Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

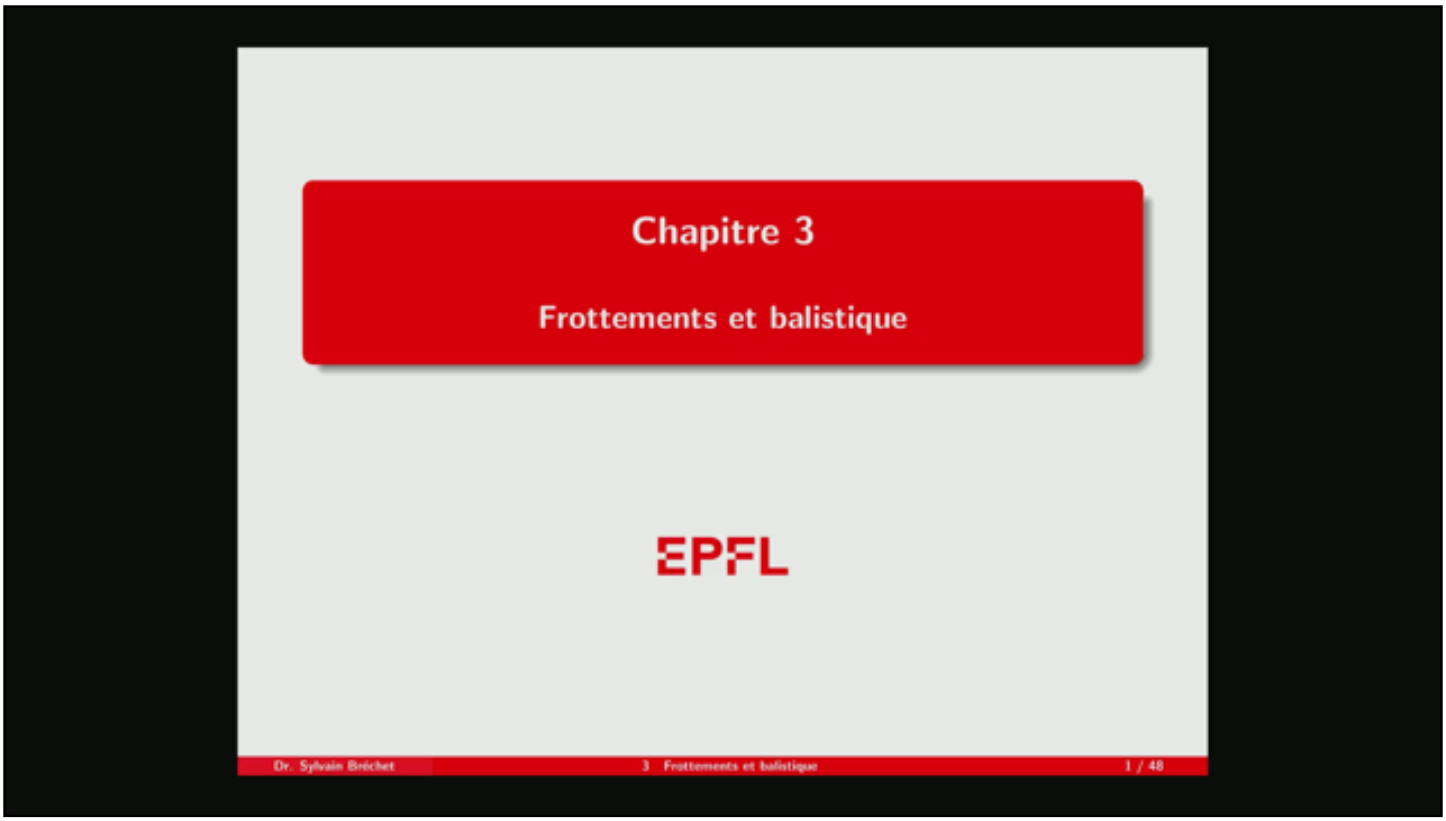
3 - Frottements et balistique

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Force de pesanteur. Régime d'hystatique. Coefficient de proportionnalité. Mouvement d'un objet. Force de frottement. Vitesse constante. Régime statique. Aide d'une force. Présence d'eau. Petite force. Régime cinétique. Force maximale. Bonne idée. Frottements. Force phénoménologique.

vers la recherche de séquences vidéo
(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)

vers la vidéo

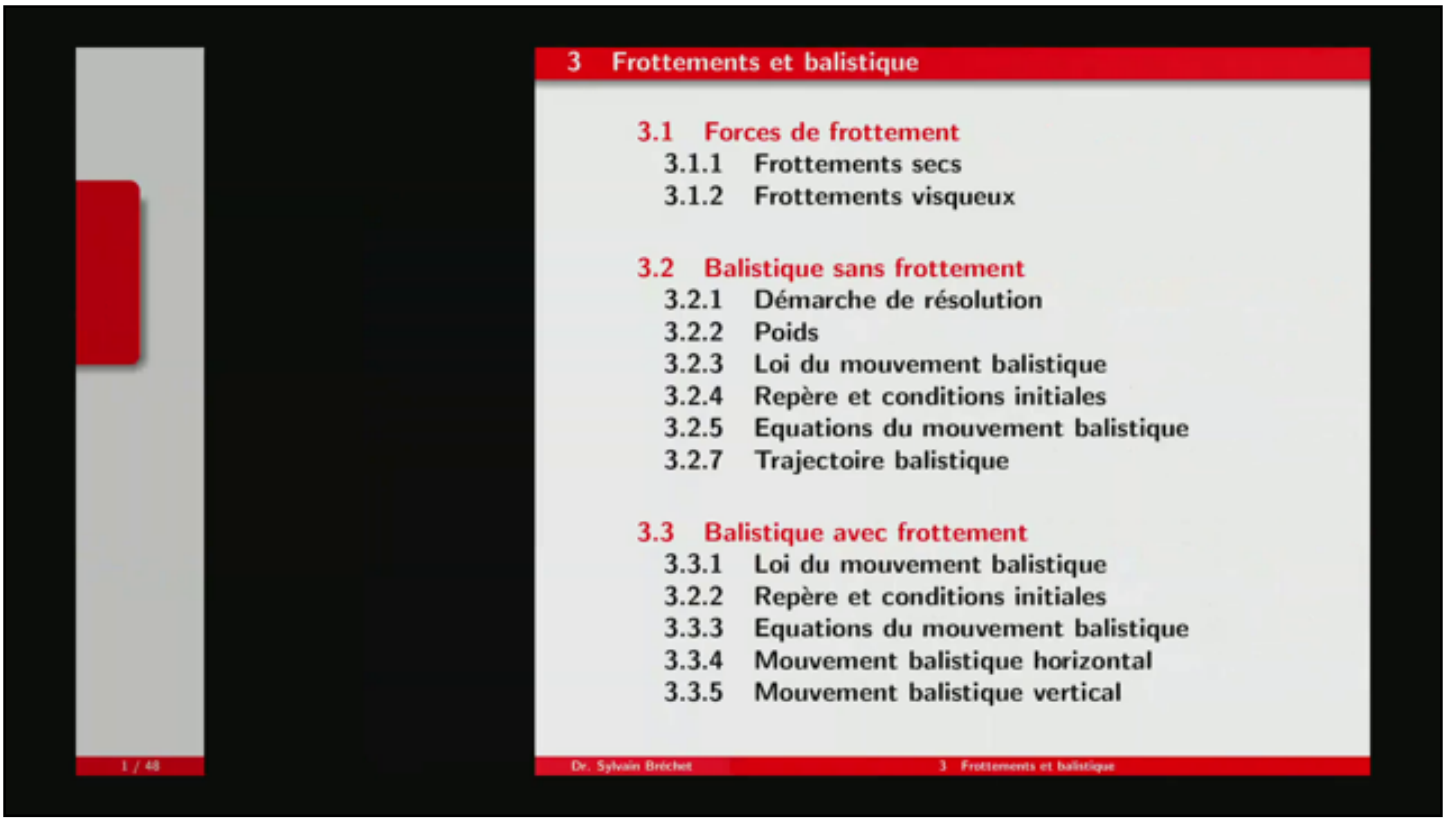


...

notes

résumé

0m 0s

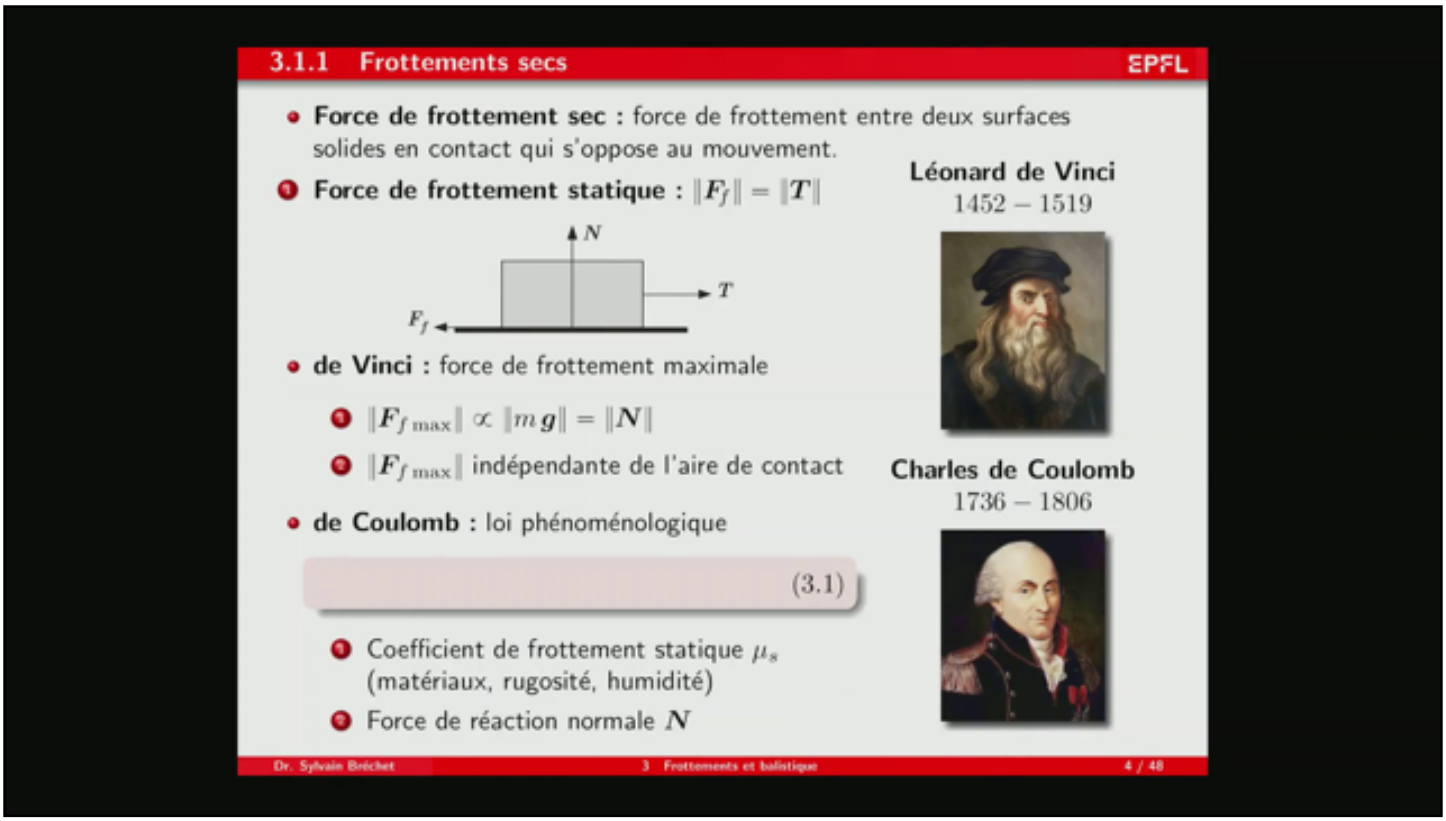


Ces sous-titres ont été générés automatiquement La semaine passée, on a introduit les deux premières lois de Newton, on a posé les bases de la dynamique du point matériel et aujourd'hui on va s'intéresser à un modèle particulier. Alors en fait on a déjà initié cet exercice la semaine passée en définissant le modèle du poids, un objet qui est soumis à la force de pesanteur exercée par la Terre elle-même. On va exploiter ce modèle et voir ce qui peut nous dire sur le mouvement d'un objet qui est d'abord sujet uniquement à son propre poids et ensuite on introduira les frottements. D'accord ? Alors pour pouvoir introduire les frottements, il faut déjà connaître ce que sont les frottements, donc on va introduire un autre modèle qui est le modèle phénoménologique des forces de frottements.

notes

résumé

0m 1s



Alors si vous voulez jusqu'au 17e siècle, jusqu'à Galilée en réalité, tout le monde pensait que le frottement faisait partie naturelle du mouvement d'un objet. Pourquoi ? Parce qu'il y a du frottement partout. Le génie de Galilée c'était de se rendre compte que non, le frottement est dû avec l'interaction qu'à l'objet, avec l'environnement. D'accord ? Et en fait, ça nous paraît évident aujourd'hui, ça n'était pas du tout à l'époque. Pour Aristote, le mouvement naturel d'un corps, c'est son mouvement dans l'air, soumis à une force de frottement. Alors que non, Galilée a dit que le mouvement naturel d'un corps, c'est un mouvement rectiline, uniforme, à vitesse constante, à quantité de mouvement constante, le principe d'inercie de Galilée ou la première loi de Newton. D'accord ? Et donc clairement, le frottement doit être décrit à l'aide d'une force, d'une force qui est tirée de l'expérience. On parle de force phénoménologique. D'accord ? Alors, il y a frottement lorsqu'il y a mouvement relatif entre deux corps, que ceci soit solide, liquide ou gazeux. D'accord ? Alors, si on veut étudier dans le détail ce qui se passe, il faut aller regarder à l'échelle microscopique, ça fait intervenir la mécanique quantique, ça peut être très très compliqué. D'accord ? Donc nous, on va le faire grossièrement, à l'échelle macroscopique, à l'aide de ce qu'on voit, de ce qu'on observe, on va dégager des lois, comme l'avait fait à l'époque, les premières personnes qui s'étaient intéressées au frottement, ok ? De manière sérieuse. Voilà, donc le frottement peut être un frottement solide, lorsqu'il y avait un mouvement relatif d'un solide par rapport à un autre, ça peut être un frottement visqueux, lorsqu'il y avait un mouvement relatif d'un solide dans un fluide que celui-ci soit un gaz ou un liquide. D'accord ? La branche de la mécanique qui étudie le frottement s'appelle la tribologie, ça n'a absolument rien à voir avec

notes

résumé

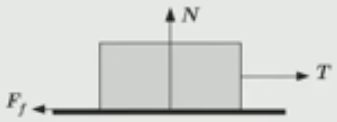
0m 58s

3.1.1 Frottements secs

EPFL

- **Force de frottement sec :** force de frottement entre deux surfaces solides en contact qui s'oppose au mouvement.

1. **Force de frottement statique :** $\|\boldsymbol{F}_f\| = \|\boldsymbol{T}\|$



- **de Vinci :** force de frottement maximale
  1. $\|\boldsymbol{F}_{f\,\max}\| \propto \|m\,\boldsymbol{g}\| = \|\boldsymbol{N}\|$
  2. $\|\boldsymbol{F}_{f\,\max}\|$ indépendante de l'aire de contact

Léonard de Vinci
$1452 - 1519$



- **de Coulomb :** loi phénoménologique

$$\tag{3.1}$$

  1. Coefficient de frottement statique μ_s (matériaux, rugosité, humidité)
  2. Force de réaction normale $\boldsymbol{N}$

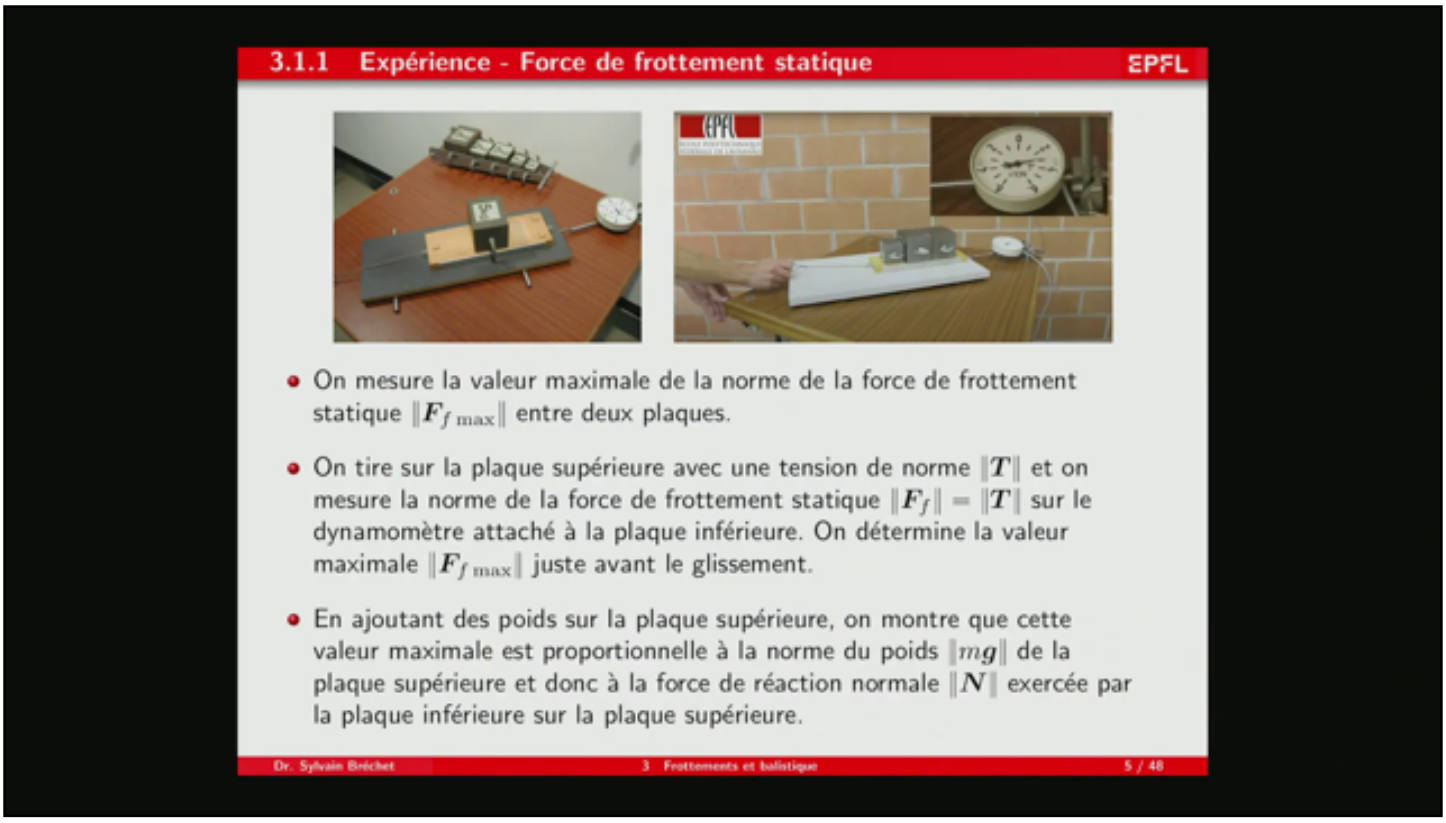
Charles de Coulomb
$1736 - 1806$



un jeu agraté de la loterie romande, d'accord ? Bon, ceci étant dit, on va maintenant établir des modèles pour les forces de frottement, ça va être en fait assez ludique, d'accord ? Je vous présenterai des expériences qui permettent d'illustrer un aspect ou un autre de ces forces de frottement.

