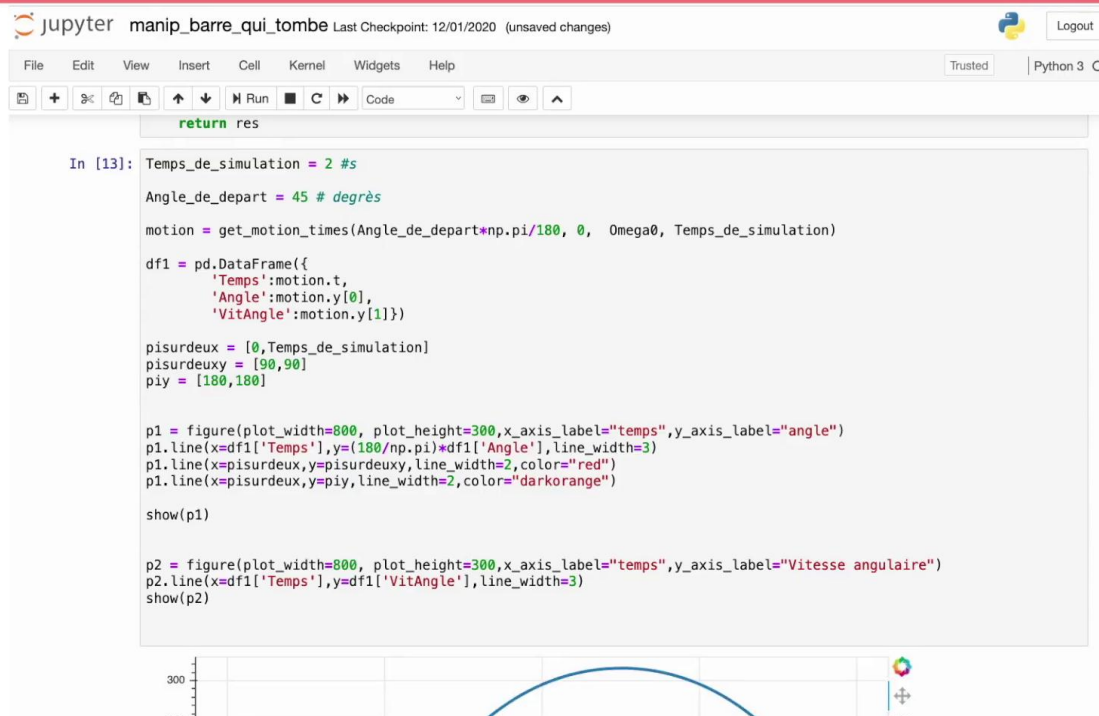
Notes

Summary



10m 13s

XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



Si je lâche la barre d'un angle de 45 degrés.

Notes

Summary

10m 28s



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



Nous voyons qu'elle atteint le bas beaucoup plus tôt. D'une manière générale, si je prends un intervalle de 0,1 secondes entre deux points P, j'aurai donc trois points lorsque je partirai d'un angle de 45 degrés, et si je pars d'un angle de deux degrés, j'aurai un petit peu plus de dix points.

Notes

Summary

10m 35s



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique

```
jupyter manip_barre_qui_tombe Last Checkpoint: 12/01/2020 (unsaved changes)
File Edit View Insert Cell Kernel Widgets Help Trusted Python 3
show(p4)

In [ ]: Temps_de_simulation = 2 #s

Angle_de_depart = 2 # degrés

motion = get_motion_times(Angle_de_depart*np.pi/180, 0, Omega0, Temps_de_simulation)

df1 = pd.DataFrame({
    'Temps':motion.t,
    'Angle':motion.y[0],
    'VitAngle':motion.y[1]})

df2 = df1[df1['Angle'].lt(np.pi/2)].dropna()

df2['atan_sur_d']=-Omega0**2*np.sin(df2['Angle'])
df2['anorm_sur_d']=-df2['VitAngle']**2
df2['a_xprime_sur_d'] = df2['anorm_sur_d']*np.sin(df2['Angle']) - df2['atan_sur_d']*np.cos(df2['Angle'])
df2['a_yprime_sur_d'] = df2['anorm_sur_d']*np.cos(df2['Angle']) + df2['atan_sur_d']*np.sin(df2['Angle'])

df3=df2.iloc[::1000, :]

p3 = figure(plot_width=400, plot_height=400,match_aspect=True,x_range=(-0.2, 1.1),y_range=(-0.2, 1.1),tools="",
            toolbar_location=None)

traj_x = np.linspace(np.sin((np.pi/180)*Angle_de_depart),1,100)
traj_y = np.sqrt(1-traj_x**2)

p3.line(x=traj_x,y=traj_y)
p3.circle(x=np.cos(np.pi/2-df3['Angle']),y=np.sin(np.pi/2-df3['Angle']))
p3.segment(np.cos(np.pi/2-df3['Angle']),np.sin(np.pi/2-df3['Angle']),
           np.cos(np.pi/2-df3['Angle'])+0.02*df3['a_xprime_sur_d'],
           np.sin(np.pi/2-df3['Angle'])+0.02*df3['a_yprime_sur_d'],color='orange',line_width=3)
p3.segment(0,0,np.sin((np.pi/180)*Angle_de_depart),np.cos((np.pi/180)*Angle_de_depart),line_width=5)
```