notes

résumé

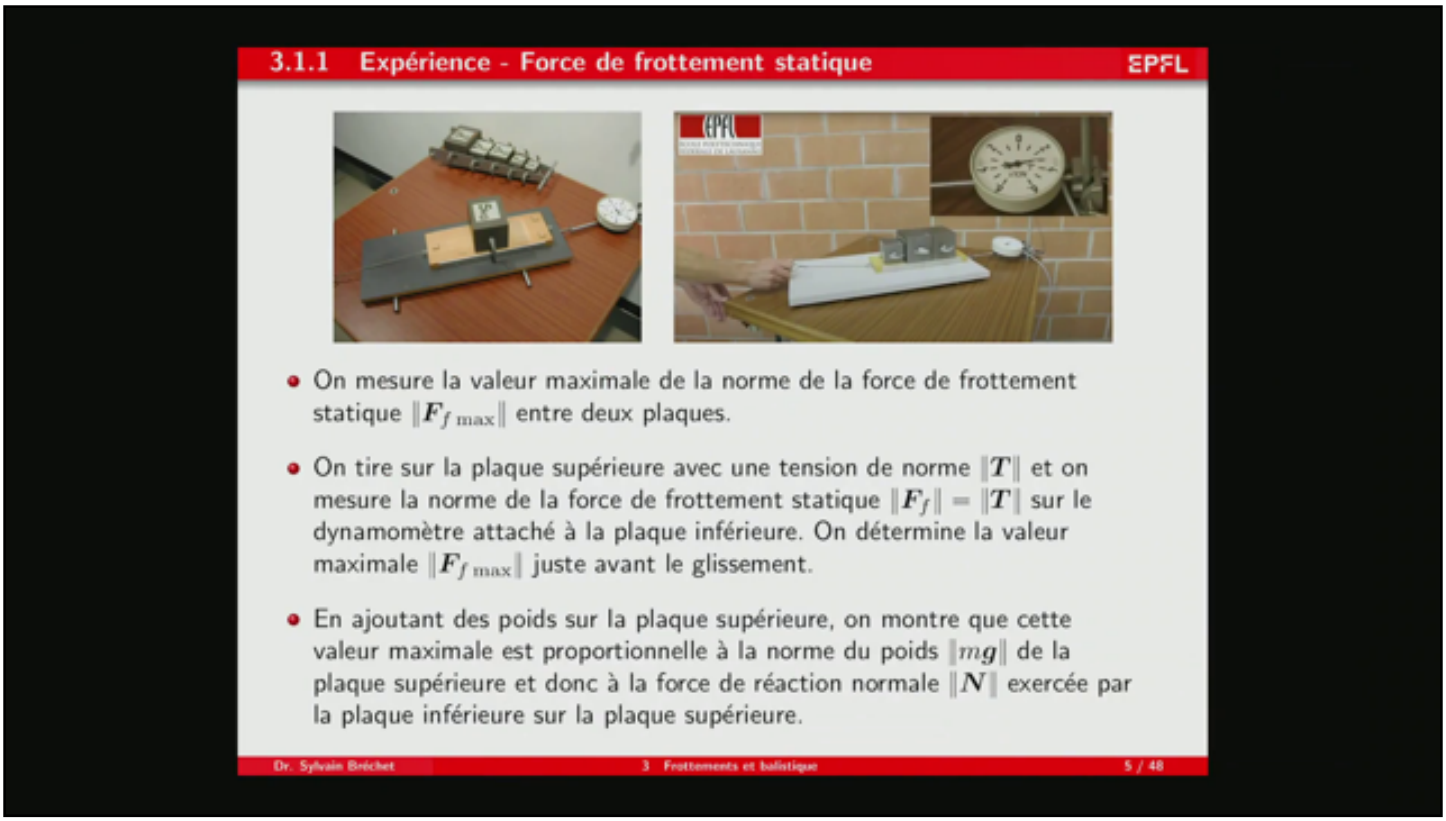


On va commencer par les forces de frottement secs, d'accord ? Donc les forces qui s'exercent par contact entre deux objets, ok ? La première personne qui s'est intéressée sérieusement au frottement pour des raisons évidentes, c'est Léonard de Vinci, pourquoi Léonard de Vinci ? Parce qu'il a construit des objets volants, ok ? Et il a été évidemment, disons, il a dû composer avec le frottement qui existait partout, donc il s'est intéressé à une modélisation de ce frottement. Bon, alors raisons-nous un peu comme lui. Imaginons qu'on ait un bloc qui repose sur une surface, voici le bloc, d'accord ? Alors, ce bloc, initialement, il est soumis à deux forces. Il y a son poids MG qui orientait verticalement vers le bas et il y a la force de réaction normale, d'accord ? Comme le bloc ne bouge pas, il n'y a pas de mouvement vertical, ces deux forces, le poids et la force de réaction normale, doivent nécessairement se compenser, sinon il y aura une accélération verticale, ok ? Alors, maintenant, ce bloc, on peut le mettre en mouvement, d'accord ? Avec une force de traction, soit on tire sur le bloc vers la droite, soit on le pousse à gauche vers la droite, donc on exerce, par exemple, une force de traction ici vers la droite. Alors, dans un premier temps, le bloc ne va pas bouger. Si la force de traction n'est pas suffisante, le bloc reste immobile. On est en régime d'hystatique. Alors, pour qu'il soit immobile, si on se rappelle bien de ce qu'on a discuté ensemble la semaine passée, d'accord ? Si il est immobile, c'est que son accélération est nul. Si son accélération est nul, ça veut dire que la somme des forces exercées sur ce bloc doit être nul. Et donc, si on exerce une force de traction vers la droite, automatiquement, il y a une force égale et opposée

notes

résumé

3m 12s

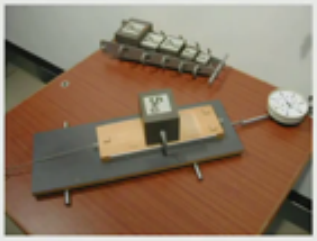


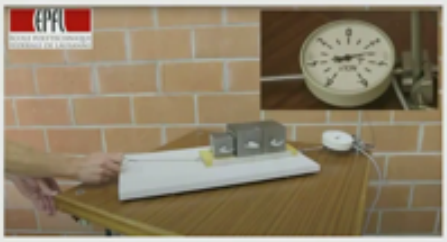
qui sera orientée vers la gauche. C'est quoi ? C'est justement la force de frottement sec qui est exercée par la surface sur laquelle repose le bloc sur le bloc. D'accord ? Elle est égale et opposée à la force de frottement. Donc, les normes des deux forces sont égales. D'accord ? Alors, ce qui va se passer intuitivement, on l'a tous compris. Si je prends par exemple cette bouteille d'avion, j'exerce une petite force ici sur la droite. Vous voyez, elle ne bouge pas. D'accord ? Pourtant, j'appuie sur la bouteille. Si elle est suffisante, la bouteille s'amène en mouvement. La question qui se pose donc, quelle est la force maximale qu'on va pouvoir exercer avant que l'objet s'amène en mouvement ? D'accord ? Ça, c'est la question que s'est posée Léonard de Vinci. Et il est arrivé à la conclusion suivante. La valeur maximale de la force de frottement sec en régime statique, donc, elle est proportionnelle à la masse de l'objet. Donc, en fait, proportionnelle au poids de l'objet. Ok ? Et puis, cette force, cette valeur maximale de la force de frottement, elle est indépendante de l'air de contact entre le bloc et la surface sur laquelle il repose. Ok ? Alors, dans la situation qu'on est en train de décrire ici avec un bloc qui repose horizontalement sur une surface, il est clair que la norme de la force de réaction normale est la même que celle du poids. D'accord ? Oui, mais la situation peut changer si on incline l'objet. Donc, imaginez que vous avez un bloc, vous inclinez le plan sur lequel se trouve le bloc, et intuitivement on a tous compris que, à partir d'un certain angle d'inclinaison, le bloc va se mettre à bouger. Pourquoi ? Parce que, dans le cas où le bloc repose sur une surface horizontale, le poids a une seule composante qui est orthogonal à la surface.

notes

résumé

3.1.1 Expérience - Force de frottement statique





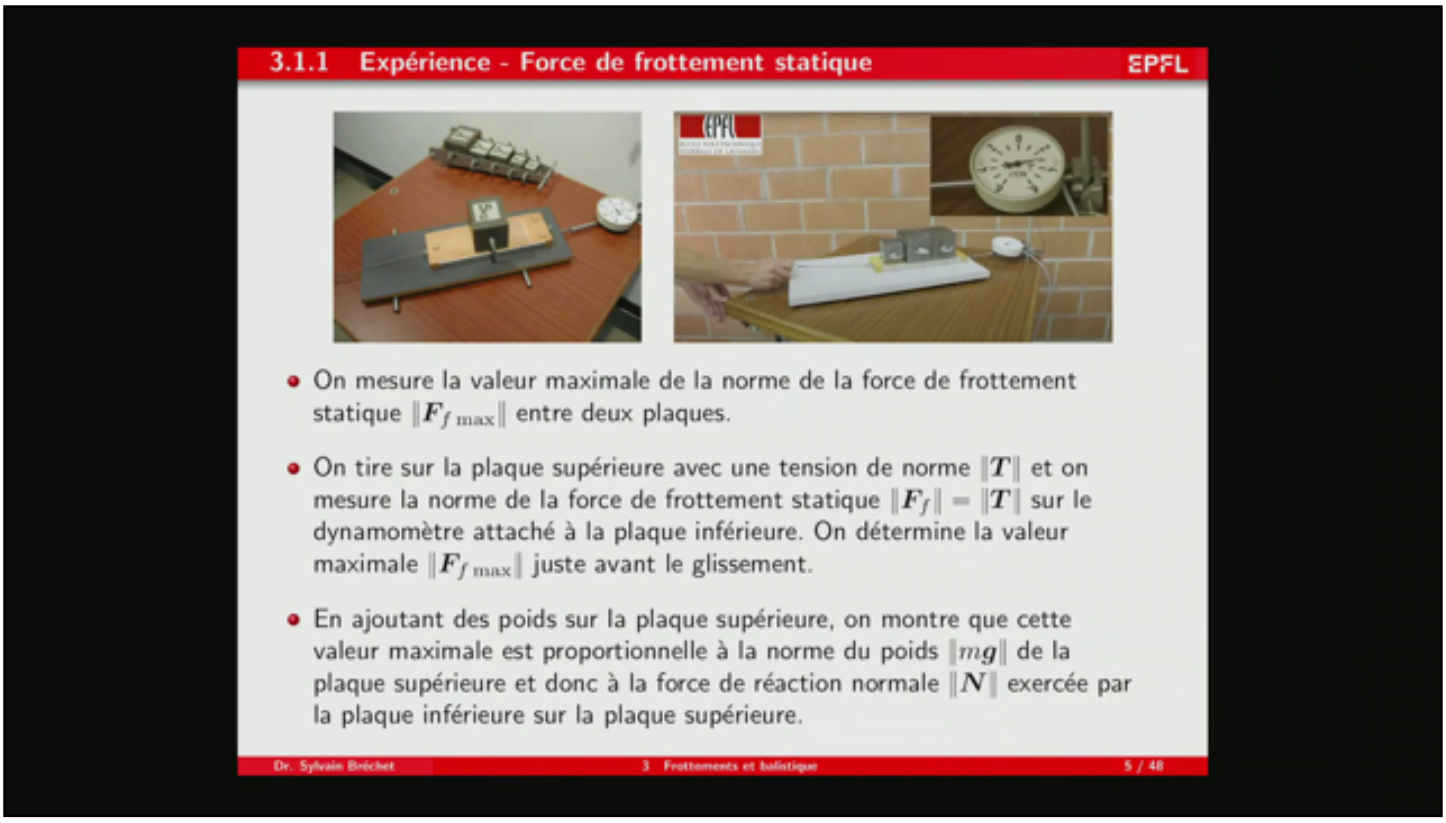
- On mesure la valeur maximale de la norme de la force de frottement statique $\|\boldsymbol{F}_{f\,\max}\|$ entre deux plaques.
- On tire sur la plaque supérieure avec une tension de norme $\|\boldsymbol{T}\|$ et on mesure la norme de la force de frottement statique $\|\boldsymbol{F}_f\| = \|\boldsymbol{T}\|$ sur le dynamomètre attaché à la plaque inférieure. On détermine la valeur maximale $\|\boldsymbol{F}_{f\,\max}\|$ juste avant le glissement.
- En ajoutant des poids sur la plaque supérieure, on montre que cette valeur maximale est proportionnelle à la norme du poids $\|m\boldsymbol{g}\|$ de la plaque supérieure et donc à la force de réaction normale $\|\boldsymbol{N}\|$ exercée par la plaque inférieure sur la plaque supérieure.

Dr. Sylvain Bréchet 3 Frottements et balistique 5 / 48

Si vous inclinez le plan, ce qui va se passer, c'est que vous allez avoir une composante du poids qui va être le long du plan incliné, qui va générer un mouvement accéléré. D'accord ? Donc, dans le cas général, c'est pas une bonne idée de considérer que la norme de la force de frottement en régime statique, si la norme maximale va être proportionnelle au poids, non, elle va être proportionnelle à autre chose. Si vous inclinez votre plan, la force de réaction normale est l'hortogonal au plan. D'accord ? Et donc, elle, par contre, ne va pas changer de norme si vous inclinez le plan. Par conséquent, la valeur maximale de la norme de la force de frottement statique n'est pas proportionnelle au poids. Ca, c'est un cas particulier où l'objet est disposé horizontalement sur le surface, d'accord ? Dans le cas général, et bien la valeur maximale de cette norme de la force de frottement statique sera proportionnelle à la norme de la force de réaction normale. D'accord ? Alors, la personne qui a compris ceci, c'est quelqu'un dont vous avez certainement déjà entendu parler, si vous avez fait un peu d'électricité au gymnase, au collège et au lycée, c'est Charles Augustin de Coulomb, célèbre pour une force qui porte son nom. D'accord ? La force exercée entre deux particules chargées. Bien, donc cette norme de la force de frottement statique, d'accord ? Et là, la forme suivante. Elle est plus petite ou égale à une valeur maximale, et cette valeur maximale, on sait qu'elle doit être nécessairement proportionnelle à la norme de la force de réaction normale. Alors, si elle est proportionnelle, c'est qu'il y a un coefficient de proportionnalité qui va se cacher devant. D'accord ? Ce coefficient, on l'appelle mu-s, d'accord ? C'est le coefficient de frottement statique. Alors, il rencontre de quoi ? Il rencontre de beaucoup de choses au niveau microscopique. Il

notes

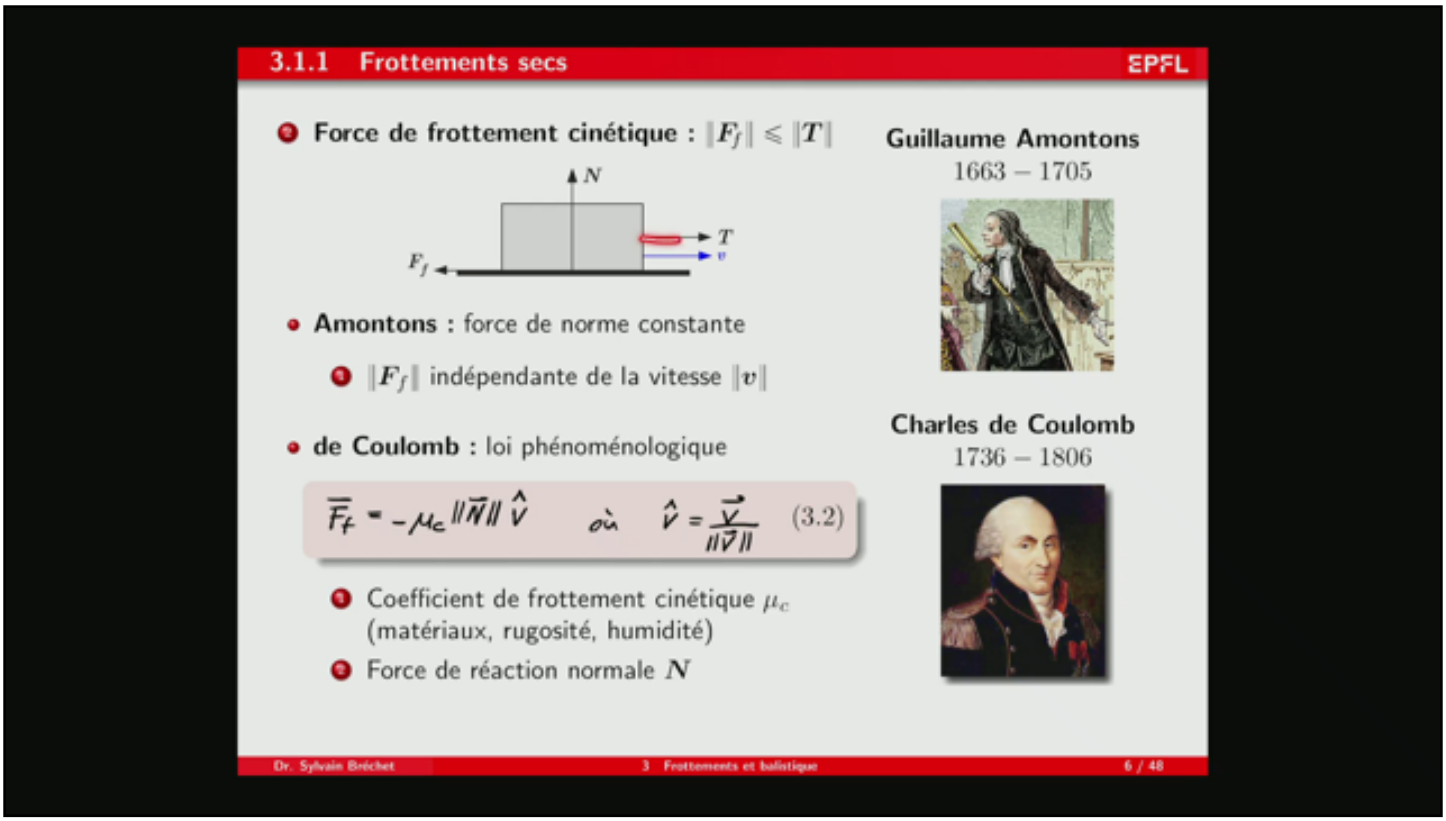
résumé



va rendre compte du type de matériau qu'on va utiliser. Si vous avez, par exemple, l'acier compte de l'acier, vous n'allez pas avoir le même résultat que si vous avez du bois compte du bois. Par exemple, d'accord ? Il va aussi dépendre de la rigosité. Pour ceux d'entre vous qui aiment travailler avec du bois, d'accord ? Si vous avez un bois qui est assez rugueux, vous n'allez pas avoir le même frottement que si vous avez un bois qui est lisse. Donc, si vous avez poncé votre morceau de bois avec du papier de verre 240, d'accord ? Le coefficient de frottement ne sera pas le même que si vous l'avez à l'état naturel, par exemple. D'accord ? Puis, ça va dépendre aussi de l'humidité. C'est quelque chose qui est assez intuitif. On sait très bien qu'il faut faire attention parce que les distances de freinage vont être modifiées lorsqu'on a une chaussée mouillée, d'accord ? Qui dit présence d'eau, veut dire que le frottement s'effectue un petit peu différemment. Ok ? Voilà. Donc, il y a plein de considérations comme ceci qui se cache derrière ce coefficient. Pour nous, au niveau phénoménologique, on considérera que dans la pratique, on fait des expériences concrètes avec deux substances qu'on fait frotter l'une contre l'autre et on détermine ainsi le coefficient de frottement. Lorsque j'ai terminé mes études, comme vous ici, à l'EPFL, j'ai travaillé pendant trois mois chez Rolex, l'H9, d'accord ? Et ce qu'on m'avait demandé de faire à l'époque, c'est simplement de faire des mesures des coefficients de frottement. J'avais, par exemple, empiriquement, du déterminer avec une grande précision le coefficient de frottement du platine contre de l'or. D'accord ? C'est que chez Rolex que vous faites ce genre de choses. Avec et sans lubrifiant, d'accord, pour simuler ce qui se passe à l'intérieur d'un bracelet, par exemple. D'accord ? Voilà.

notes

résumé

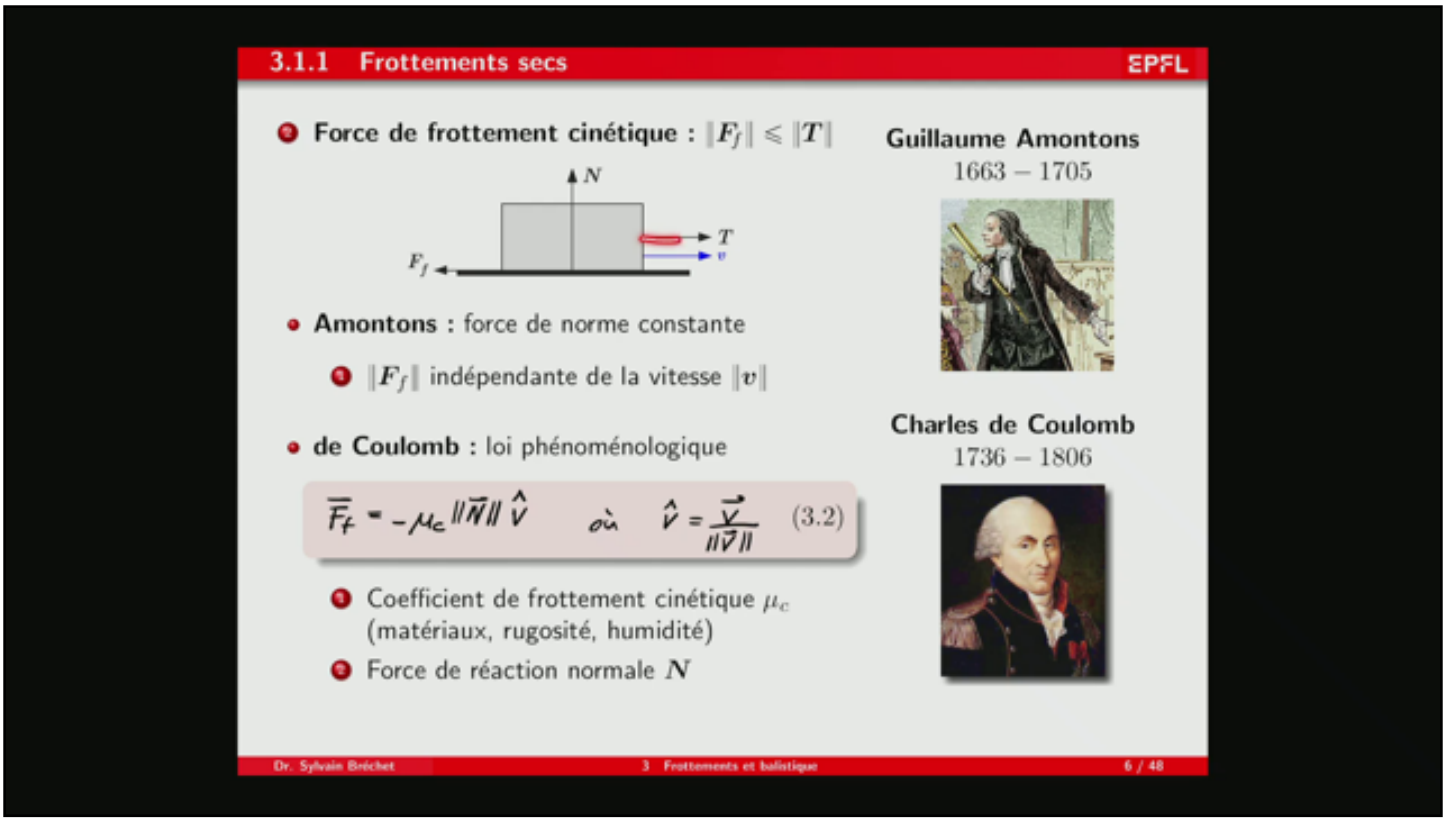


Alors, pour vérifier un petit peu ce qu'on vient de dire, on va faire une expérience qui est la suivante. On a ici un dynamomètre qui est en contact avec une plaque inférieure qui repose ici, sur deux petites poutres cylindriques, d'accord ? On a une deuxième plaque qui repose sur la première. Sur cette plaque, on va pouvoir mettre des masses. Et on va exercer une force sur la plaque supérieure, d'accord ? D'abord, on va être, quand la force est faible, on est en régime de frottement statique. Et tout d'un coup, si on augmente l'intensité de la force, d'accord ? Et bien, le bloc supérieur va se mettre en mouvement par rapport au bloc inférieur. Il va se déplacer vers la couche. Et donc, qu'est-ce qu'on va voir ? On va voir que la valeur indiquée par l'aiguille du dynamomètre atteint un maximum avant d'effectuer une transition brusque qu'on va expliquer dans quelques instants, d'accord ? Donc, faisons ensemble l'expérience qui est sur la caméra n°6. Voilà. Alors, ce que vous voyez, c'est l'aiguille du dynamomètre. Bon, vous avez compris l'idée. J'ai ici une masse de 2 kg. La plaque elle-même a une certaine masse, d'accord ? Si je tire dessus, vous allez voir que la valeur maximale qu'on va atteindre va être de l'ordre, donc c'est multiplié par 10. Donc, 2 correspond à 20 N. On va avoir une valeur qui est de l'ordre de 5 N. Petite peut-être un légèrement plus. Regardez bien, je tire dessus. Hop, et ça lâche. D'accord ? Ouais, 6, 7 N. OK ? Bon, faisons-moi dans l'exercice. Non pas avec 2, mais avec 4 kg. Hop. Donc là, on va avoir, je dis sensiblement, parce qu'il y a encore la masse de la plaque, on va tenir compte, on va avoir sensiblement le double avant que tout d'un coup, la plaque se mette en mouvement. D'accord ? Vous remarquez au

notes

résumé

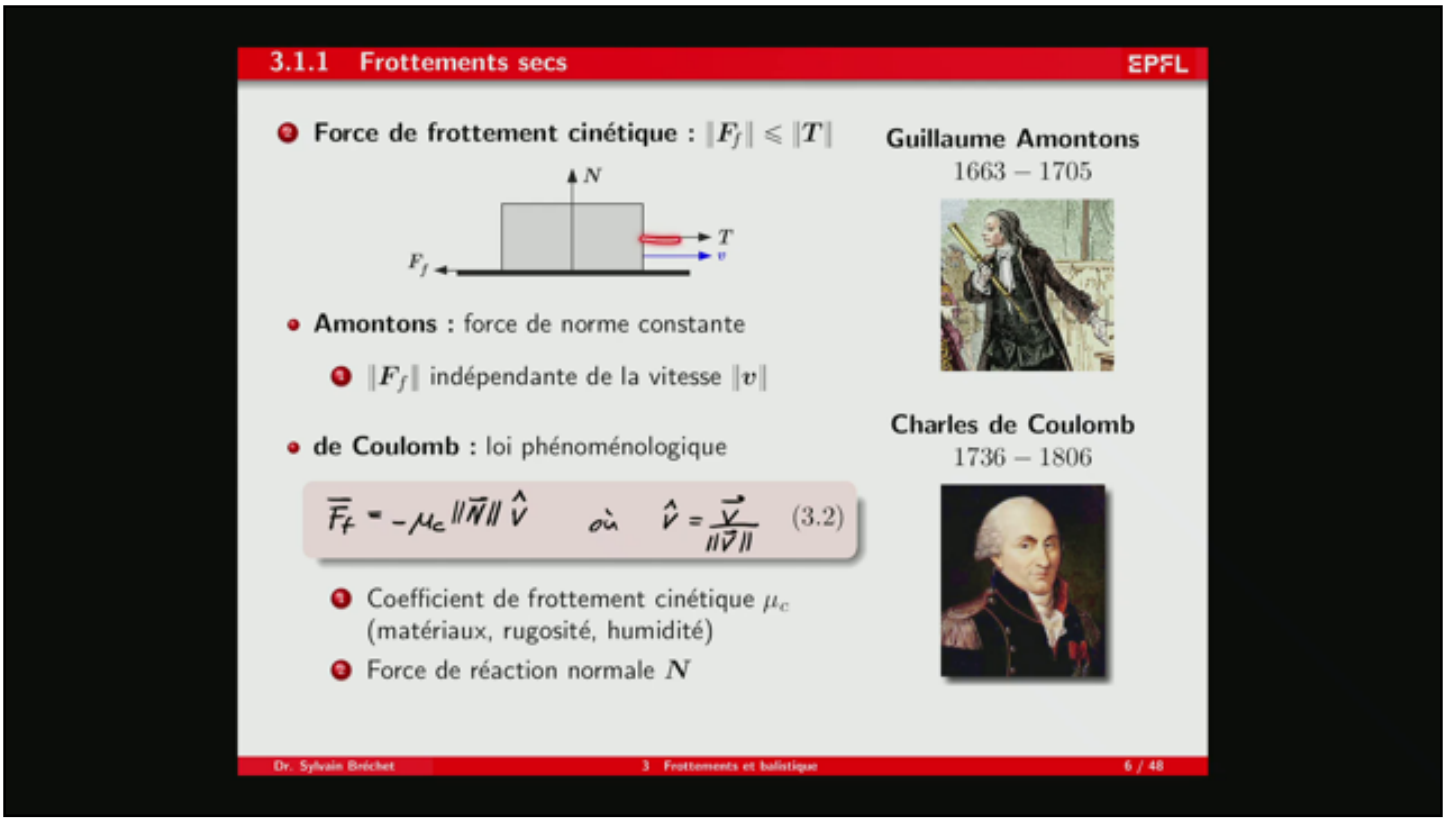
10m 30s



passage que quand la plaque se met en mouvement, on le voit clairement avec l'aiguille, il y a un accou. D'accord ? Il y a une diminution nette dans la valeur de la force de frottement, et ça, on va l'expliquer dans quelques instants. D'accord ? Donc on voit qu'à l'horizontale, l'idée initiale de Léonard de Vinci était bonne. On pourrait vérifier que si on incline le plan, eh bien c'est effectivement la norme de la force de réaction normale qui intervient et non pas le poids. On ne va pas le faire ensemble, mais croyez-moi sur parole et si jamais on peut faire un petit dessin géométrique pour expliquer ceci, comme je l'ai fait en bon tout à l'heure. Voilà. Ça, c'est pour le frottement sec en régime statique. Alors, comment est-ce qu'il se passe en régime cinétique ? En régime cinétique aussi parfois appelé le régime dynamique, il y a un mouvement relatif entre les deux objets. Ce qui veut dire que la norme de la force de traction va être supérieure à la norme de la force de frottement, d'accord ? Et c'est cette différence qui va permettre de mettre en mouvement l'objet. Alors ce que le physicien français Guillaume Amonton a montré, c'est qu'au moment où l'objet supérieur, par exemple, sur lequel on exerce une force, se met en mouvement, d'accord ? À ce moment-là, l'intensité, la norme de la force de frottement, ne va pas dépendre de la vitesse. Même si la vitesse augmente, la valeur lue sur le dynamomètre sera la même. Donc si vous continuez à tirer sur l'objet avec une force plus grande, lorsqu'il est en mouvement, il continue à se déplacer à vitesse constante. D'accord ? Alors, Charles Augustin de Coulomb a aussi modélisé le cas cinétique et il s'est inspiré des observations de Newton et de Galilé. Qu'est-ce que je veux dire par là ? Ca chaude suivante. Rappelez-vous la

notes

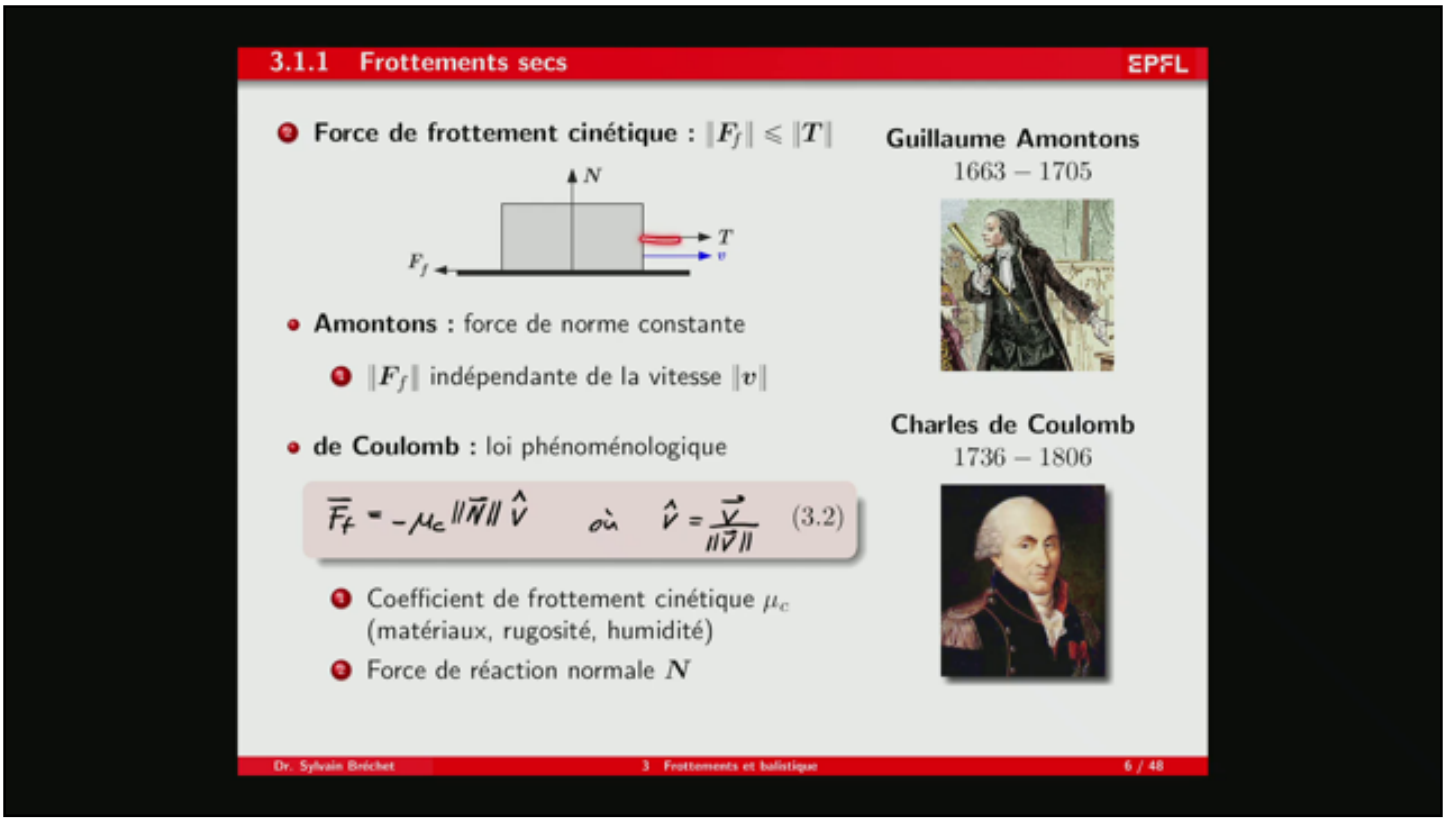
résumé



semaine passée. On a dit que, qualitativement, l'état de mouvement rectil uniforme, l'état de mouvement naturel, n'est pas différent de l'état de repos. L'état de repos, c'est un état de mouvement pour lequel la vitesse est nulle. D'accord ? Donc, concrètement, pour cette force de frottement, en régime statique ou en régime cinétique ou dynamique, elle doit avoir le même type de structure mathématique. D'accord ? C'est-à-dire que la force de frottement en régime cinétique doit aussi être proportionnelle à la norme de la force de réaction normale. D'accord ? Donc écrivons ceci. Notre force de frottement FF va être proportionnelle à la norme de la force de réaction normale. Il y aura un coefficient de proportionnalité. Alors, il est différent du cas statique. D'accord ? Donc, on va l'appeler le coefficient de frottement cinétique, parfois aussi le coefficient de frottement dynamique. D'accord ? Qu'est-ce qu'on sait sur l'orientation de la force de frottement ? C'est un vecteur. Elle est orientée dans le sens qui est opposé au mouvement. D'accord ? Comment est-ce qu'on peut en rendre compte ? Eh bien, qu'est-ce qu'on a comme vecteur qui est toujours orienté dans le sens du mouvement ? Il apparaît d'ailleurs sur l'image. C'est le vecteur vitesse. Très bien. Le problème du vecteur vitesse, c'est qu'il a une dimension. D'accord ? Puis il a une longueur. Est-ce qu'on pourrait créer un vecteur qui a une longueur unité et qui a aucune dimension au partant du vecteur vitesse ? Qu'est-ce qu'il faudrait faire ? Oui ? Le vecteur unité est sur sa main. Exactement. Donc, ce vecteur que vous venez dénoncer, c'est le vecteur unitaire orienté dans le sens du mouvement. On va l'appeler V chapeau. Les vecteurs unitaires, on leur met un chapeau. C'est le vecteur vitesse V divisé par sa norme. Pourquoi ? Si on divise un vecteur par sa norme, il a forcément une longueur unité. Et comme la norme

notes

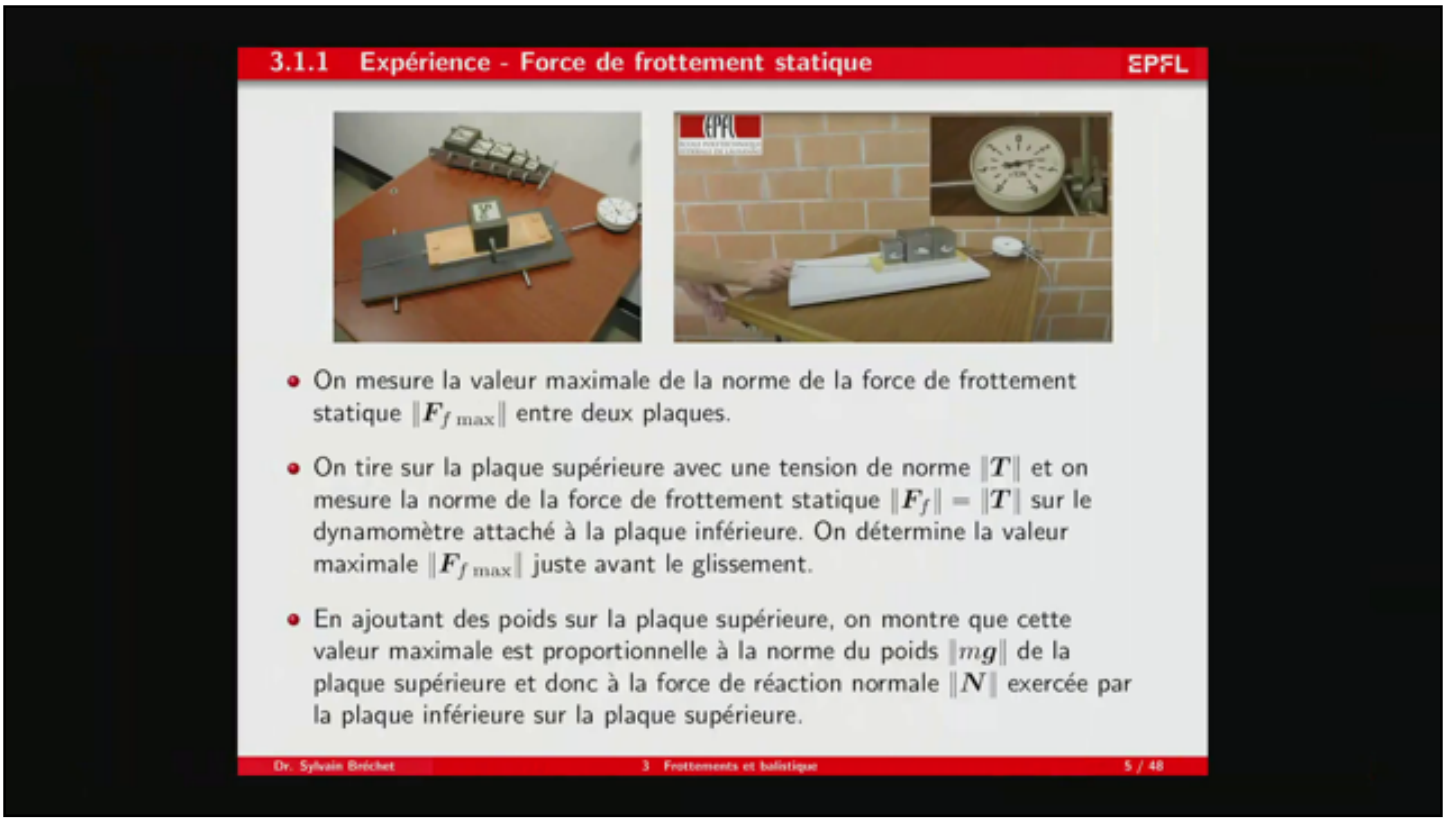
résumé



a une dimension qui est la même que celle du vecteur, la dimension du vecteur ainsi obtenue est nulle. Il n'y a pas d'unité physique associée à ce vecteur. Donc, on va introduire notre vecteur V chapeau. Et attention, comme la force est opposée au mouvement, ceci se traduit par la présence d'un signe négatif qu'on vient placer devant l'ensemble. On a ainsi une force de frottement opposée au mouvement. D'accord ? Pour les mêmes raisons que tout à l'heure, le coefficient de frottement cinétique va dépendre des matériaux de la rigosité, de l'humidité, etc. Sa valeur empirique est différente de la valeur qu'à le coefficient de frottement statique. Elle est quasiment toujours inférieure à la valeur du coefficient de frottement statique. Je vais vous donner quelques exemples dans un instant. On va discuter ce que ceci peut signifier. Oui ? Quand vous avez vu le moment pour la force de frottement... Très bonne question. ... Alors, j'y viens. Pour la force de frottement en régime cinétique,

notes

résumé

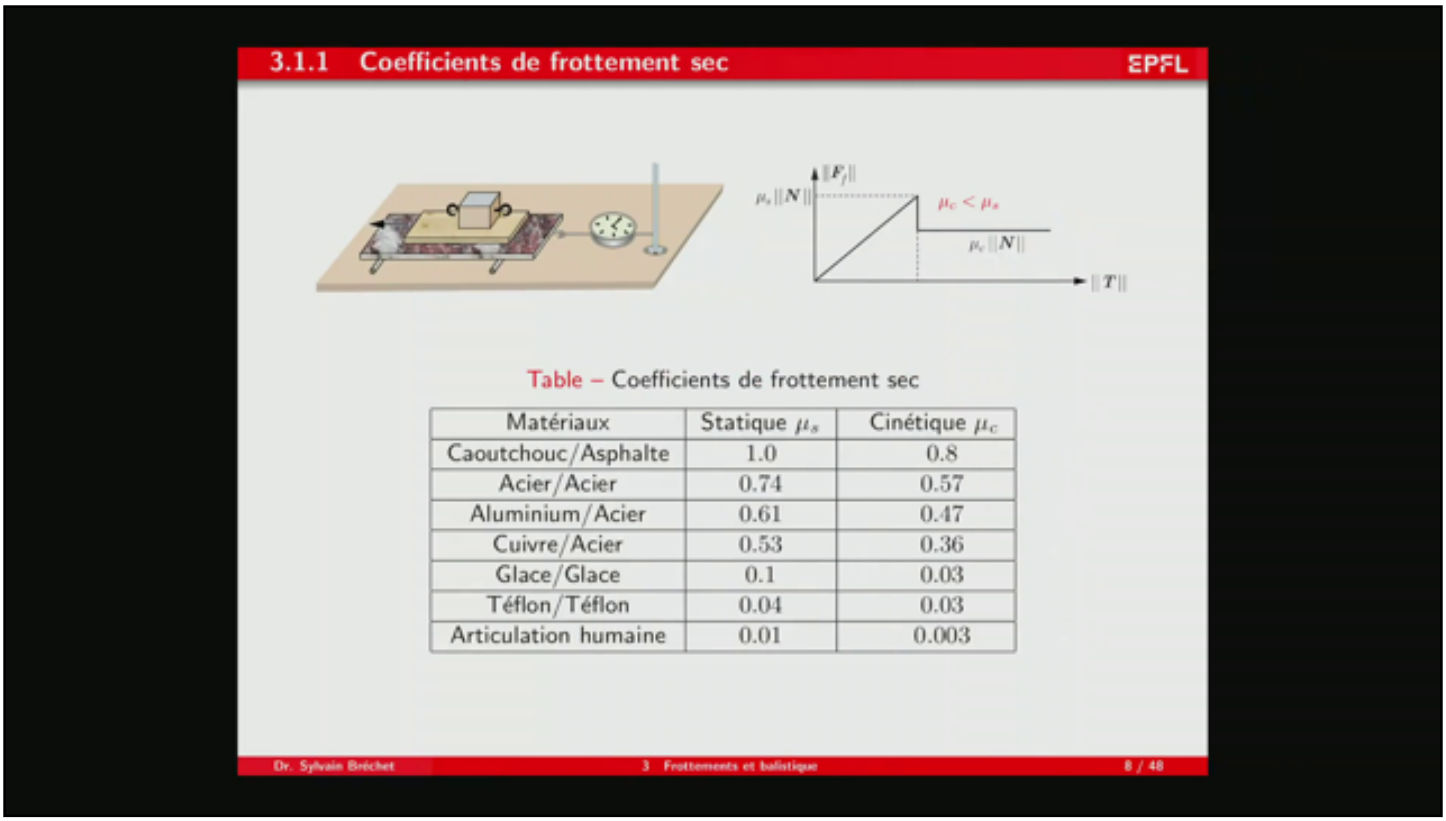


on a la force de traction qui est exercée vers la droite. Donc, on met l'objet en mouvement vers la droite. La force va s'opposer à ce mouvement relatif. La vitesse est orientée vers la droite et donc la force doit être orientée vers la gauche. Le vecteur vitesse unitaire est orienté vers la droite. Il faudra donc mettre un signe moins. Compte tenu du fait que musée et la norme de haine sont toujours positifs. C'est pour le frottement en régime cinétique.