Cela ferait une bonne représentation.

Notes

Summary

10m 54s



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



Je commence donc à partir d'un angle de deux degrés et je représente la position initiale de la barre, le cercle décrit par l'extrémité de la barre, et le vecteur accélération à différents points repérés, sur la trajectoire de l'extrémité de la barre. On voit qu'au début les points sont rapprochés, puis au fur et à mesure que la barre tombe, la vitesse angulaire augmente. Donc les points sont de plus en plus séparés.

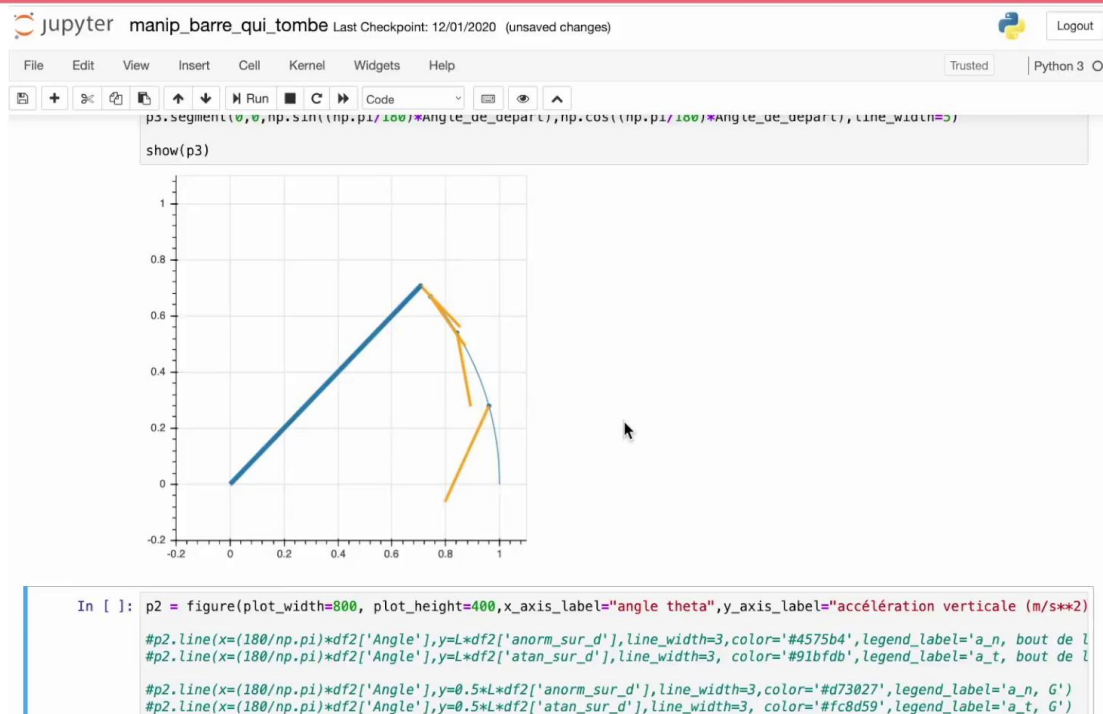
Notes

Summary

10m 58s



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



Nous pouvons faire le même calcul pour un angle de départ de 45 degrés, et nous voyons effectivement la présence de trois points en plus du point de départ. Le vecteur accélération est tangent à la trajectoire au point de départ, et ensuite, pointe vers l'intérieur de la trajectoire.