notes

résumé

17m 1s



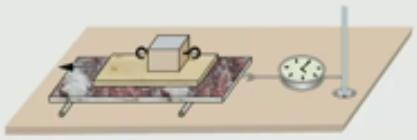
En régime statique, c'était pas un vecteur. C'était la norme du vecteur qu'on avait introduite. Là, on est en train de parler de ce qu'elle est. Les trois nombres qui apparaissent ici sont tous positifs. D'accord ? Voilà. Alors... Il y a une chose qui est intéressante qu'on a déjà vu avant avec l'expérience qu'on a faite, qu'on va refaire maintenant. C'est que lors de la transition du régime statique vers le régime cinétique, on voit un accou qui apparaît. Je vous le remontre rapidement. Je vais même prendre une masse encore plus grande. Hop ! On va prendre 10 kilos. D'accord ? D'accord ? Quand je tire dessus, vous voyez ? Vous voyez l'aiguille descendre ? Il y a une transition. Ce qui veut dire qu'au moment où on passe du régime statique au régime cinétique, il y a une discontinuité qui apparaît dans la fonction qui nous donne la norme de la force de frottement. D'accord ? Alors, ça, c'est quelque chose que vous connaissez tous. Prenons l'exemple de ceux d'entre vous qui... qui vivaient dans une chambre d'étudiants à Lausanne, ce qui représente une grande fraction d'entre vous. D'accord ? Lorsque vous avez déménagé, si vous avez apporté des mobles, d'accord ? Si vous avez apporté votre bibliothèque, lorsque vous la mettez en place, qui a déjà des livres dans la bibliothèque, il faut bien pousser pour que la bibliothèque se mette en mouvement. Supposons que ça soit sur un sol en carlage, par exemple. D'accord ? Alors, d'abord, vous exercez une certaine force, puis la bibliothèque résiste, c'est pas si rien, vous êtes en régime statique. Tout d'un coup, la bibliothèque, le moble, que sais-je, se met en mouvement. D'accord ? Et au moment où il se met en mouvement, il y a un accou. D'accord ? Cet accou que vous ressentez en poussant sur le moble, c'est justement cette transition entre le régime de frottement

notes

résumé

17m 25s

3.1.1 Coefficients de frottement sec



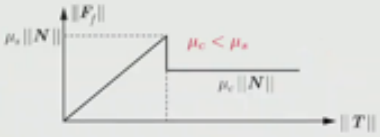


Table – Coefficients de frottement sec

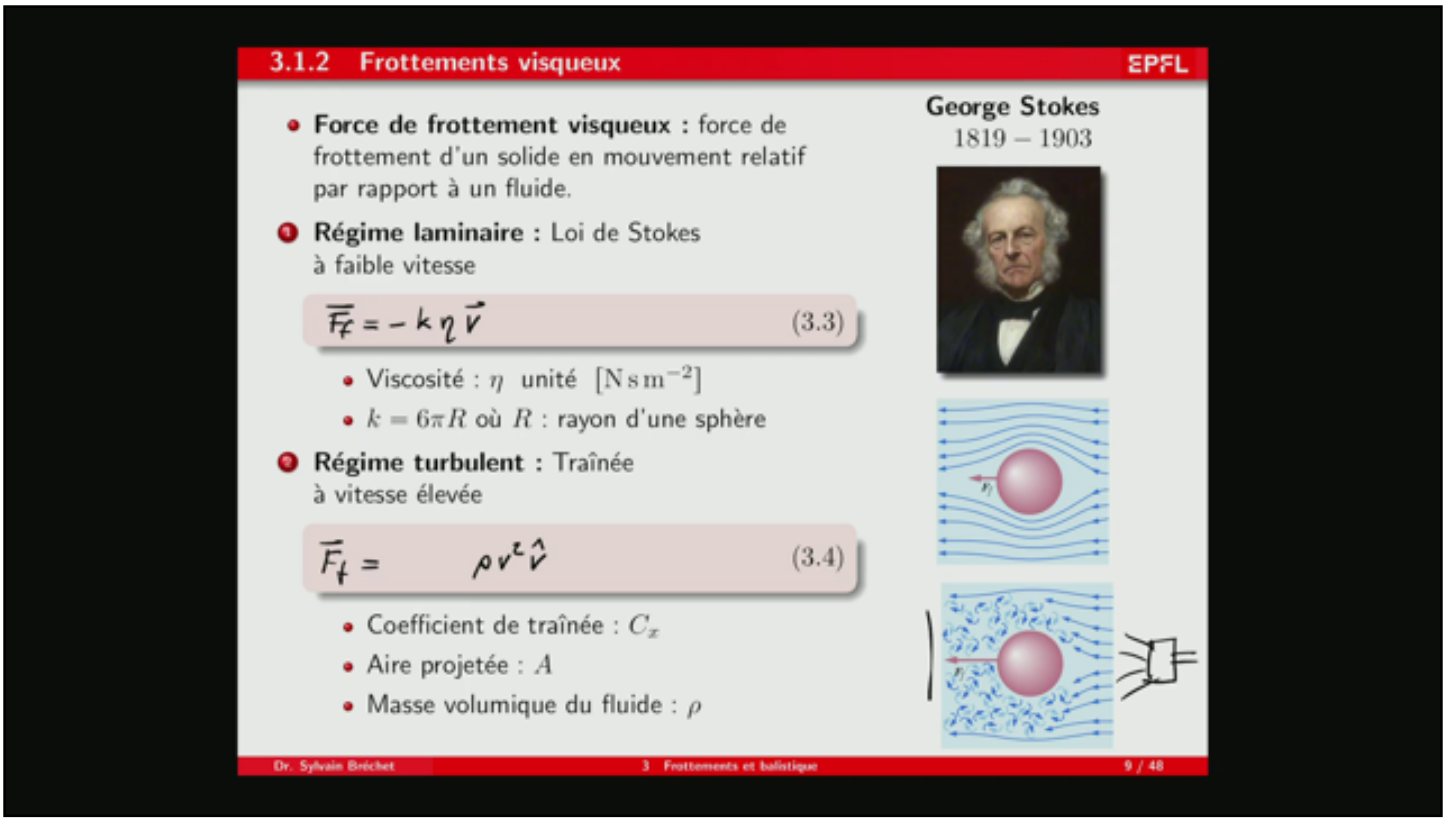
Matériaux	Statique μ_s	Cinétique μ_c
Caoutchouc/Asphalte	1.0	0.8
Acier/Acier	0.74	0.57
Aluminium/Acier	0.61	0.47
Cuivre/Acier	0.53	0.36
Glace/Glace	0.1	0.03
Téflon/Téflon	0.04	0.03
Articulation humaine	0.01	0.003

Dr. Sylvain Bréchet — 3 Frottements et balistique — 8 / 48

statique et le régime de frottement cinétique. D'accord ?

notes

résumé

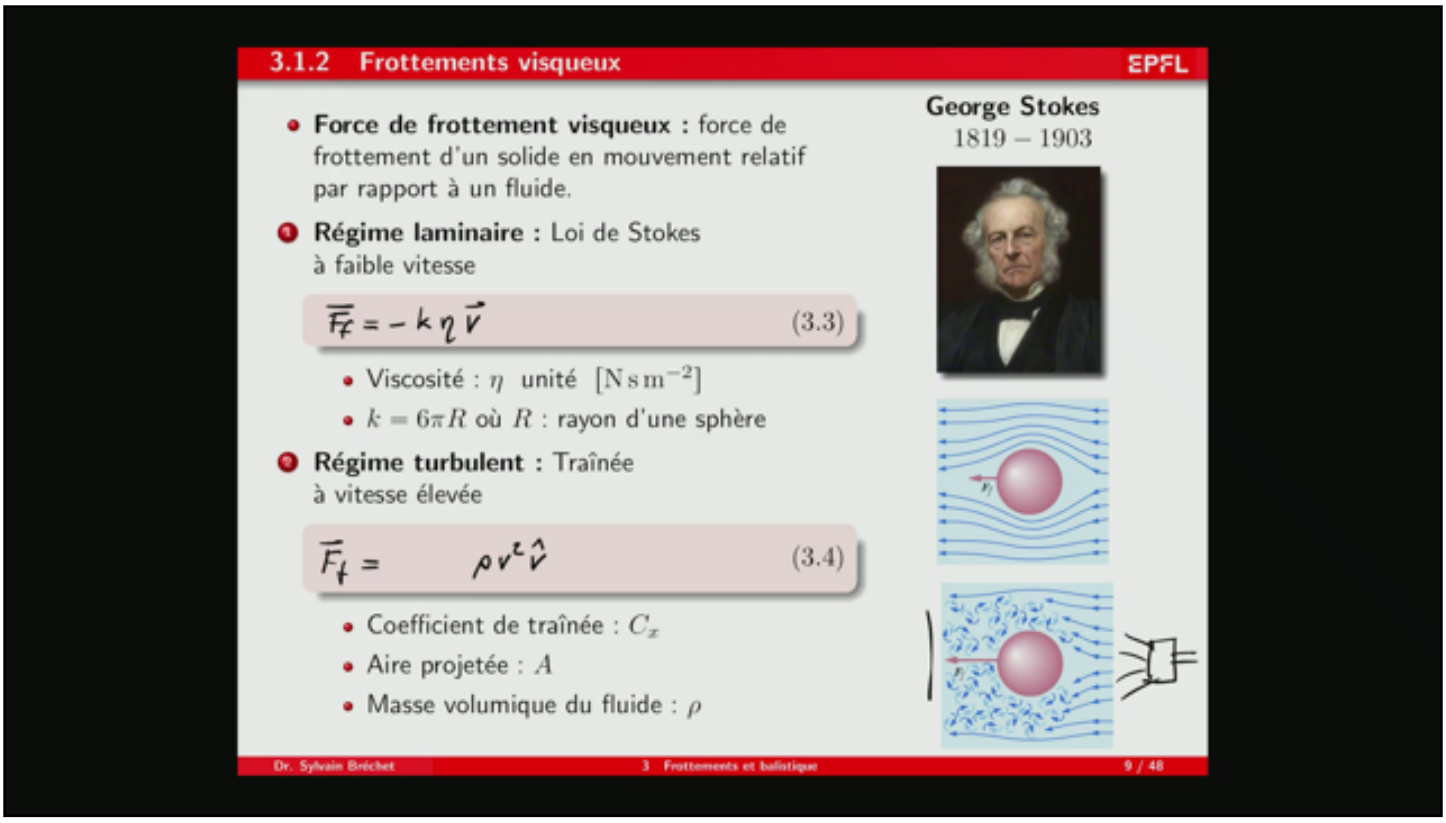


Concrètement, ça donne quoi ? Eh bien, si on représente la norme de la force de frottement, sèche, en termes de la norme de la force de traction qui est appliquée, lorsqu'on est en régime statique, elles doivent être égales, autrement l'objet serait en mouvement. D'accord ? Donc, voyez que lorsque la norme de la force de traction est suffisamment faible, l'objet ne bouge pas. Et si on mesure avec le dynamomètre la norme de la force de frottement, d'accord, on va avoir une valeur qui est absolument égale. Donc on a une droite de pantin. D'accord ? Ceci, jusqu'à ce qu'on atteigne, la valeur maximale que peut prendre le frottement avant qu'on soit en régime de frottement cinétique avant, que l'objet se met en mouvement, que le bloc se met en mouvement. D'accord ? Donc cette valeur maximale, c'est muS fois la norme de N. Oui, mais quand on est en régime cinétique, c'est plus muS fois la norme de N, c'est muC fois la norme de N. Et muC est inférieur à muS. D'où la transition brutale, d'accord, qui se fait ici. Cette discontinuité est due au fait que ces coefficients sont différentes. Et ce changement est brusque. D'accord ? Ensuite, si on augmente l'intensité de la force de traction, eh bien la vitesse, la force de frottement, elle ne va pas changer. D'accord ? Elle est en dépendant de la vitesse. Là, on va avoir une force de frottement en régime cinétique qui va rester constante si on augmente la valeur de la force de traction avec laquelle on essaye de faire bouger le bloc supérieur par rapport au bloc inférieur. Alors, j'aimerais vous donner quelques valeurs de coefficients de frottement. Il ne faut surtout pas les apprendre par cœur. Ce n'est rien. C'est juste des exemples. Rien de plus. D'accord ? Si vous roulez en voiture, ce que vous voulez éviter à tout prix, c'est que

notes

résumé

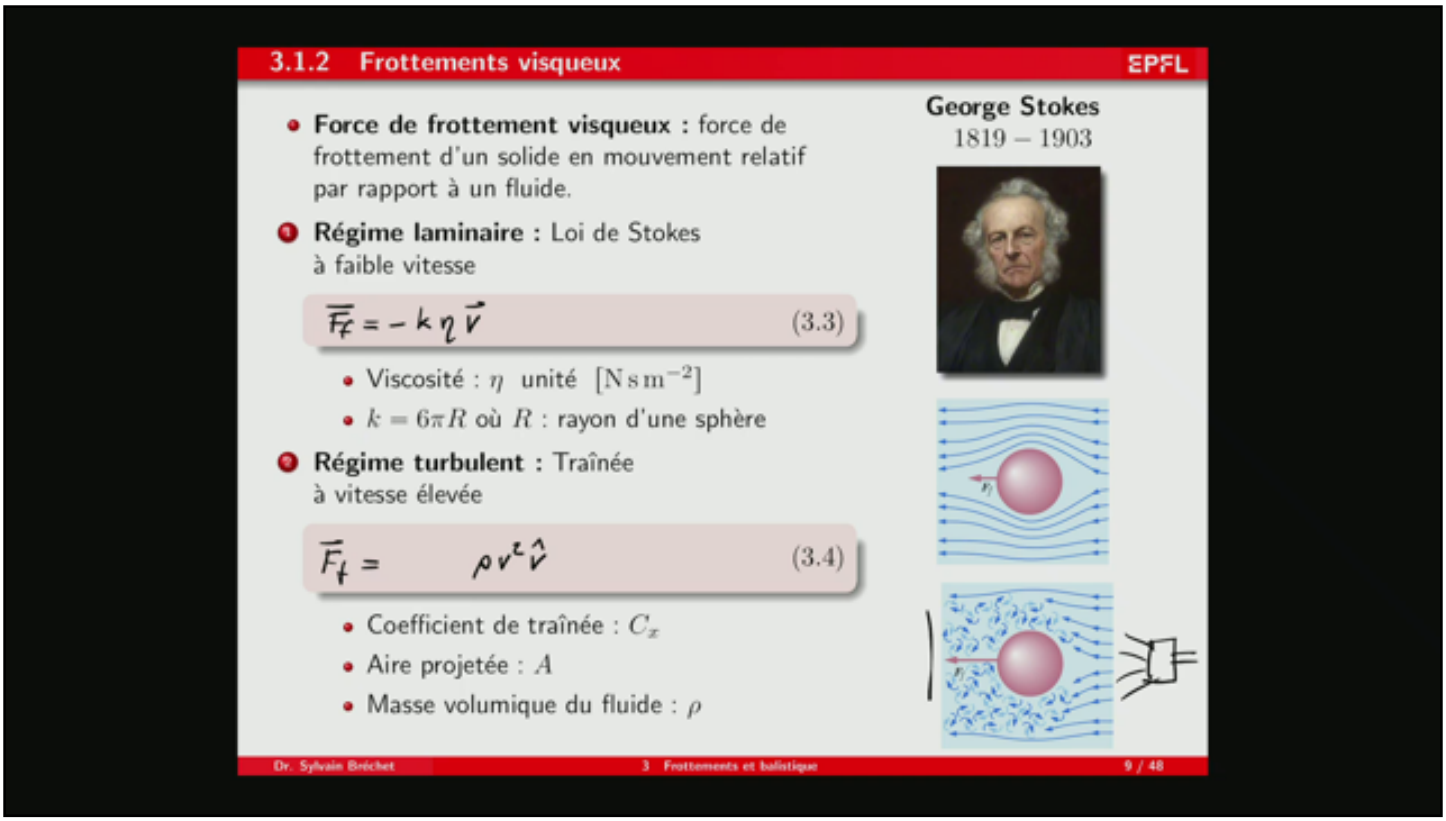
19m 18s



vos roues se mettent à patiner sur le sol. Il faut qu'elles roulent sur le sol sans qu'il y ait de mouvement relatif. D'accord ? Il faut qu'il y ait un mouvement de rotation. On ne veut pas qu'il y ait un mouvement de déplacement du point de contact de la roue sur le sol. Ok ? Donc le coefficient de frottement qu'on a entre le caoutchouc et l'asphalte, c'est parmi ce qu'on fait de mieux. C'est un coefficient de frottement statique qui vaut à peu près un. En régime cinétique, il est un peu inférieur, il est 20 % inférieur. On n'aimerait pas être en régime cinétique justement. D'accord ? Si on prend le couple assié à cier, vous voyez que le coefficient de frottement statique, il vaut les trois quarts du précédent, est le coefficient de frottement scientifique, il est là aussi légèrement inférieur au coefficient de frottement statique. Alors avant de continuer, j'aimerais vous poser une question. Si vous avez bien suivi tout ce qui a été dit jusqu'à maintenant, à votre avis, quelle est la force de frottement la plus grande pour deux véhicules qui se déplacent à l'horizontale, une limousine qui se déplace le long d'une route ? D'accord ? Et un train d'ECFF qui se déplace le long des voies ferrées à l'horizontale. D'accord ? Regardez, le coefficient de frottement statique de l'assier sur l'assier est inférieur au coefficient de frottement du caoutchouc sur l'asphalte. Alors qui est-ce qui croit que la force de frottement exercée par les rails sur le train d'ECFF sera plus grande que celle exercée par la route sur les pneus d'avauture ? Levez la main. Qui pense que c'est le contraire ? Levez la main. Alors c'est les premiers qui avaient raison. Pourquoi ? Parce qu'il y a deux aspects qui interviennent. Le coefficient de frottement, il joue un rôle, évidemment. Il arrive comme facteur. Mais il ne faut

notes

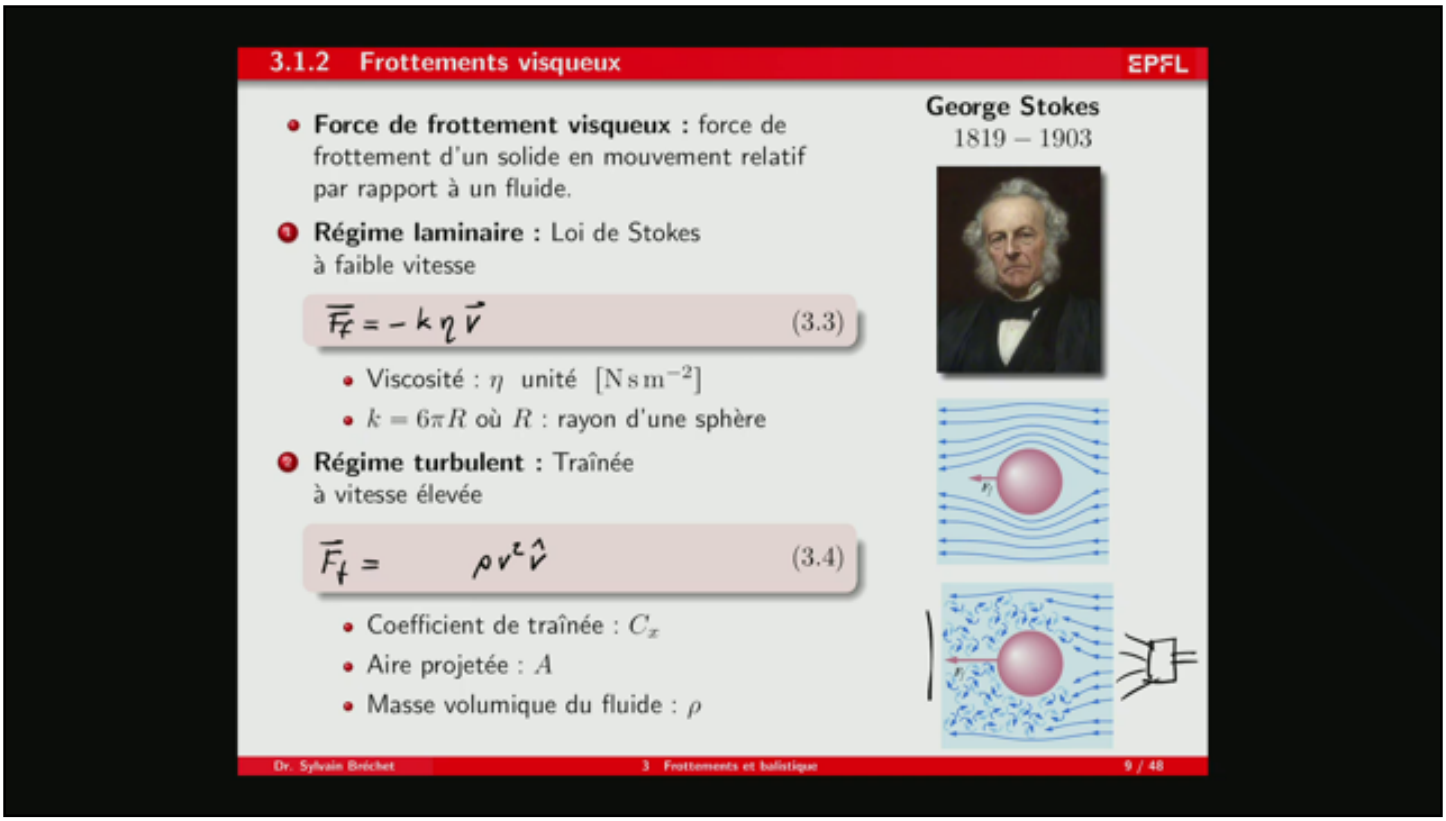
résumé



pas oublier que le coefficient de frottement dans l'expression de la force de frottement est multiplié par la force de réaction normale et le poids d'un train d'ECFF est quelque sorte de grandeur supérieur au poids d'une voiture. Donc la force de frottement est gigantesque pour un train d'ECFF. Oui ? Le poids qu'on s'est fait, est-ce qu'on note avec un vecteur ? La force, on la note avec un vecteur, tout à fait. Mais là, on est en train de parler de la norme. D'accord ? C'est une discussion sur la norme. Mais bien sûr, la force de frottement est une force, une force est un vecteur. OK ? Voilà. Donc c'est important quand vous écrivez à la main et à l'examen, d'ailleurs, de mettre toujours les flèches sur les vecteurs. C'est essentiel. Bon, pardon ? Je m'excuse, je vous ai mal compris. La main, comment le vecteur ? Alors, le vecteur se note avec une petite flèche dessus. Alors, le chapeau, c'est uniquement pour un vecteur unitaire. Un vecteur de norme 1. Donc, les vecteurs unitaires seront, par exemple, les vecteurs de base d'un repère, x chapeau, y chapeau, z chapeau, etc. OK ? Et puis, le vecteur unitaire qu'on vient de voir pour la vitesse. Mais des vecteurs traditionnels normaux avec des dimensions, se notent avec des flèches. En fait, ce qu'on devrait faire, c'est mettre une flèche et un chapeau. Mais c'est un peu lourd en termes graphiques. Donc si on met juste le chapeau, on pré-suppose que c'est déjà un vecteur. D'accord ? Oui ? Je vois que... Donc clairement, si un frottement statique est en train d'exercer une force sur cette bouteille par exemple, ou que j'exerce la force sur la bouteille, je sais que la force de frottement sera exercée dans le sens opposé avec la même direction. C'est juste ça. Voilà, mais c'est une bonne question. Merci de l'avoir posée. Voilà, avant