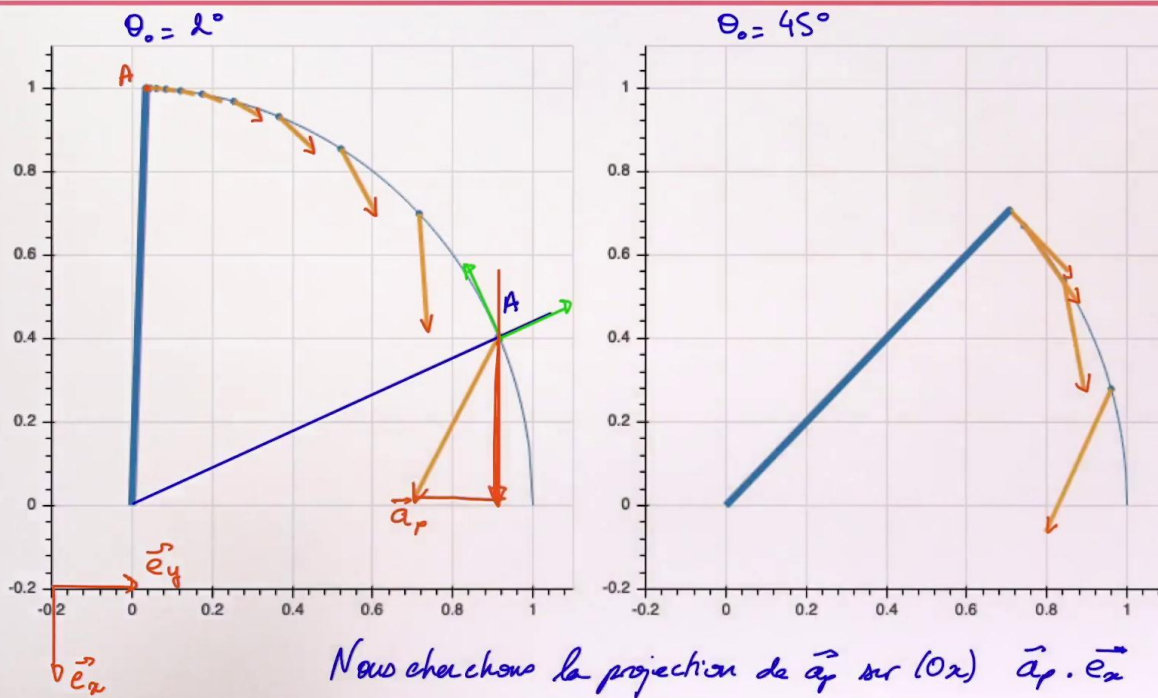
Notes

Summary

11m 29s



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



10

Nous avons donc ici les deux cas. Le départ à deux degrés, et le départ à 45 degrés. Ces segments sont en fait des vecteurs qui représentent le vecteur accélération dans le cas représenté ici de l'extrémité de la barre, donc A. Et ce qui m'intéresse, c'est de comprendre pourquoi l'extrémité de la barre A peut sembler tomber plus vite qu'un objet lâché dans le champ de pesanteur. Or, un objet lâché dans le champ de pesanteur a une accélération g verticale. Je vais donc m'intéresser à la composante de l'accélération du point A de la barre, sur l'axe vertical. C'est un petit peu complexe car la composante sur e_x et la composante sur e_y vont participer à cette accélération verticale. Ce qui va nous intéresser est donc la projection sur l'axe vertical que nous avons appelé e_x , de l'accélération de la barre. Cette projection ici. J'ai donc l'accélération générique du point P avec ses deux composantes, l'axe vertical qui était porté par le vecteur de base e_x . Nous avons horizontalement le vecteur de base e_y . Je cherche au final la projection du vecteur AP sur l'axe Ox. C'est donné par le produit scalaire $\vec{a}_p \cdot \vec{e}_x$.

Notes

Summary

11m 52s



$$\begin{aligned}\vec{a}_P \cdot \vec{e}_x &= \left[-d \ddot{\theta} \vec{e}_\rho - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta \vec{e}_\varphi \right] \cdot \vec{e}_x \\ &= -d \ddot{\theta} \vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_x - d \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta \vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_x\end{aligned}$$

$$\vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_x = (\cos \varphi \vec{e}_x + \sin \varphi \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_x = \cos \varphi$$

$$\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_x = (-\sin \varphi \vec{e}_x + \cos \varphi \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_x = -\sin \varphi$$

Notes

Nous allons donc calculer le produit scalaire ap produit scalaire ex. Je réécris ap. C'est moins d theta point carré euro, moins d trois-demi de g sur l sinus theta e phi. Produit scalaire ex. Je développe. J'ai donc moins d theta point carré, euro produits scalaires ex, moins un préfacteur ephi produits scalaires ex. Je dois donc calculer euro produit scalaire ex et phi produit scalaire ex. Le plus simple sera d'exprimer euro et ephi avec les vecteurs de base ex et ey. Donc euro produit scalaire ex, qui est cosinus phi ex, plus sinus phi ey produit scalaire ex. Et ephi produit scalaire ex sera égal à moins sinus phi ex plus cosinus phi ey produit scalaire ex. Nous avons trouvé ces expressions de euros et ephi avec les vecteurs de base ex et ey dans le chapitre sur les coordonnées polaires. Lorsque je fais le produit scalaire ey scalaire ex, cela nous donnera zéro. Donc ses deux termes disparaîtront. ex produit scalaire ex donne un. Le produit scalaire de euros avec ex, prend la composante sur ex du vecteur euro. C'est donc, cosinus phi pour euro scalaires ex et moins sinus phi pour ephi scalaire ex. Nous savons par ailleurs que phi est égale à pi moins theta.

Summary



$$\vec{a}_p \cdot \vec{e}_x = \left[-d \ddot{\theta} \vec{e}_\rho - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta \vec{e}_\varphi \right] \cdot \vec{e}_x$$

$$= -d \ddot{\theta} \vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_x - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta \vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_x$$

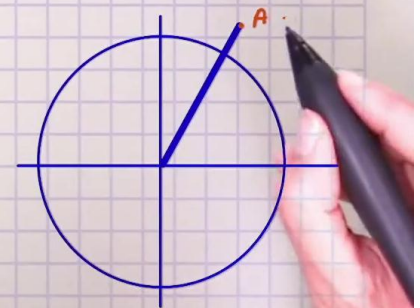
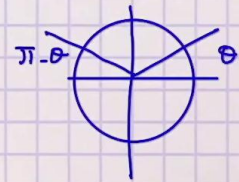
$$\vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_x = (\cos \rho \vec{e}_x + \sin \rho \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_x = \cos \rho = \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

$$\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_x = (-\sin \rho \vec{e}_x + \cos \rho \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_x = -\sin \rho = -\sin(\pi - \theta) = -\sin \theta$$

$$\vec{a}_p \cdot \vec{e}_x = -d \ddot{\theta} (-\cos \theta) - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin \theta (-\sin \theta)$$

$$\vec{a}_p \cdot \vec{e}_x = d \ddot{\theta} \cos \theta + d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{l} \sin^2 \theta$$

$$\varphi = \pi - \theta$$



10

J'ai donc cosinus de pi moins theta et sinus de pi moins theta. Si je fais un petit cercle trigonométrique, que je place l'angle theta l'angle pi moins theta, Je vois que le cosinus de Pi moins theta est égale à moins cosinus theta. Par ailleurs, le sinus de pi moins theta est égal au sinus de theta. Il y a moins que j'ai déjà devant, j'ai oublié de le remettre, sinus theta. J'ai donc euros scalaires ex qui vaut moins cosinus theta, ephi scalaire ex qui vaut moins sinus theta. Je peux donc remplacer euro scalaire ex par moins cos theta, ephi scalaires ex par moins sin theta. Allons-y. J'obtiens ap produit scalaire ex qui vaut moins d theta point carré, moins d cos theta moins d trois-demi g sur l sinus theta multiplié par moins sinus theta. Moins par moins nous donnera plus moins par moins nous donnera plus. J'obtiens donc d theta point carré, cosinus, theta, plus d trois-demi de g sur l sinus carrés theta. Nous allons nous intéresser à deux points particuliers. Lors de la chute de la barre. Je vais d'une part prendre le point à l'extrémité de la barre. Il est caractérisé par la distance d qui vaut la longueur de la barre, et le centre de masse g qui est caractérisé par une distance d qui vaut L sur deux.