notes

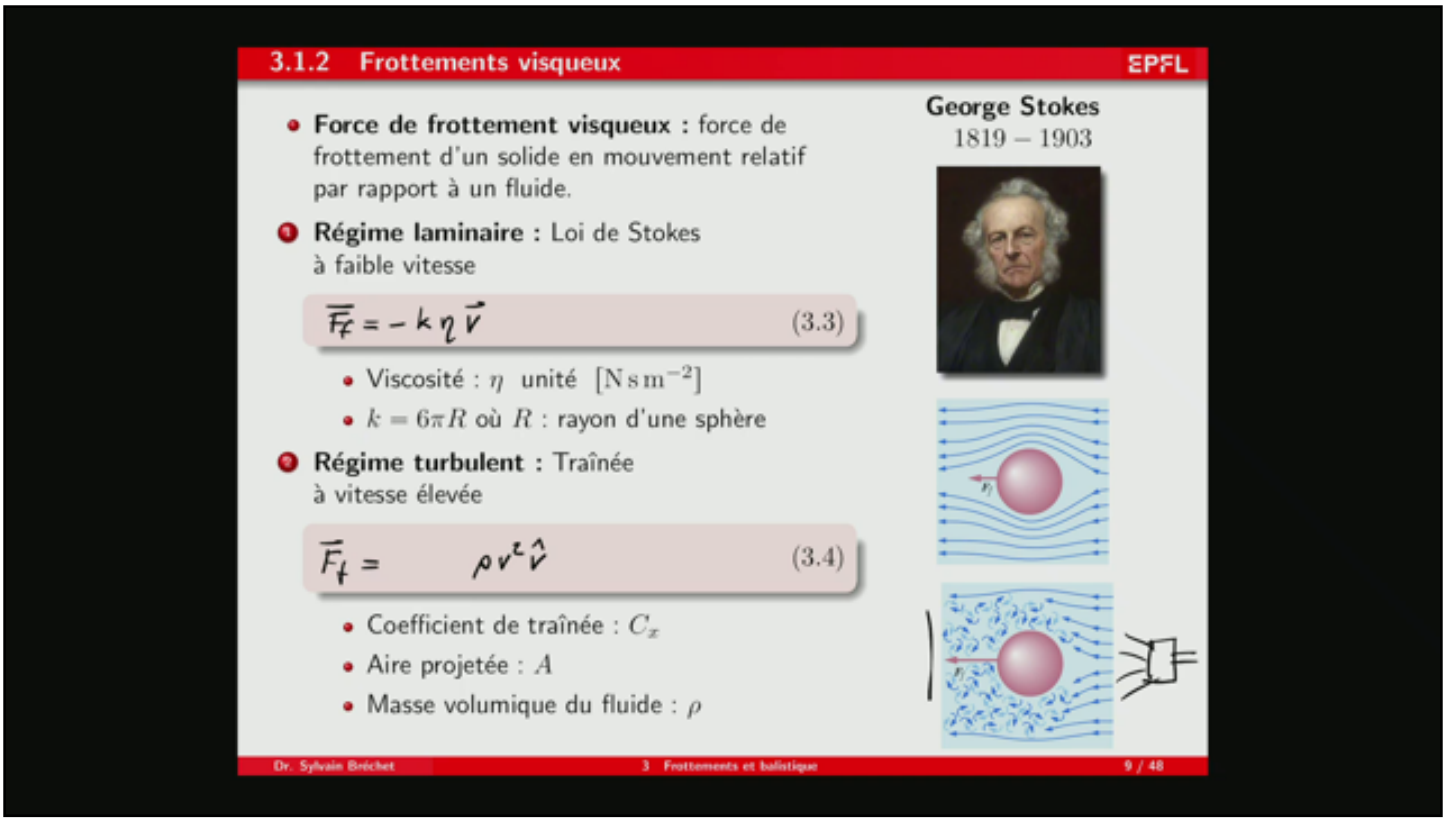
résumé



de continuer, j'ai encore envie de vous dire deux trois choses. Si vous regardez ces valeurs respectives, voyez qu'elles diminuent le long de la colonne ? Évidemment, si on prend de la glace sur la glace, ça va glisser par définition. C'est ce qui se passe aussi avec, disons, l'acier sur la glace par exemple, ou un autre type de matériau, par exemple, un composite sur la glace pour les sports de lice. Donc on va avoir des coefficients qui sont très faibles. Pour le coefficient de frottement statique, la glace sur la glace est 10% inférieure à celui du cauchouc sur la sphalte, et voyez que le coefficient de frottement signatique est encore plus faible. Ce qui est remarquable, c'est la manière dont la nature a bien fait les choses. Si vous prenez l'articulation humaine, vous voyez que vous avez un coefficient de frottement statique de l'ordre de 0,01. C'est dix fois mieux que la glace sur la glace. C'est 100 fois mieux que le cauchouc sur la sphalte, d'accord ? Ou 100 fois inférieure, si vous voulez. Et puis le coefficient de frottement signatique, lui, il est encore à peu près un ordre de grandeur inférieur. Bon, pourquoi ? Si nos articulations avaient des coefficients de frottement statique et signatique qui sont ceux du cauchouc sur la sphalte, si vous courez un marathon, il y aurait un téléchauffement de votre corps que vous seriez en train de brûler à la fin du marathon, littéralement. Donc il faut absolument que ces coefficients soient suffisamment faibles, et là on voit que le corps humain, une fois de plus, a été absolument optimisé. Bien, ça s'y est tendu. Parlons maintenant un petit peu des forces de frottement visqueux. Oui ? Pourquoi le frottement de l'autre est optimisé ? Alors, pour expliquer ça, il faut regarder ce qui se passe en termes des états de surface, d'accord ? Et la dynamique en

notes

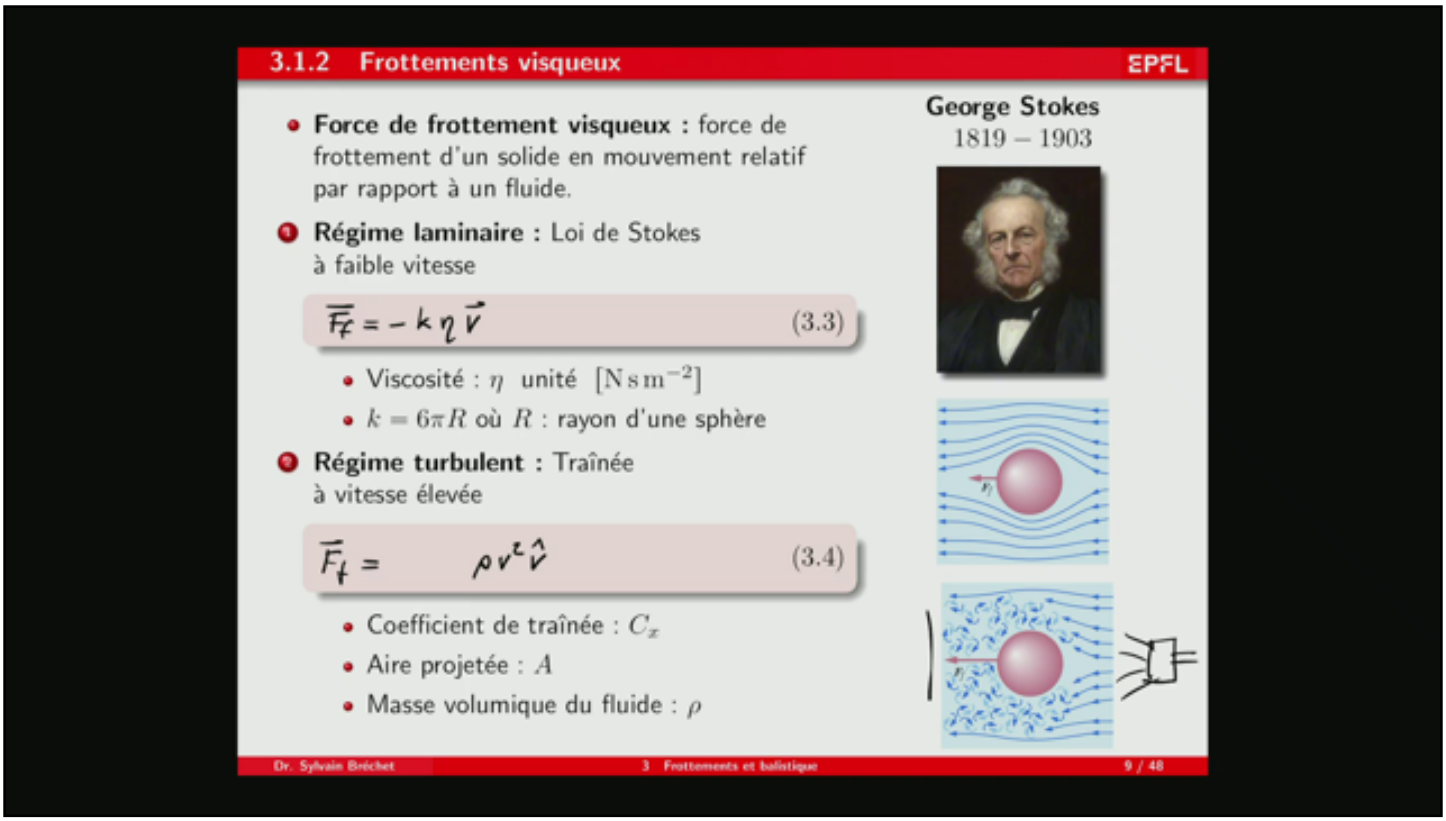
résumé



termes des états de surface. Donc cette modélisation, si vous voulez la faire, elle est très complexe à faire, d'accord ? Donc ça fait intervenir des considérations microscopiques, la mécanique quantique, pour ne pas la nommer. Et il y a des cas où c'est bon et d'autres cas où c'est mauvais, d'accord ? Donc le mieux en termes pratiques, c'est même pas la simulation, c'est vraiment de faire l'exercice. Je prends un exemple. Rolex fait bien les choses. Si la simulation suffisait, Rolex ne ferait pas des expériences de frottement entre matériaux. Le fait que Rolex ne fasse montre que ce qui est plus fiable au niveau pratique. C'est vraiment de faire l'expérience et de dégager cette valeur, d'accord ? Alors, on est d'accord. C'est en fait de l'ingénierie qu'on est en train de faire quand on fait ça, d'accord ? Évidemment, qu'on aime bien avoir un modèle théorique qui puisse aller aussi loin qu'on veuille. C'est beaucoup trop compliqué dans le cas du frottement. C'est pour ça qu'on tente à simplifier les choses. Vous allez voir que, par exemple, avec le frottement visqueux, le modèle le plus simple qu'on puisse choisir, d'accord ? Ce sera déjà très compliqué lorsqu'on va essayer de chercher des solutions mathématiques ensemble, et ça sera très intéressant de faire, d'accord ? Alors parlons justement du frottement visqueux, du frottement fluide. Lorsqu'on a un frottement fluide, d'accord ? C'est qu'on a un solide qui est en mouvement par rapport à un fluide. Alors, soit on prend une soufflerie, d'accord ? On prend un solide qui est fixe, et puis on voit un fluide qui est en mouvement. Alors, on peut le faire avec une soufflerie, on a de l'air. On peut le faire avec un canal hydraulique, on a de l'eau, mais c'est la même idée. Donc, il y a un écoulement du fluide qui se fait autour du solide, OK ? Ou alors, on

notes

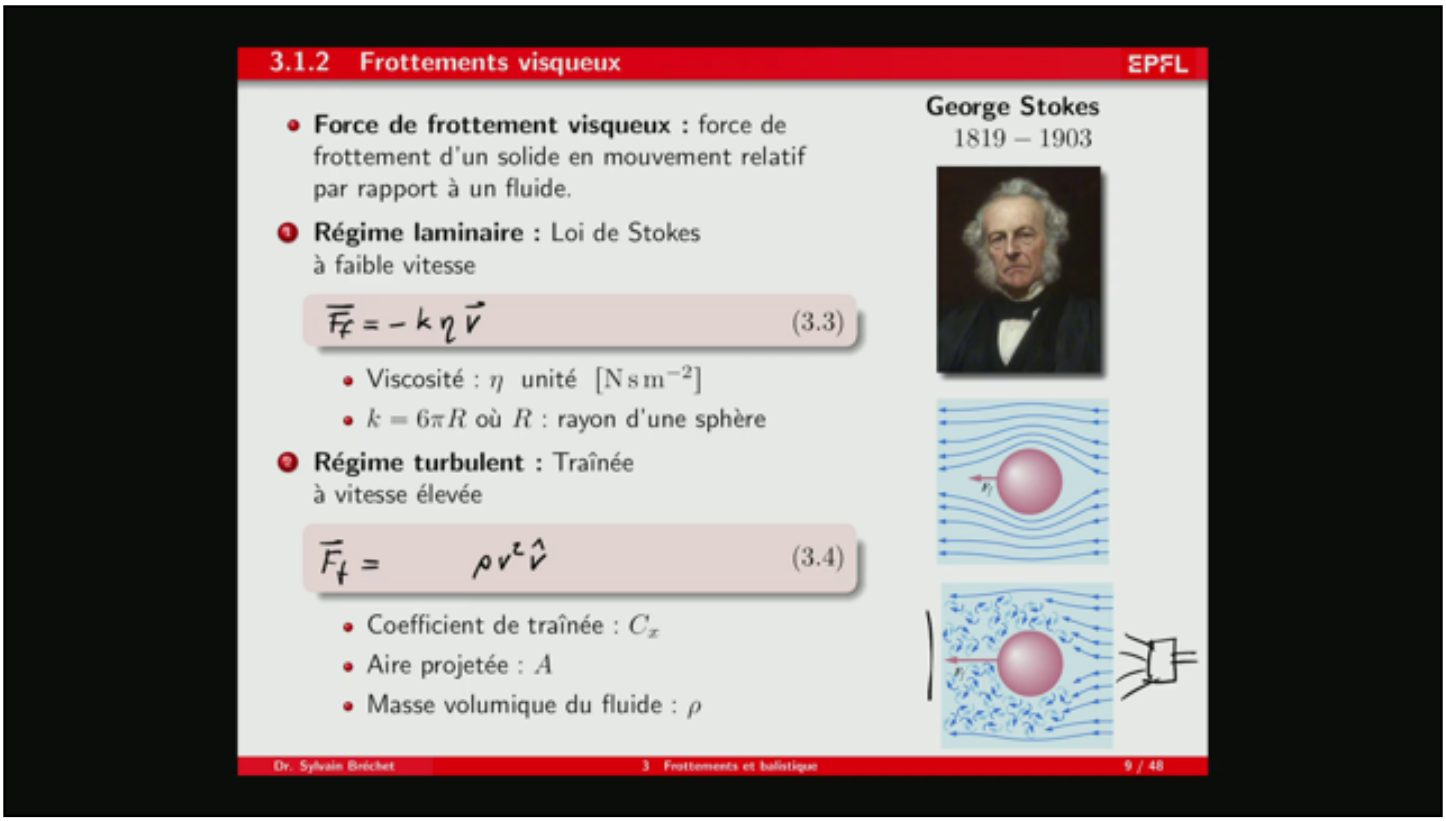
résumé



peut regarder un fluide, et on voit le solide en mouvement à travers le fluide, une balle de fusil, par exemple, qui est tirée dans l'air, d'accord ? Ou dans l'eau. Bon, alors, de manière générale, si on veut aborder ce problème au niveau théorique, ce qu'on devrait tenter de faire, c'est-à-dire que la force de frottement va être une fonction de la vitesse, d'accord ? Elle est opposée au mouvement, et c'est une fonction de la vitesse. Et c'est là qu'on va faire intervenir la notion de régime, de régime laminaire et de régime turbulent. Si la vitesse est suffisamment faible, cette fonction de la vitesse, on peut en faire un développement limité au premier ordre, qui va nous retourner la vitesse. Donc, on aura une force de frottement qui sera proportionnelle à la vitesse. Alors, écrivons-le. Cette force de frottement est proportionnelle à la vitesse. Elle est opposée au mouvement, le vecteur vitesse est le long du mouvement. On va donc mettre un signe moins. Alors, qu'est-ce qu'il va intervenir ? Ce qu'il va intervenir, c'est deux choses. C'est des considérations géométriques sur l'objet, d'accord ? Et puis, c'est la résistance à l'écoulement du fluide autour de l'objet, qu'on appelle la viscosité. On a la viscosité et on a un paramètre K. Ce paramètre K va dépendre de manière spécifique de la géométrie considérée. Si vous avez, par exemple, une sphère, ce paramètre va rendre compte ici du rayon d'asphère, d'un facteur 2-pi lié à la circonférence d'asphère et d'un facteur 3 lié aux trois dimensions spatiales. D'accord ? C'est de là que vient ce 6-pière. La viscosité, vous pouvez en déterminer les unités, puisque K a des unités de mètres, la force est donnée en Newton, et bien la viscosité sera des Newton divisées par des secondes, non, multipliées par des secondes, divisées par des mètres carrés. La vitesse est donnée en mètres par seconde. Alors pourquoi

notes

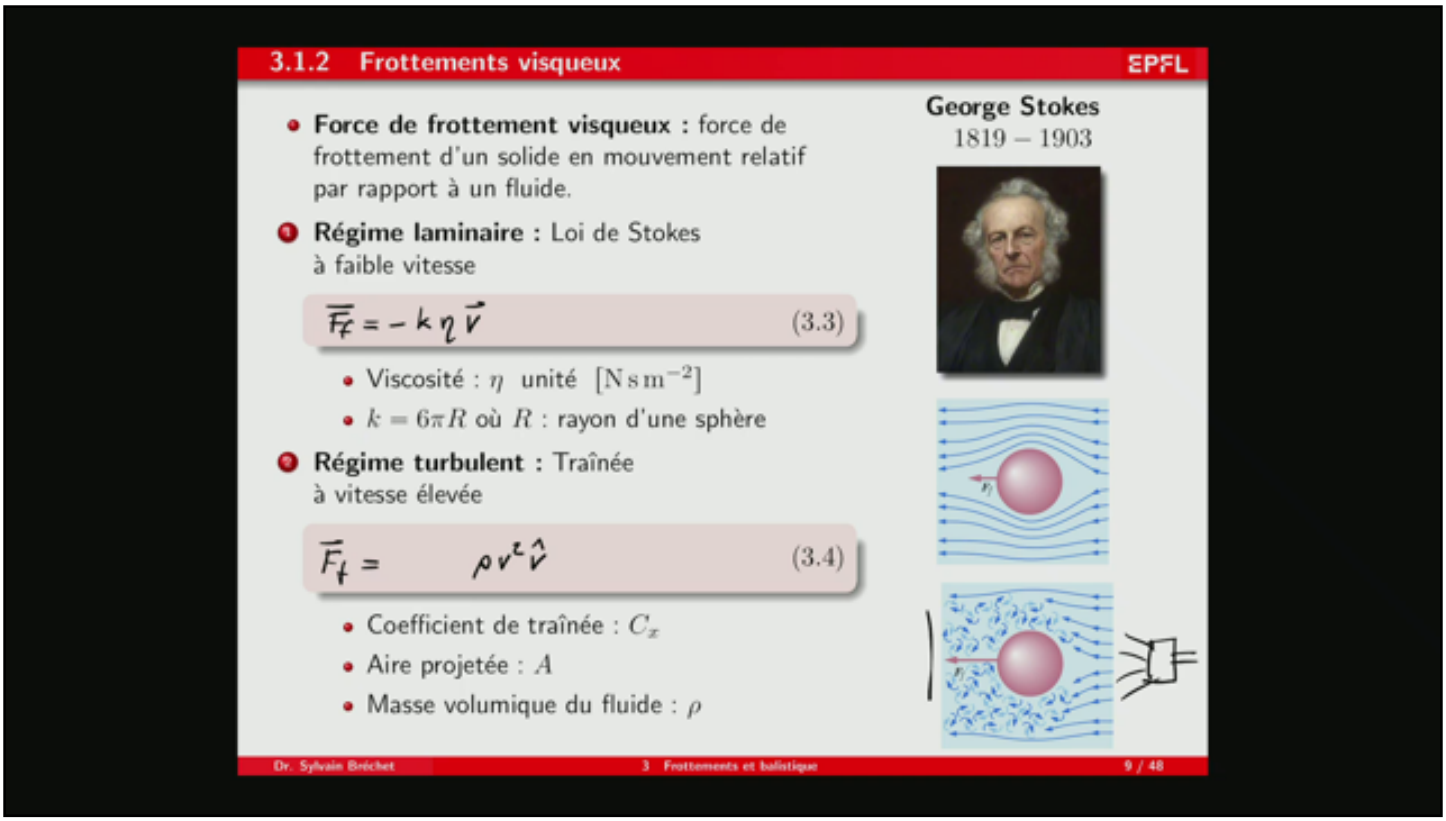
résumé



est-ce qu'on parle de régime dits laminaire ? Il faut imaginer la chance suivante, oui. Comment cesse la vitesse et suffisamment faible ? Alors, ça, c'est beaucoup plus compliqué. Ça, ça fait intervenir des nombres sans dimensions qu'on appelle les nombres de Reynolds. D'accord ? Le type de régime qu'on doit considérer en mécanique des fluides va dépendre de ce nombre qui lui fait intervenir la viscosité et d'autres paramètres. D'accord ? Mais grosso modo, au niveau phénomélogique, au niveau de l'expérience, c'est si la vitesse est suffisamment faible. Quand je dis suffisamment faible, évidemment que ça va dépendre du type de fluide considéré. Donc la valeur de la vitesse ne sera pas la même qu'on prenne l'air ou qu'on prenne l'eau, par exemple. D'accord ? Alors, si vous prenez un régime laminaire, vous avez ici votre sphère, imaginez que la sphère est fixe et vous avez de l'eau ou de l'air qui s'écoule, un fluide qui s'écoule autour de la sphère. Ok ? Alors si vous prenez des petits éléments de fluide et que vous regardez leur trajectoire, ces trajectoires sont des trajectoires. Continuez, d'accord ? Ça ressemble à des lames de stores qu'on aurait déformées en plaçant l'objet au milieu. Ça, c'est le régime, dit laminaire. D'accord ? Donc on a un mouvement régulier ici, du fluide autour de l'objet. Ça, c'est plus vrai. Si la vitesse est suffisamment élevée et vous allez pouvoir le visualiser dans quelques instants. Donc à vitesse plus élevée, oui. Alors, encore une fois, ça dépend du fluide. D'accord ? Ce que ça veut dire concrètement, c'est que l'approximation qui revient à dire que la fonction de la vitesse et la vitesse n'est plus applicable. C'est-à-dire que la fonction de la vitesse va être, en fait, le terme suivant du développement limité, c'est-à-dire une vitesse au carré. Alors vous faites bien de poser cette question parce qu'on va justement parler. On va parler

notes

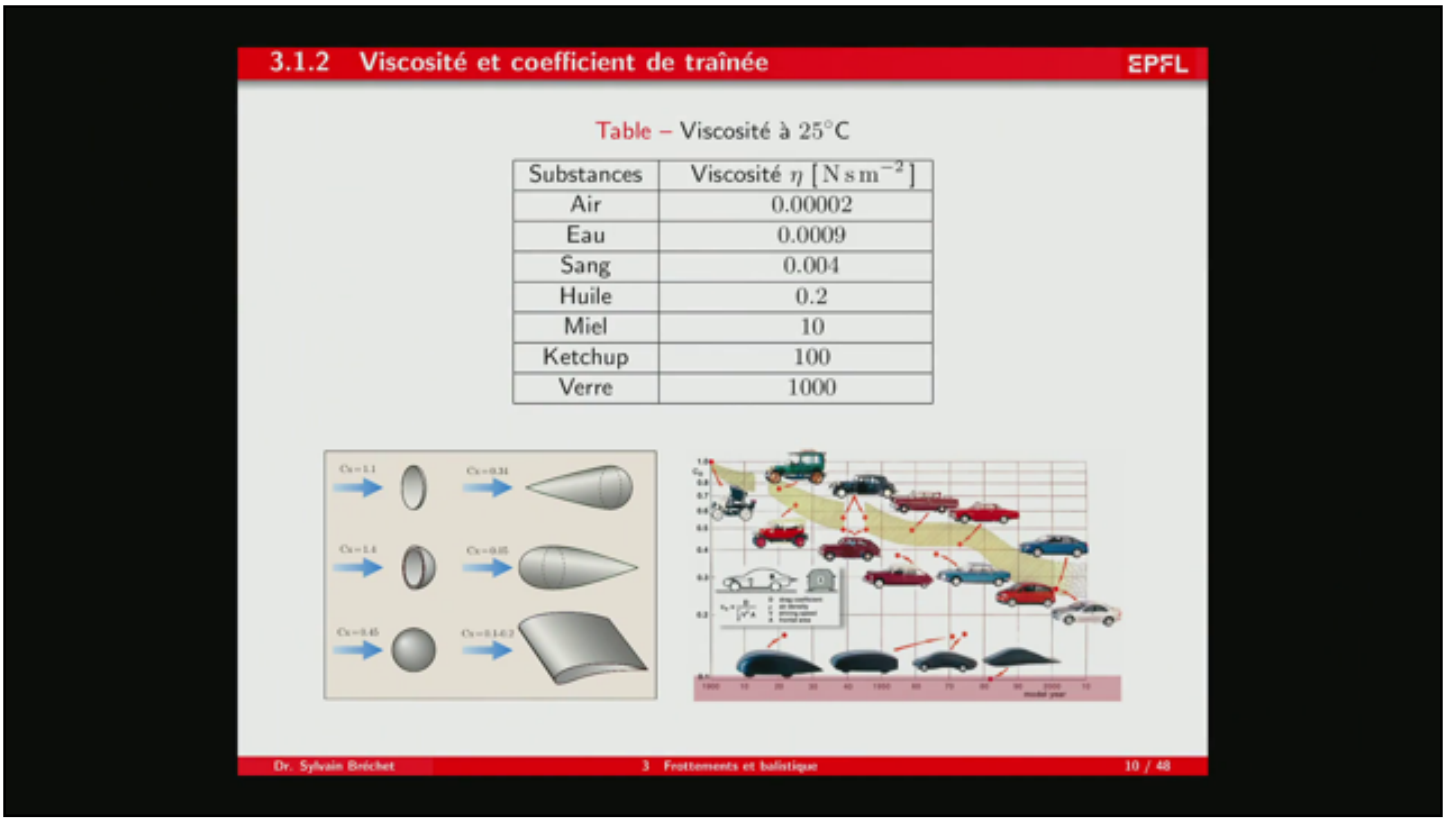
résumé



maintenant du régime turbulent où on n'a plus un flu, la minère, mais on a des petites tourbillons qui commencent à se former autour de l'objet. Dans ce cas-là, la force de frottement va dépendre donc du carré de la vitesse et si il dépend du carré de la vitesse comme le carré de la vitesse est un nombre, un scalaire, on va là encore introduire le vecteur unitaire qui est orienté dans l'essence du mouvement qui est le vecteur véchappant. D'accord ? Bon, évidemment que cette force qu'on appelle la traînée lorsqu'on parle d'un régime turbulent va dépendre de la viscosité, mais la viscosité elle-même va dépendre de quoi ? De la densité du fluide. Plus vous avez de molécules et d'atomes par unité de volume, plus il y aura de collision avec le solide. D'accord ? Ce qui va ralentir la progression relative par rapport au fluide. Donc derrière la viscosité se cache ce qu'on appelle la masse volumique du fluide. Donc il y a un rôle qui appart. Et puis, il y a autre chose qui intervient dans ce modèle phénomélogique, c'est l'air proche d'eux. Imaginez que vous placez ici un spot. D'accord ? Vous avez un spot et vous éclairer ce spot

notes

résumé

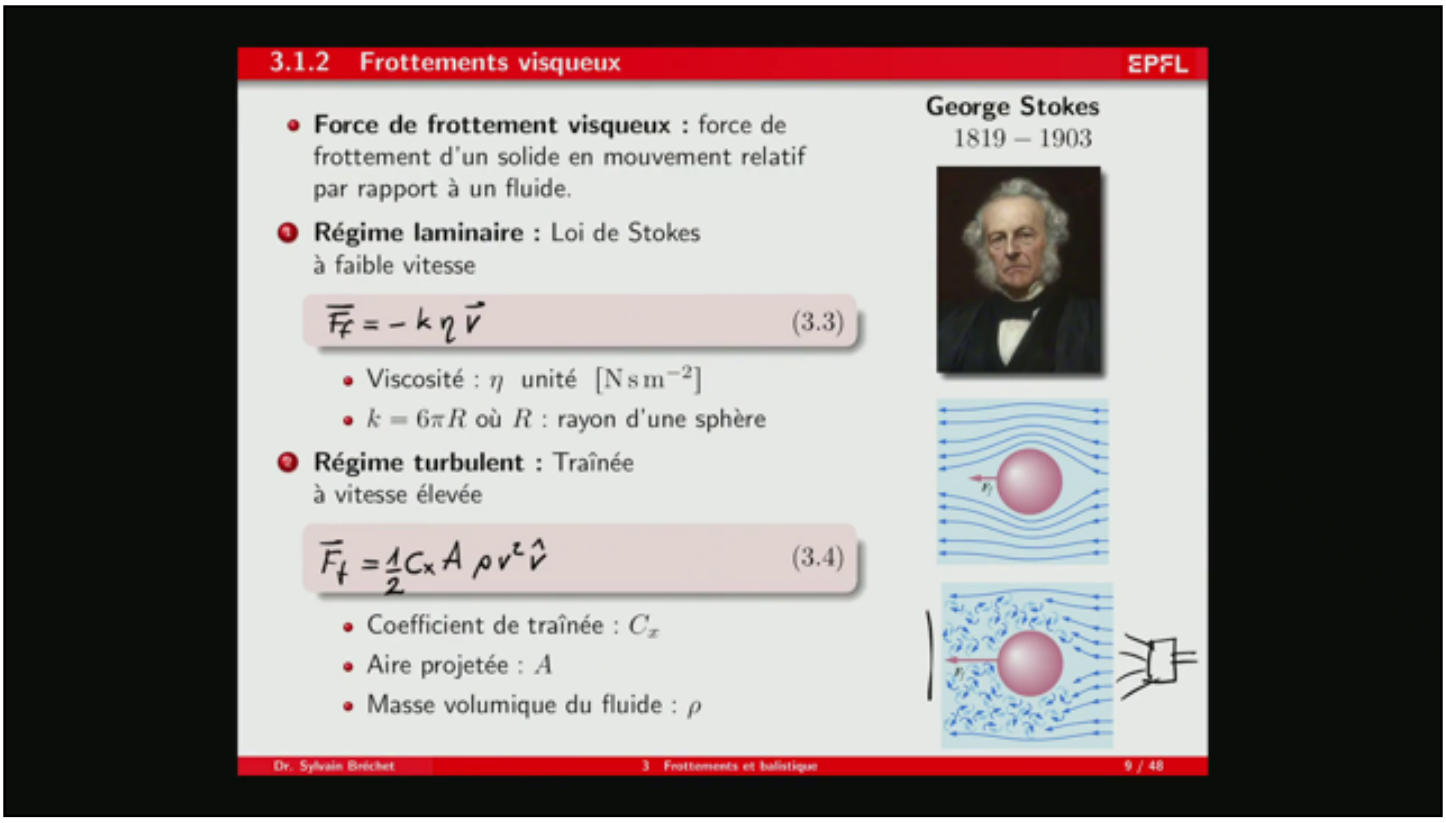


sur la sphère, et vous regardez le résultat sur un écran. Vous faites des ombres chinoises. Donc ce que vous allez voir pour la sphère, ça va être un cercle. C'est un cerl air projeté. On pourrait avoir d'autres figures géométriques qu'on aurait d'autres aires projetées. D'accord ? Si vous prenez James Bond, vous avez la silhouette de James Bond qui apparaîtrait par exemple sur l'écran derrière. Ok ? Quand on fait ceci, il y a une information qui manque. Cette information qui manque, c'est le caractère tridimensionnel de l'objet, qui est décrit par un coefficient, tiré d'expérience, qu'on appelle le coefficient de traînée CX. D'accord ? Et pour des raisons propres à la mécanique des fluides et aux facteurs de normalisation, la tradition veut qu'on rajoute un facteur une demi-dove. D'accord ? Voilà. Et alors ce coefficient de traînée, il est vraiment là aussi déterminé expérimentalement pour différents cas, différents types, disons, d'objets géométriques. Ok ?

notes

résumé

34m 13s

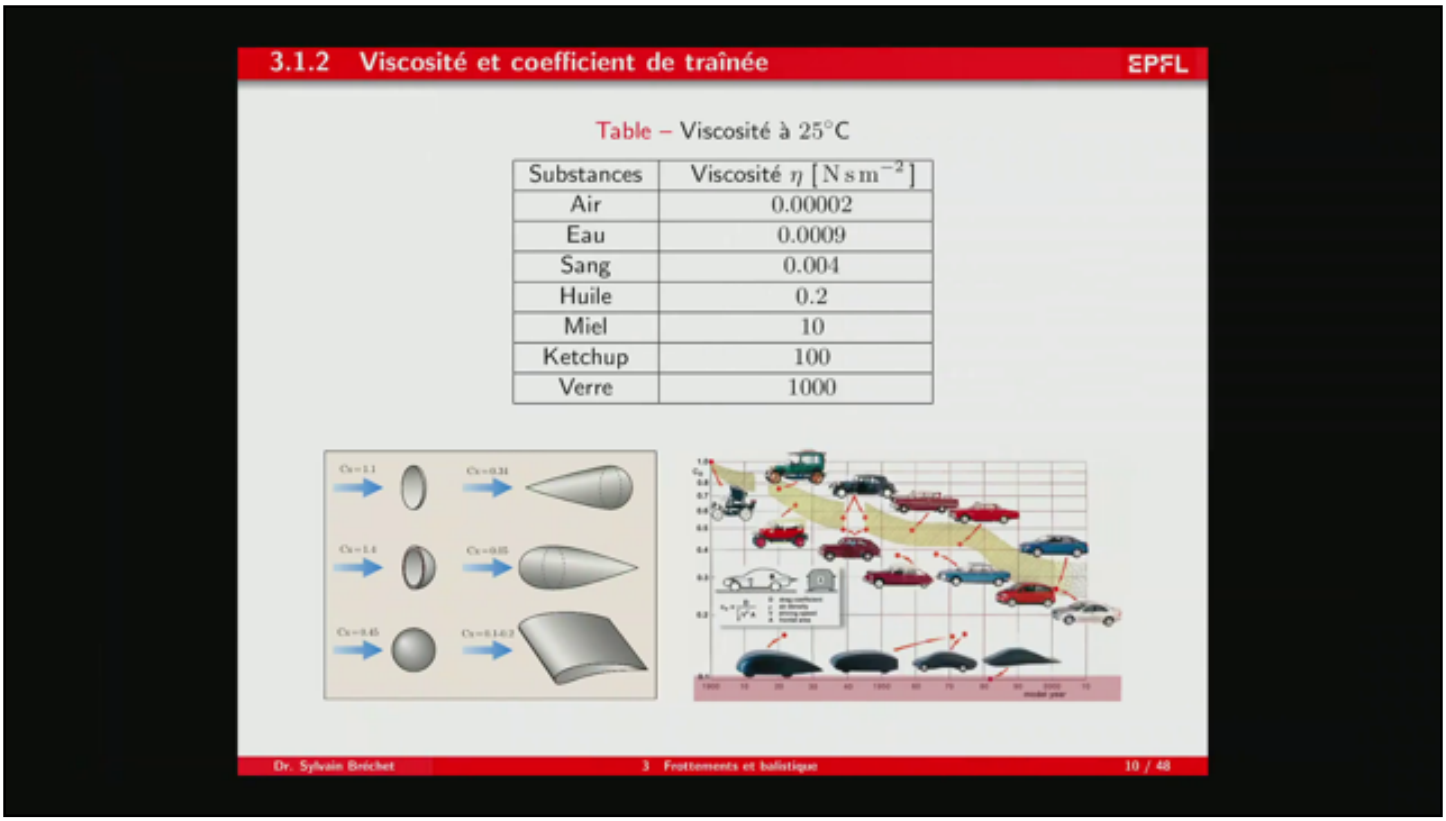


Alors j'aimerais vous parler rapidement de la force de frottement. Oui ? Mais du coup, là, il ne se pose pas, il ne repart en moins de la force de frottement ? Ah, j'ai dû... Attendez. J'ai dû oublier le moins.

notes

résumé

35m 13s

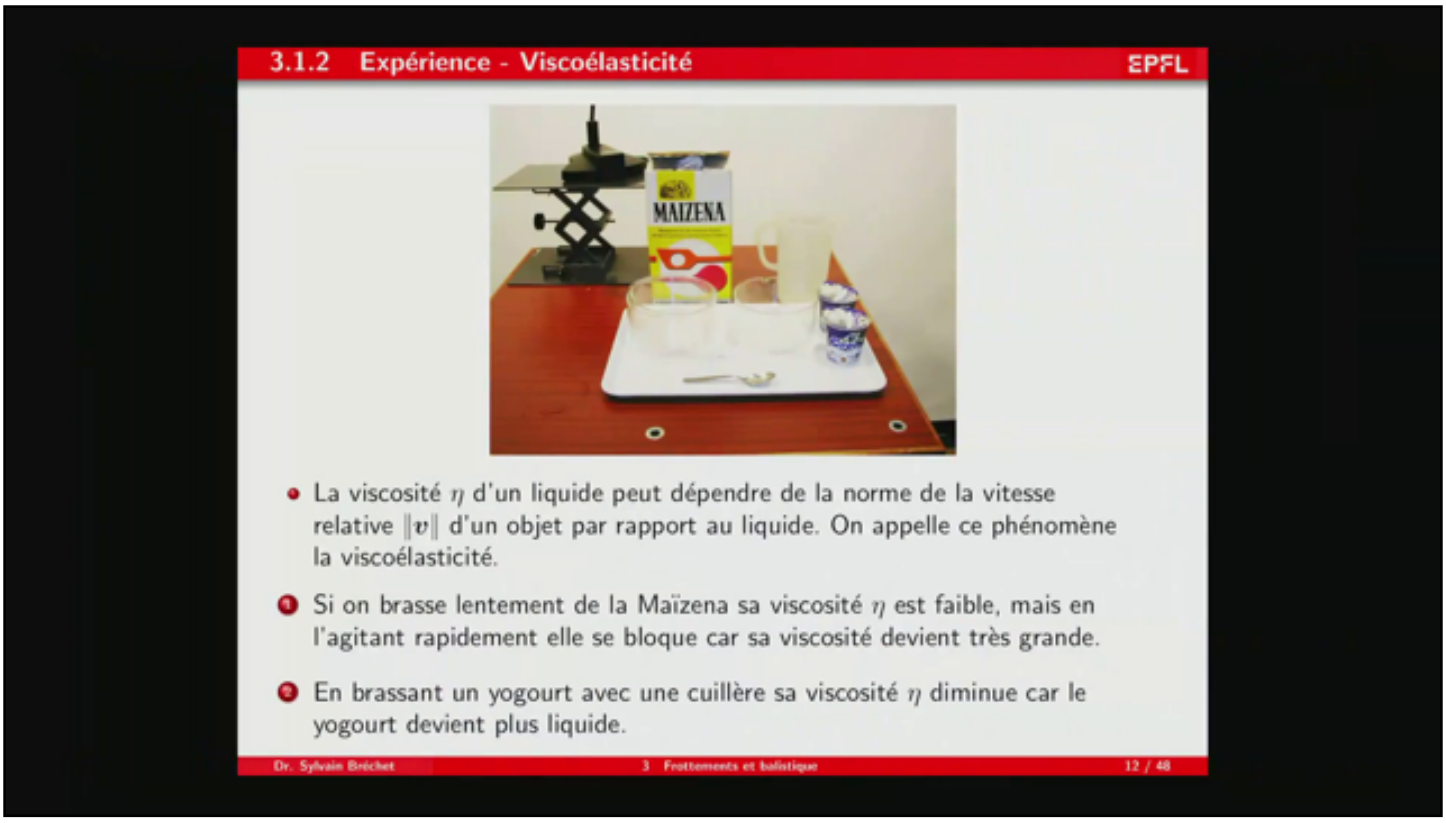


Merci. Ah bah c'est bien, vous êtes réveillé. C'est excellent, je vous remercie. Effectivement, bien sûr qu'il y a un moins, la force de frottement s'oppose au mouvement. C'est clair ? Oui ? Il y a aussi un facteur unitaire par haut de la cuisine. Alors, il n'y a pas de facteur unitaire la force de frottement est proportionnelle à la vitesse. Le vecteur vitesse est déjà orienté dans le sens du mouvement. Le but de ce vecteur unitaire, c'est de trouver l'orientation qui est propre au mouvement s'y opposer et d'avoir un signe moins. D'accord ? Voilà, donc...

notes

résumé

35m 25s

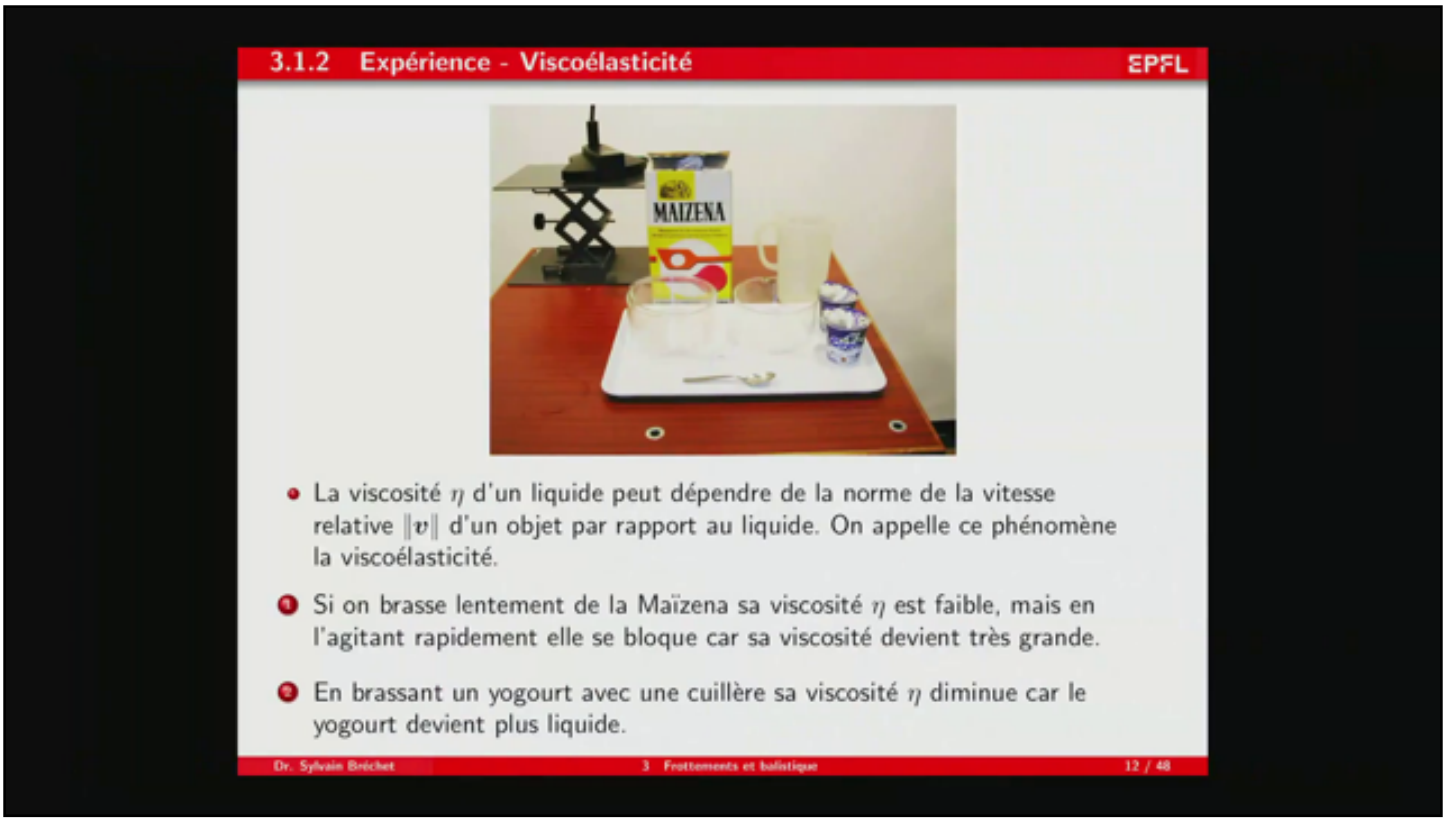


Je vais peut-être juste faire un fris ici, voilà. Donc j'aimerais rapidement vous donner quelques exemples de viscosité, de différents fluides. Là encore, le but, c'est surtout pas de retenir les valeurs, mais c'est de voir ce que ça donne en termes relatifs quand on passe d'un fluide à un autre. Un fluide qui est très peu dense, c'est bien sûr l'air. D'accord ? La masse volumique de l'air est très faible, la viscosité de l'air sera très faible. D'accord ? Si vous passez de l'air à l'eau et que vous regardez les valeurs relatives de la viscosité, voyez que la différence, c'est un facteur 45. Ce qui veut dire qu'en régime laminaire, par exemple, la force de frottement exercée par l'eau sur l'objet sera 45 fois supérieure à celle exercée par l'air. C'est pour ça que si vous faites de l'aquagime, vous faites des exercices dans l'eau, les frottements sont beaucoup plus intenses, ça vous muscle beaucoup plus que si vous faites exactement les mêmes exercices dans l'air. D'accord ? On va voir un autre exemple assez intéressant dans quelques instants, mais pour l'instant, j'aime juste continuer la description. Donc si on passe de l'eau au sang, le sang est clairement plus visqueux que l'eau, la différence est là un facteur de 4,5-5. D'accord ? Si on passe du sang à l'huile, on a un facteur 50. Ok ? Alors clairement, entre l'eau et l'huile, il y a une grosse différence. Prenez du vinaigre. Le vinaigre, c'est proche de l'eau. D'accord ? L'huile pas. Et vous le voyez, quand vous mélangez de l'huile et du vinaigre, l'huile s'écoule moins bien que le vinaigre. Pourquoi ? Parce que l'huile est plus visqueuse que le vinaigre. Bon. Si vous passez maintenant au miel, vous avez une viscosité qui est 50 fois supérieure à celle de l'huile. D'ailleurs, si vous prenez un pot de miel, prenez cuillère, vous les déposez votre miel