Notes

Summary



$$\vec{a}_P \cdot \vec{e}_x = \left[-d \ddot{\theta} \vec{e}_\rho - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{\ell} \sin \theta \vec{e}_\varphi \right] \cdot \vec{e}_x$$

$$= -d \ddot{\theta} \vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_x - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{\ell} \sin \theta \vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_x$$

$$\vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_x = (\cos \rho \vec{e}_x + \sin \rho \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_x = \cos \rho = \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$$

$$\vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_x = (-\sin \rho \vec{e}_x + \cos \rho \vec{e}_y) \cdot \vec{e}_x = -\sin \rho = -\sin(\pi - \theta) = -\sin \theta$$

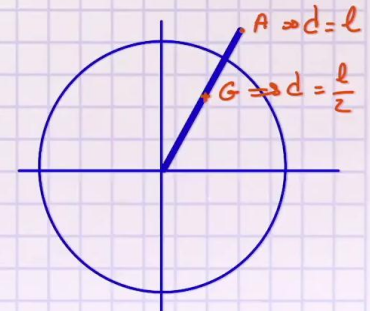
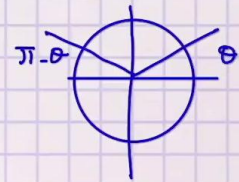
$$\vec{a}_P \cdot \vec{e}_x = -d \ddot{\theta} (-\cos \theta) - d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{\ell} \sin \theta (-\sin \theta)$$

$$\vec{a}_P \cdot \vec{e}_x = d \ddot{\theta} \cos \theta + d \cdot \frac{3}{2} \frac{g}{\ell} \sin^2 \theta$$

$$\vec{a}_A \cdot \vec{e}_x = \ell \ddot{\theta} \cos \theta + \frac{3}{2} g \sin^2 \theta$$

$$\vec{a}_G \cdot \vec{e}_x = \frac{\vec{a}_A \cdot \vec{e}_x}{2} = \frac{\ell}{2} \ddot{\theta} \cos \theta + \frac{3}{4} g \sin^2 \theta$$

$$\varphi = \pi - \theta$$



10

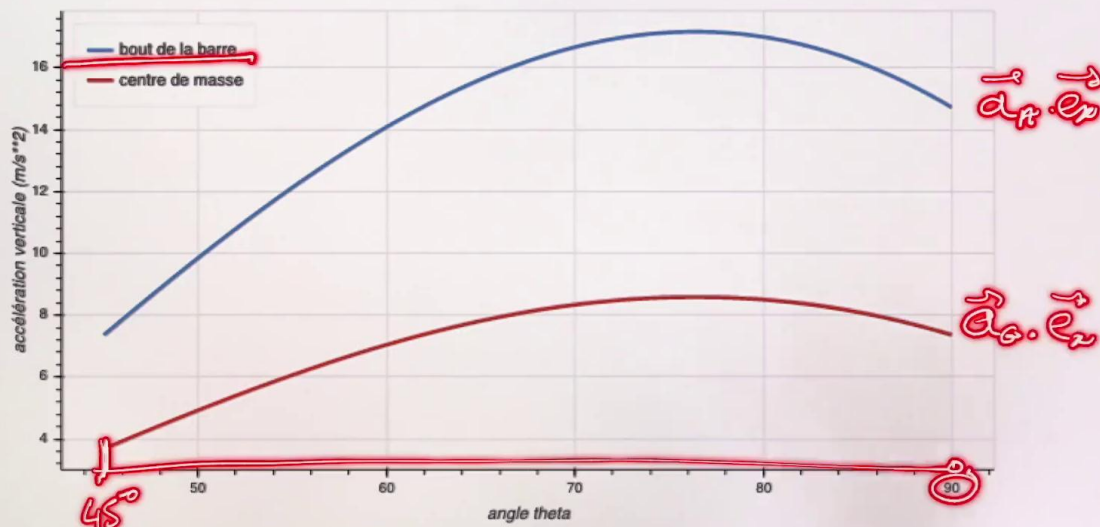
Je peux donc calculer l'accélération de l'extrémité de la barre a projeté sur le vecteur ex en remplaçant d par l et j'obtiens l thêta point carré cosinus thêta plus fois trois-demi de g sur l. Les l vont se simplifier, donc tout simplement trois-demi de g sinus carré thêta. Et lorsque je calculerait l'accélération du centre de masse projetée sur ex, je remplacerais d qui valait l, sept fois par l sur deux. Comme c'est proportionnel à d, avec un d en produit devant chacun des termes, je vais retrouver la moitié de l'accélération de l'extrémité de la barre. C'est donc a produit scalaire ex divisé par deux, soit L sur deux thêta point carré cosinus thêta. Plus trois quarts de g sinus carré thêta. Nous avons précédemment calculé thêta et thêta point en fonction du temps. Nous avons un tableau pour les différents intervalles de temps, qui nous permettait de connaître thêta et thêta point. Nous pouvons donc rajouter dans notre tableau, l'accélération de l'extrémité de la barre, et l'accélération du centre de masse. Puisque nous avons un tableau qui nous donne la correspondance entre T, thêta, et la projection de l'accélération sur le vecteur ex, nous pouvons tracer la fonction projection de A. En fonction de thêta.