notes

résumé

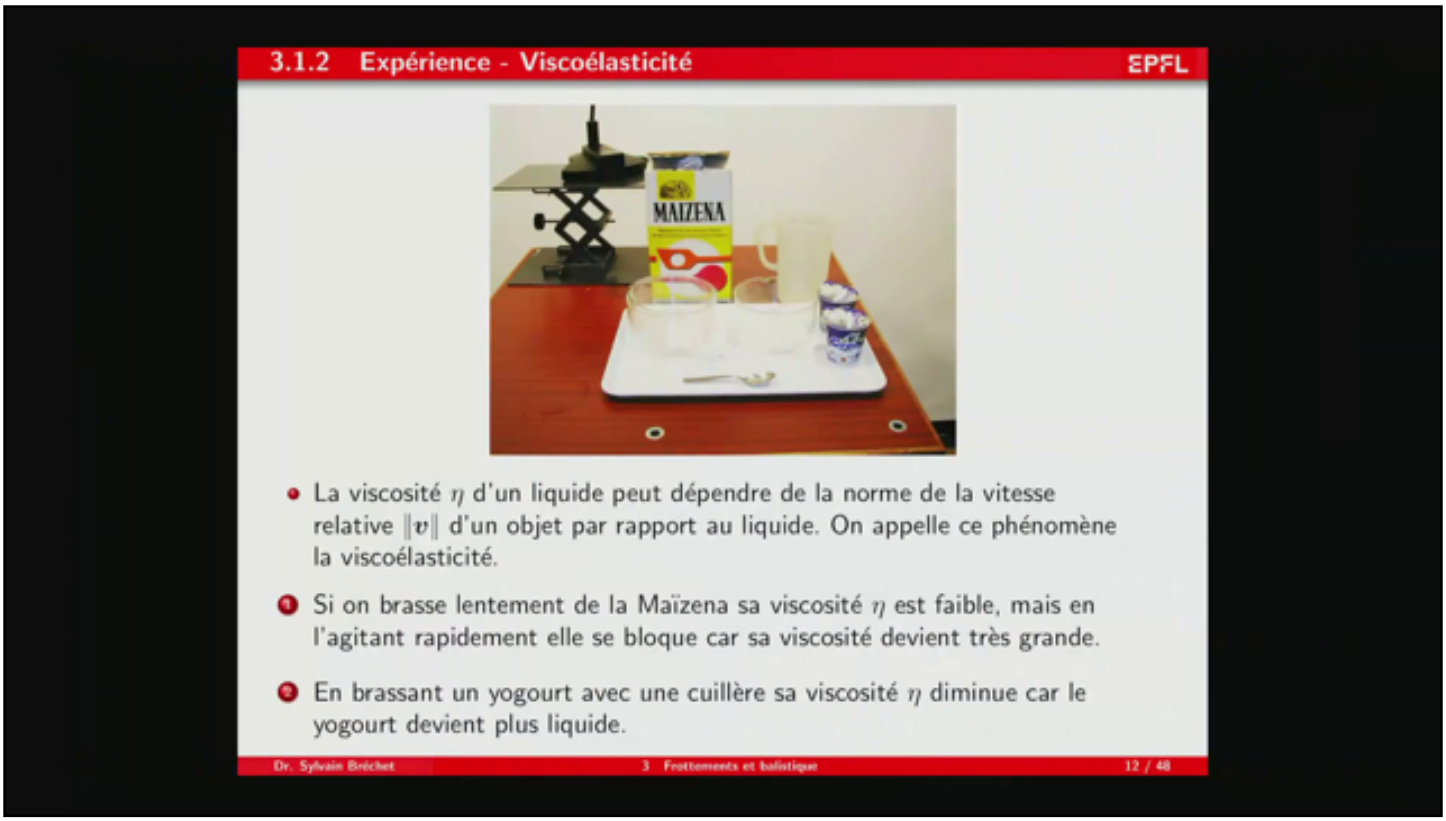
35m 58s



sur votre tartine le matin. D'accord ? Parfois, il y a un temps de latin savant que le miel commence à s'écouler pour arriver sur votre tartine justement parce qu'il est plus visqueux que le serein, par exemple, un liquide. D'accord ? Un autre liquide. Si vous prenez du ketchup, vous avez là encore un facteur d'ice avec le miel. Le ketchup est beaucoup plus visqueux que le miel. Et pour cause, si vous allez manger des frites dans un restaurant et que vous avez disons que vous avez un contenant, enfin, plutôt que vous avez simplement une... que vous avez une bombeone de ketchup, quoi. D'accord ? Si vous prenez votre bombeone en plastique de ketchup et puis que vous appuyez dessus, des fois le ketchup s'en repas, alors qu'est-ce que vous faites ? Prenez la bombeone, vous la secouez, quand ? Puis vous essayez, pourquoi vous faites ça ? Il y a une raison à ça que vous avez tous compris intuitivement, mais qu'on va comprendre théoriquement, c'est que le ketchup est en fait viscoélastique. C'est-à-dire qu'en appliquant une contrainte sur le ketchup, vous êtes capable de réduire sa viscosité et donc il s'écoule mieux que si on l'avait simplement laissé dans l'état latin. D'accord ? Si on a temps ensuite, suffisamment longtemps, eh bien la viscosité du ketchup va réaugmenter. Ok ? Le verre est aussi un liquide qui est beaucoup plus visqueux que tous les autres, qui est plus visqueux que le ketchup, qui s'écoule quasiment pas. D'accord ? Mais, fondamentalement, le verre a une viscosité. Bon, parlons un tout petit peu maintenant des coefficients de traînée. Vous avez une image en dessous qui vous montre un exemple de coefficients de traînée pour, disons, si on prend les cinq premiers objets qui sont ici, qu'on regarde l'air projeté, on a un cercle. D'accord ? En revanche, au niveau tridimensionnel, on a des objets qui sont très

notes

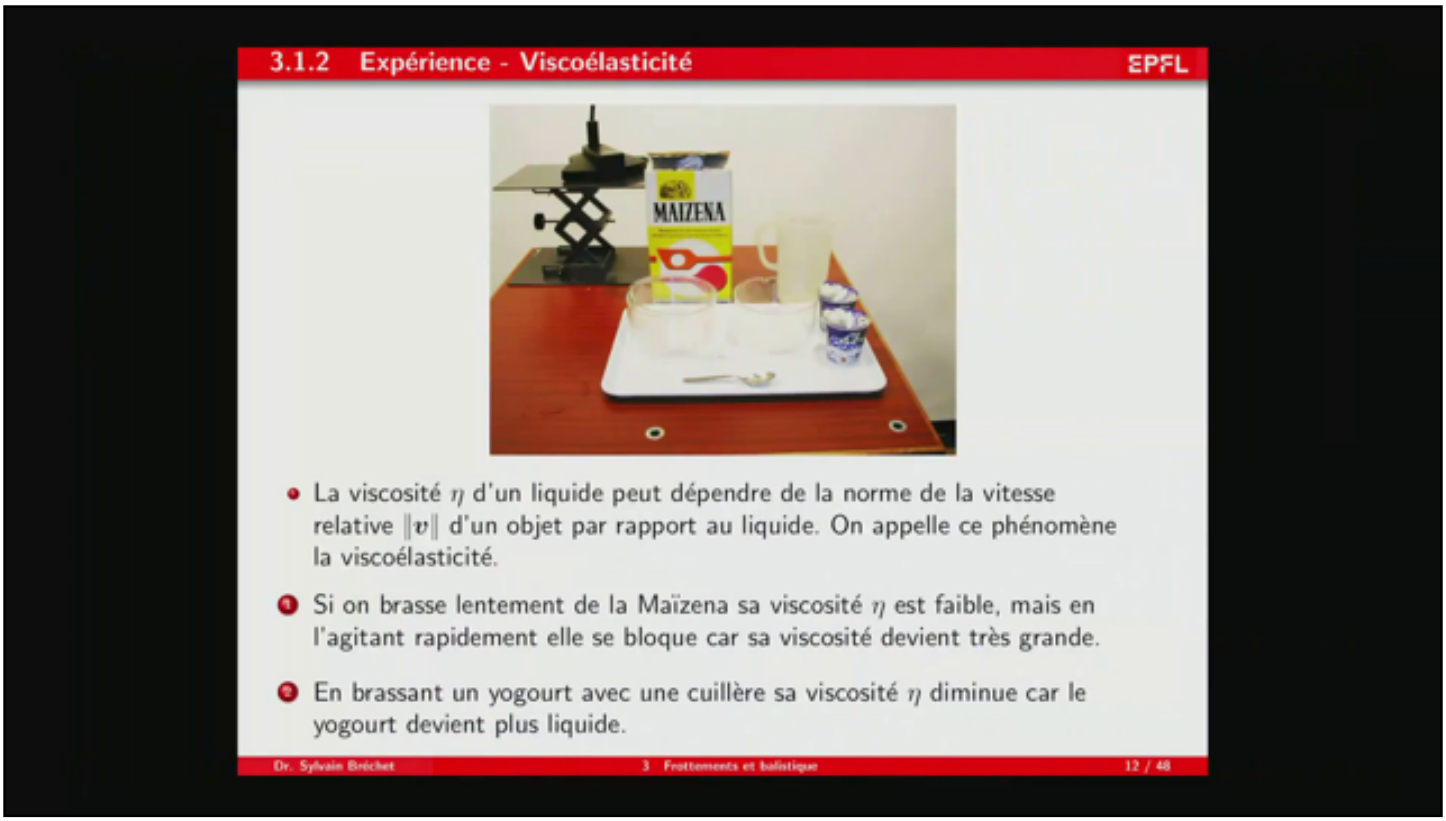
résumé



différents. Commençons par le verre de montre. Si vous avez un mouvement relatif du fluide vers le verre de montre, qui est orienté ici vers la droite, ce que va-t-il se passer ? Les molécules de fluide vont venir orter le verre de montre. D'accord ? Puis ensuite, elles devront le contourner. Donc là, on va avoir un coefficient de traînée qui sera assez élevé, de l'ordre de 1,1. Mais ce n'est pas le pire qu'on peut avoir. Le pire, c'est une domicile sphère évidée. Parce que si l'air vient se loger à l'intérieur ici de cette sphère évidée, eh bien, il sera très difficile pour les molécules de contourner la sphère. D'accord ? Donc là, on aura vraiment un coefficient de traînée qui sera maximale de l'ordre de 1,4. En revanche, si on prend une sphère pleine maintenant, eh bien les molécules viennent d'orter, mais elles arrivent quand même assez bien à la contourner. Donc on va se retrouver dans une situation où le coefficient de traînée sera plus faible que pour le verre de montre qui est ici. En fait, ça sera environ la moitié, même un peu moins. Et ce coefficient de traînée est de l'ordre de 0,45. Si maintenant vous prenez une goutte d'eau, alors vous supposez que vous avez plutôt une sorte de projectile où vous avez le bout pointu qui est ici. Si vous attaquez le projectile au niveau du bout pointu, voyez que les molécules de fluide arrivent à mieux le contourner qu'elles le feraient pour la sphère. Donc on va voir un coefficient de traînée qui est plus faible que de l'ordre de 0,30, 0,34. Alors quel est l'objet qui est utilisé à des fins militaires qui a le coefficient de frottement le plus faible qu'on peut imaginer ? Quelqu'un a une idée ? Qui a été utilisé par la marine. Vous êtes presque, il fait quoi ? C'est un peu plus

notes

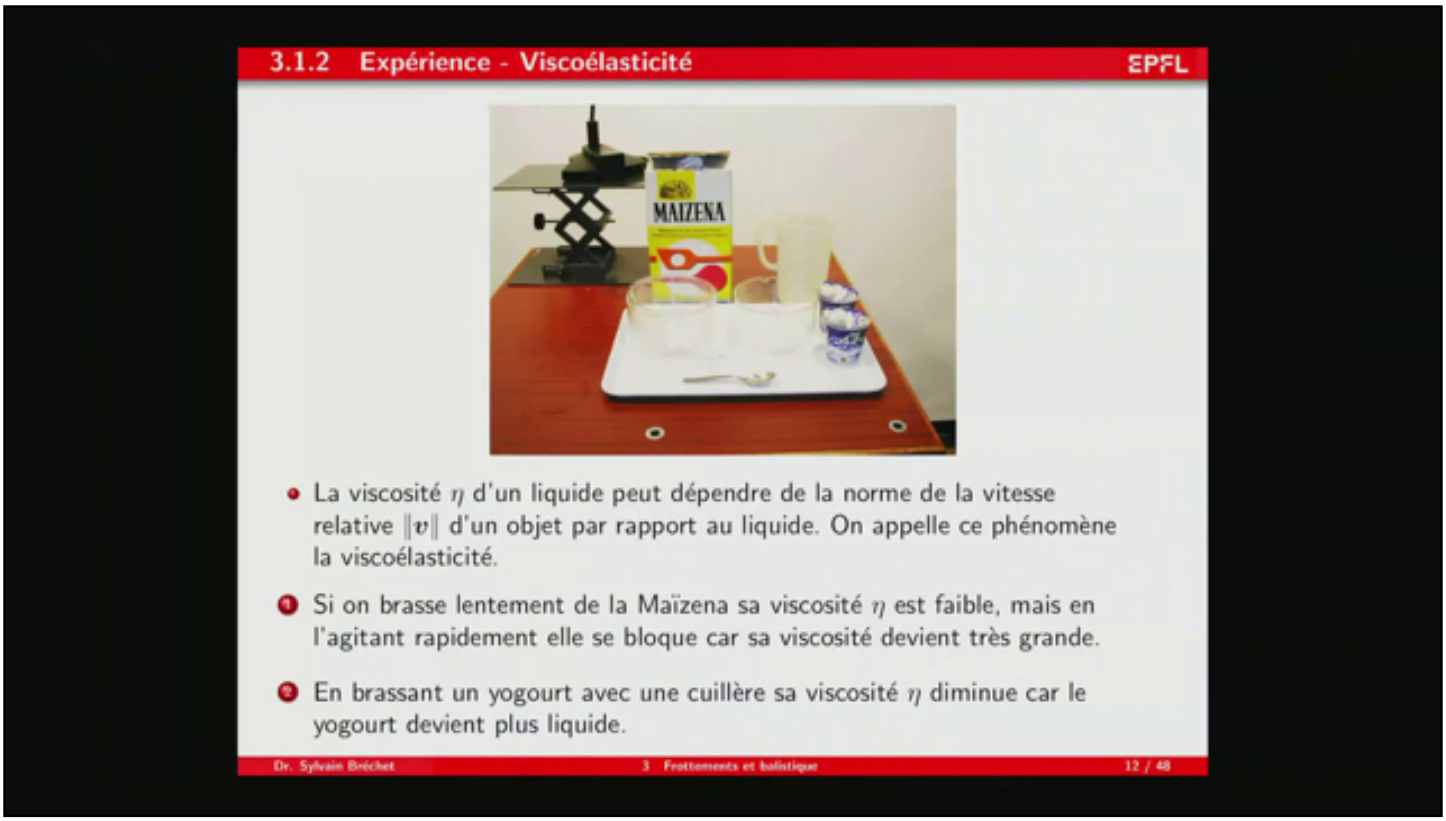
résumé



faible que pour la réplique. Vous êtes presque, il fait quoi ? Sous-marin, il lance quoi ? C'est-à-dire ? Des torpilles. Des torpilles, exactement. C'est la forme d'une torpille. Quand vous avez une torpille, vous voulez réduire le frottement à sa valeur la plus faible que vous puissiez imaginer pour que la torpille aille le plus rapidement, le plus loin possible. Donc là, vous avez un coefficient de traînée de l'ordre de 0,05 qui est très faible. C'est même mieux qu'une aile d'avion. D'accord ? Pour une aile d'avion, ça dépend de l'angle d'attaque, de l'inclinaison de l'aine. On va le voir ensemble dans quelques instants. Mais avant de vous montrer cette expérience, j'aimerais d'abord revoir avec vous une application de ce coefficient de traînée. Cette application, c'est l'histoire de l'aérodynamique. L'aérodynamique, c'est la science de la mécanique des fluides qui étudie l'écoulement de l'air. D'accord ? Et si on regarde le coefficient de traînée des véhicules, des automobiles à travers l'histoire, eh bien on voit qu'il n'a cessé de diminuer au cours du XXe siècle, par exemple. Si vous prenez les premiers véhicules qui ont été créés au début du XXe siècle, vous avez un coefficient de traînée qui est très proche du verre de montre. Ils n'étaient pas aérodynamiques du tout. Ils étaient très très mal conçus. D'accord ? A l'époque. C'était début. Bon. Alors ça s'est réduit pas mal. Et si vous regardez le début de la 2e Guerre mondiale, par là, eh bien vous avez un coefficient de traînée, vous voyez, qui est de l'ordre de 0,5, 0,6. D'accord ? Et puis ça a continué à se réduire gentiment après la guerre. Il y a un trou ici à cause de la guerre. Il n'y a pas eu tellement de recherche dans ce domaine. Ensuite, ça a continué à se réduire. Ça a plafonné un petit peu jusqu'à la fin des années septantes. Et c'est à

notes

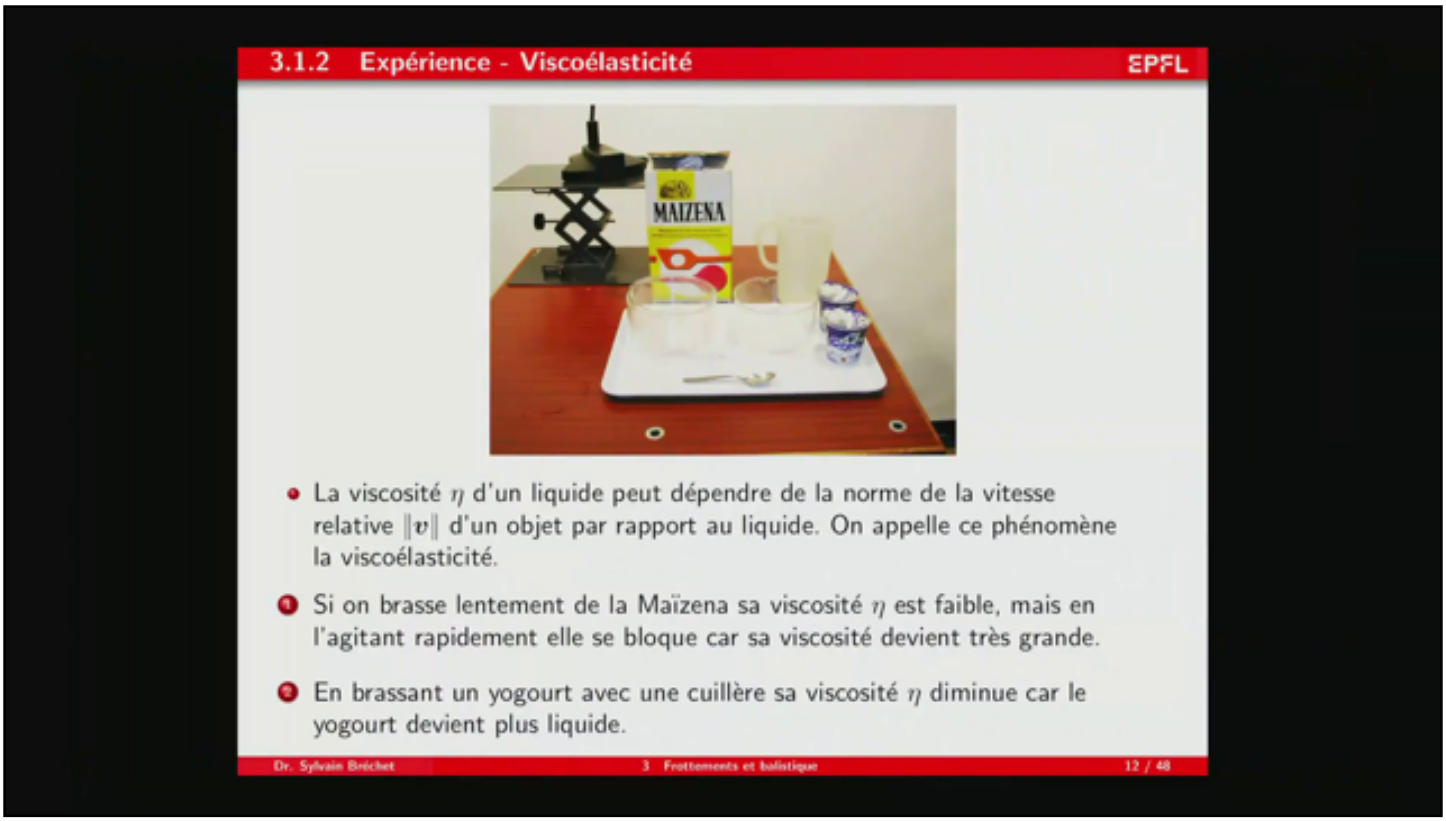
résumé



la fin des années septantes qu'il y a une diminution remarquable du coefficient de traînée. Est-ce que quelqu'un a une idée du pourquoi de cet état de fête ? Oui ? Alors il y a effectivement un lien chairo-spacial. Quelqu'un a une autre idée ? Oui ? Ça aussi a un lien, mais c'est pas la cause profonde. Oui ? Je ne sais pas si... Oui ? Alors, c'est encore une fois lié à ça, absolument. Si vous voulez, si vous regardez un petit peu, si vous regardez l'époque, fin des années septembre, dès les années 80, pensez à Bill Gates, au premier ordinateur, d'accord ? C'est l'avènement du numérique. Qui dit avènement du numérique dit qu'il y a des simulations. Et donc, on peut simuler l'aérodynamique et l'améliorer significativement. Et donc on voit, par exemple, que les véhicules sont de plus en plus aérodynamiques. Et aujourd'hui, on a des valeurs. Disons si on prend, par exemple, la Mercedes-class A, la petite, vous avez un coefficient de... un coefficient de trainé de 0,22. Si vous avez un SUV, c'est un peu plus que ça. Vous êtes plutôt aux alentours des 0,25, 0,28. Mais c'est très bon. On s'approche gentiment de la valeur qu'on retrouve pour une aile d'avion. Est-ce que vous voulez qu'on regarde encore une expérience qui illustre l'écoulement... l'écoulement de, disons, de l'eau autour de différentes profils, parce que c'est joli à voir. Puis pendant la pause, vous pourrez le visualiser vous-même. On fait ça ? On décale un tout petit peu la pose. Ok ? Ok, faisons ça. Donc, c'est le canal hydraulique qui est sur la caméra 10. Voilà. Donc, ce que vous voyez ici, c'est un canal remplido. Et là, vous avez une aile d'avion. Maintenant, regardez ce qui se passe lorsque je mets en mouvement l'eau. Vous voyez ? On a un régime qui est quasiment laminaire, pas tout à fait. Il est légèrement