Notes

Summary



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



12

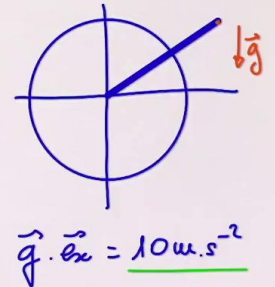
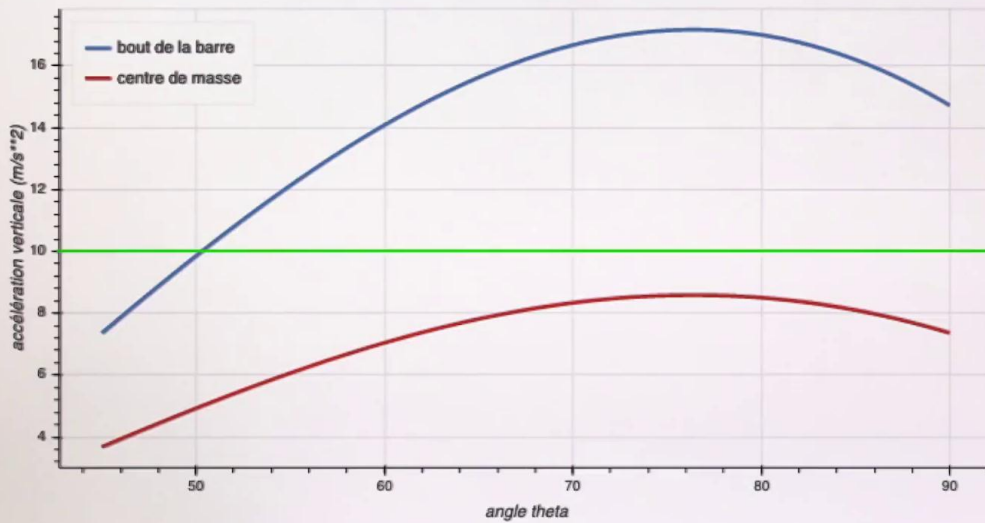
Nous voyons donc sur ce graphe en fonction de l'angle θ qui va de l'angle de départ choisi ici de 45 degrés jusqu'à l'angle d'arrivée de 90 degrés, l'accélération A de a sur e_x pour le bout de la barre, et l'accélération a produit scalaire e_x pour le centre de masse.

Notes

Summary



XI - Application du solide indéformable XI-1. Chute d'une barre et pendule physique



pour $\theta \simeq 50^\circ$ $\vec{a}_x \cdot \vec{e}_x > g$!

12

Nous remarquons ici qu'elle est juste inférieure à quatre, juste inférieure à huit. Donc l'accélération du centre de masse est bien la moitié de l'accélération de l'extrémité projetée sur l'axe vertical. Mais ce qui est plus intéressant, c'est que si je reprends mon axe vertical avec ma barre, en tous points, l'accélération de la pesanteur et g projetés sur x , g scalaire e_x sera toujours égal à dix mètres seconde -2 . Je retrouve dix mètres seconde -2 sur mon dessin. C'est cette ligne. On voit donc que l'accélération verticale du centre de masse reste toujours inférieure à l'accélération de la pesanteur. Par contre, dès un angle d'à peu près 50 degrés, l'accélération de l'extrémité de la barre devient supérieure à l'accélération de la pesanteur.

Notes

Summary

21m 05s





Voilà, nous avons été capables d'analyser en détail le mouvement de cette barre. Le fait que l'extrémité de la barre tombe avec une accélération verticale supérieure à l'accélération de la pesanteur peut sembler surprenant, mais en fait, cela n'est possible que parce que la barre est d'une part fixée à un pivot, et de plus, c'est un solide rigide donc chaque partie de la barre participe à l'entraînement de la partie suivante, en exerçant des forces internes qui permettent cette accélération supérieure à l'accélération de la pesanteur.

Notes

Summary

22m 16s