notes

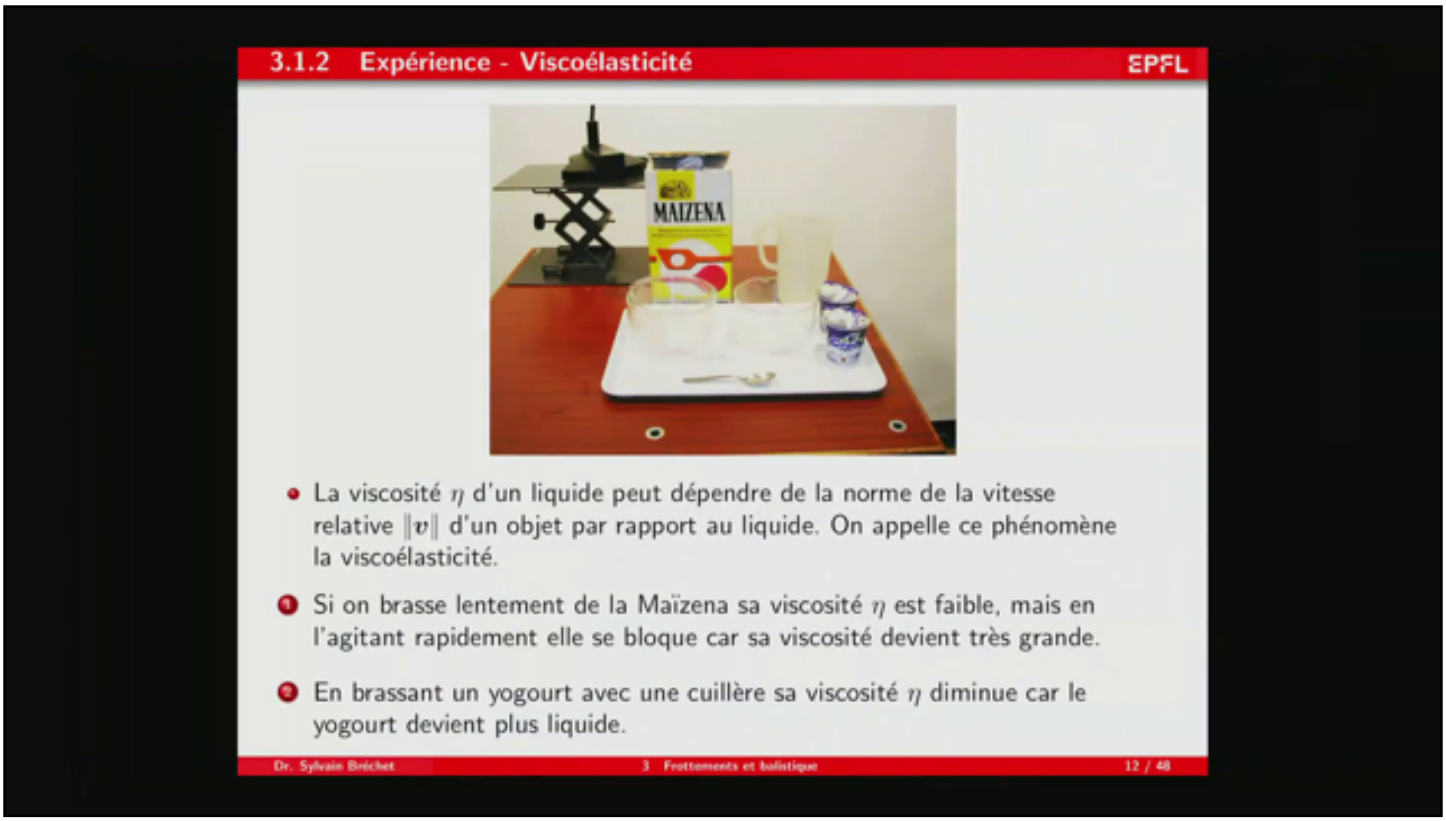
résumé



turbulent sur la partie supérieure de l'aile. En fait, ça dépend de son inclinaison. Si elle est vraiment dans le sens du mouvement du flux, vous voyez qu'elle est quasiment plus de turbulence. C'est joliment laminaire. D'accord ? Donc, suivant ce que le pilote cherche à faire, il voudra que le flux soit le plus laminaire possible ou justement pas lorsqu'il y a un atterrissage. Il voudra que l'aile d'avion soit dans cette position pour réduire l'aspect de laminaire, avoir un frottement qui est plus important et permettre à l'avion de se poser. Alors, maintenant, j'aimerais revoir avec vous l'histoire de l'automobile, parce que c'est intéressant à visualiser. Prenons une voiture de gangster du Chicago des années 30. Voilà. Alors, je l'ai mis un tout petit peu trop à droite. On va la déplacer dans le canal. Je vais même la remonter un tout petit peu. Voilà. Alors là, vous voyez que ce n'est pas du tout aérodynamique. Vous avez en fait des turbulences assez importantes qui sont marquées à l'arrière du véhicule. Vous les voyez aussi au niveau des roues. D'accord ? Alors, je crois que j'étais un peu trop vite. Il y a de l'eau qui déborde. Attendez. Voilà. Alors, prenons maintenant disons un véhicule des années 80 pensé à la fameuse voiture de retour vers le futur. Ok ? Qui pour nous est quasiment du passé d'ailleurs. Mais, plus n'importe. Voilà. Voilà un véhicule un peu carré, caractéristique de cette époque. Ok ? Là, vous voyez qu'il y a déjà moins de turbulences qui se forment. Il y en a, mais il y en a moins. Le véhicule est plus aérodynamique, le coefficient traîné est en fait plus faible. Terminons maintenant par un concept-car de chez Lamborghini. D'accord ? Qui est censé montrer la voie pour des véhicules très aérodynamiques. Les années à venir. D'accord ? Le voilà. Là, vous voyez que vous avez une traînée qui

notes

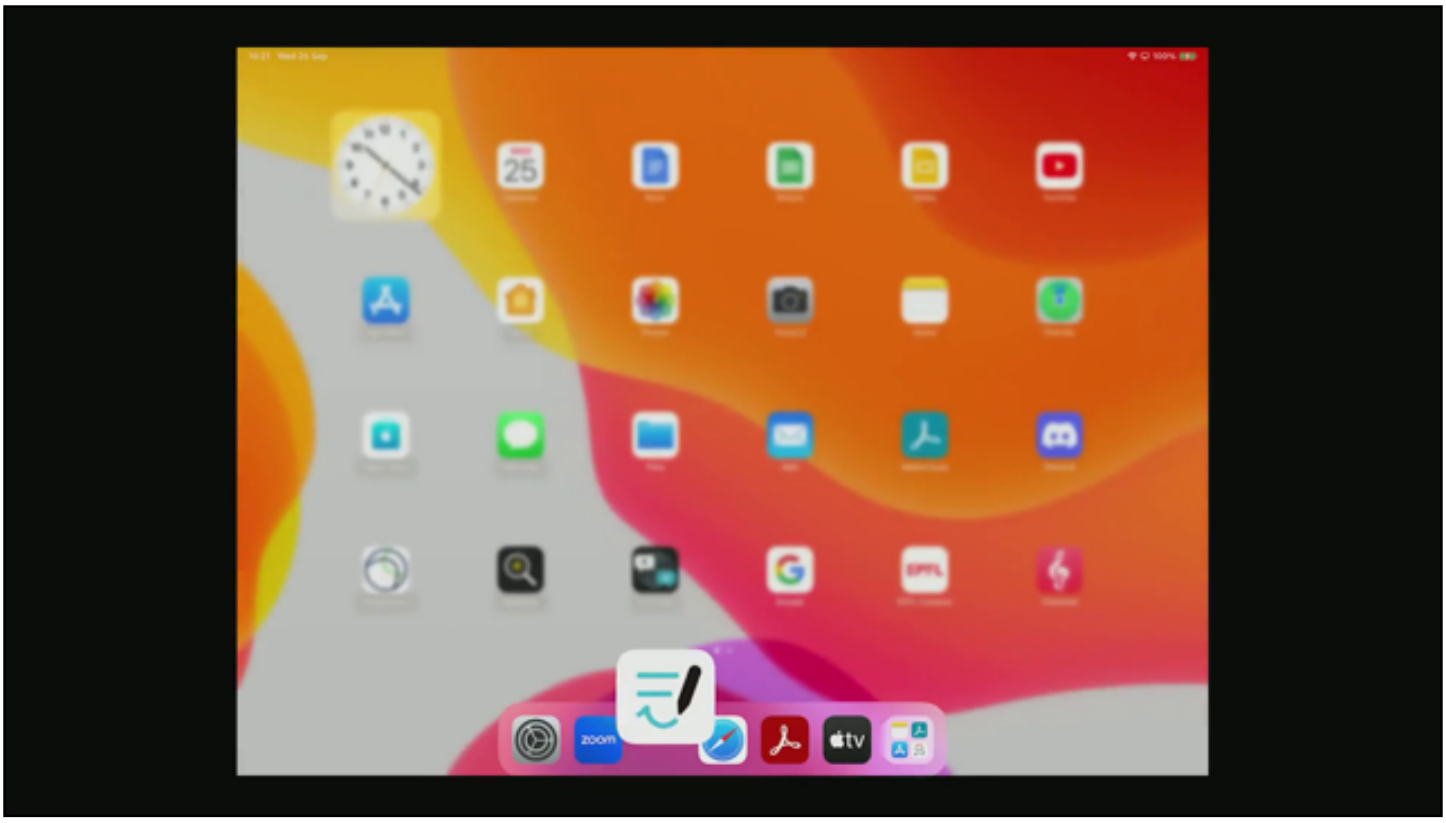
résumé



est réduite à son strict minimum ou presque. Regardez le profil de ce véhicule. Ça ressemble à s'y méprendre à une aile d'avion. Voilà. On va maintenant prendre la pause et on reprendra la suite du cours à Evente.

notes

résumé

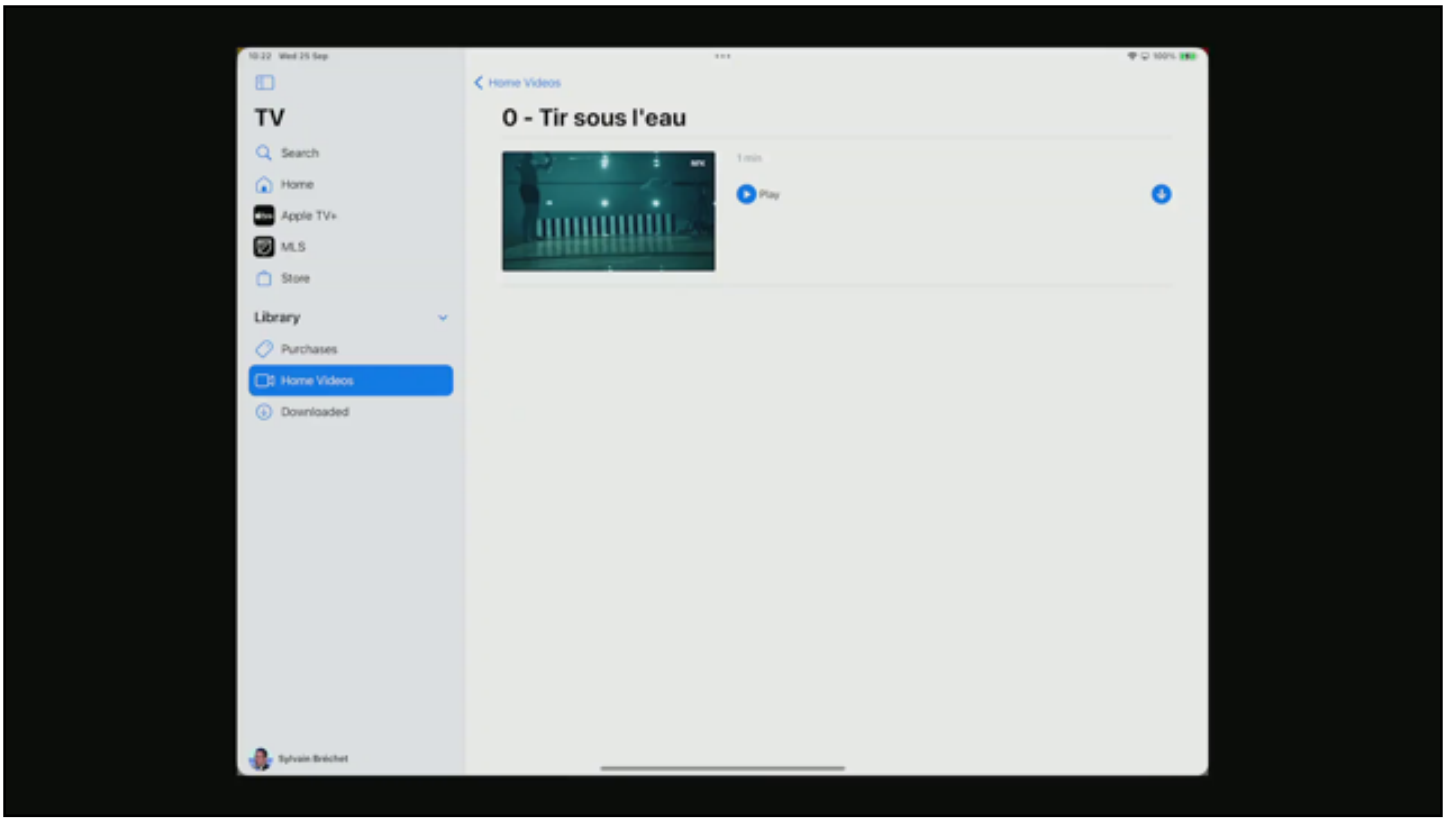


Oui ? Qu'est-ce que vous avez dit ? Oui, oui, bien sûr. Attendez, il faut juste que je... ... Voilà, pour illustrer la force de frottement visqueux qui est proportionnelle à la viscosité en régime laminaire, même en régime turbulent, d'ailleurs, je vais vous montrer une expérience choc qui a été réalisée par un physicien scandinave dans une piscine. Il a placé dans la piscine un fusil d'assaut. Il s'est placé dans la ligne de mire du fusil d'assaut qu'il a actionné avec un fil. Et vous allez voir que l'issue va être rose. En revanche, s'il avait fait la même expérience en ayant placé le fusil d'assaut juste en dehors de la piscine, à la même distance, dans la ligne de mire, le résultat n'aurait pas été le même. Il n'aurait malheureusement pas survécu. D'accord ? Pourquoi ? Parce que la force de frottement est proportionnelle à la viscosité, qui est 40 fois plus grande, donc, pour l'eau que pour l'air. Et donc, l'amortissement est beaucoup plus rapide dans l'eau, ce qui fait que la balle n'a pas le temps d'atteindre le physicien. Elle finit au fond de la piscine. D'accord ? Alors, voyons ceci.

notes

résumé

47m 58s

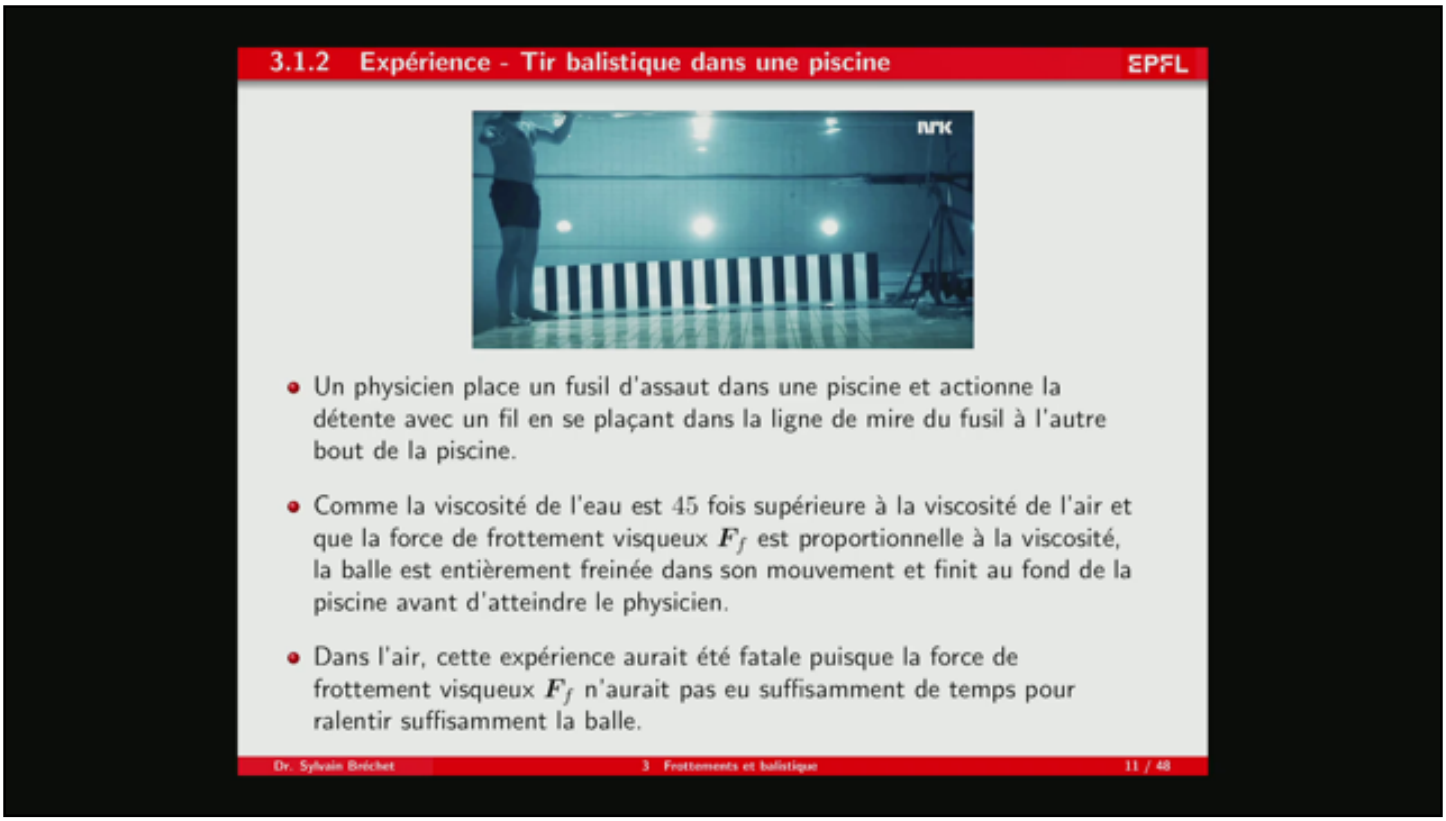


Rapidement. Alors... Excuse-vous de convaincre ? Très... 2... 1... Voyons le choc, c'est joli à voir.

notes

résumé

49m 24s

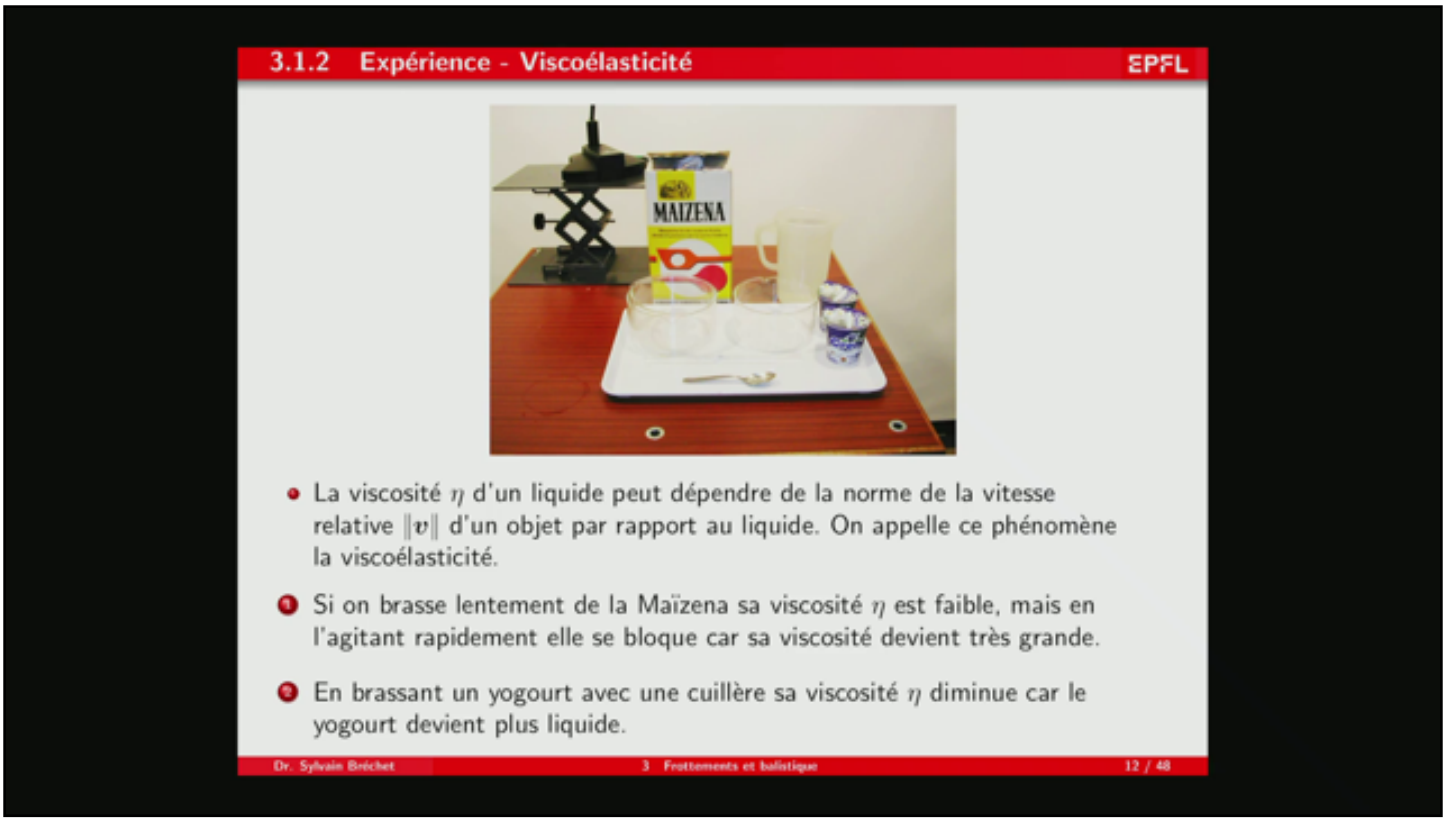


quadré, millimétré par des professionnels. Donc, si vous avez un face-nonnant de l'armée suisse et que vos parents ne piscine, ne tentez pas l'expérience chez vous. C'est très dangereux. D'accord ? Mais ça démontre que la force de frottement régime la minère et même en régime turbulent est proportionnelle à la viscosité. Et donc, si vous avez oublié votre cours de mécanique à la fin de votre cursus de bachelor, voire même de master, vous repensez cette expérience et les concepts vous reviendront à l'esprit pour ça que les expériences sont même plus importantes que la théorie parce qu'on s'en souvient.

notes

résumé

50m 31s



D'accord ? On va faire une autre. On est au pays de la fondue. Nos voisins aussi aiment bien la fondue, donc on ne va pas débattre sur l'origine de la fondue et ce que les valaisans, vos doigts, où ça voyarde. D'accord ?

notes

résumé

51m 11s



En revanche, ce qui est sûr, c'est que pour faire une bonne fondue, vous avez besoin d'un lion. Ce lion, c'est de la maïzena. La maïzena est viscoélastique. C'est-à-dire que si je prends ici ce petit bâtonnet, cette sorte de petite spatule, d'accord ? Si je... Attendez. Merci beaucoup. Si je plante la spatule, gentiment, elle descend, il y a très peu de résistance, sa viscosité est faible. Si je vais d'un coup, ça rebondit. D'accord ? Donc là, ça dépend de la contrainte. Si la contrainte augmente, hop, ça rebondit. Tandis que si je laisse la spatule aller, elle vit, elle tombe toute seule. Donc si vous avez beaucoup de maïzena à disposition, vous pouvez en mettre sur un bac, essayez de marcher sur la maïzena. Si vous faites ça rapidement, vous allez pouvoir marcher sur l'eau, comme ça a été fait il y a 2000 ans, vous pouvez réitérer l'expérience, même si c'est un peu plus laiteux. D'accord ? Et vous pouvez aussi voir ce qui se passe. Si vous allez gentiment, vous allez sombrer. Ça va être des sortes de sable mouvant. Alors, s'il y a des substances comme la maïzena, dont la viscosité va augmenter avec la contrainte, il y a des substances viscoélastiques pour lesquelles c'est le contraire. Et il est possible, et même probable qu'un certain nombre d'entre vous a déguster cette substance ce matin avant de venir. Ça s'appelle un yahourte. Si vous prenez un yahourte, placez votre cuillère dans l'yahourte. D'accord ? D'abord, c'est assez visqueux, moins que la maïzena peut l'être, mais ça a une certaine viscosité. Si vous prenez la cuillère et vous commencez à l'agiter, vous voyez que votre yahourte devient plus liquide. Donc sa viscosité diminue. Alors, le domaine de la viscosité, de la viscosité, pardon, est très intéressant, c'est un domaine de recherche. Il y a encore beaucoup de découvertes qui sont faites dans ce domaine. Oui

notes

résumé

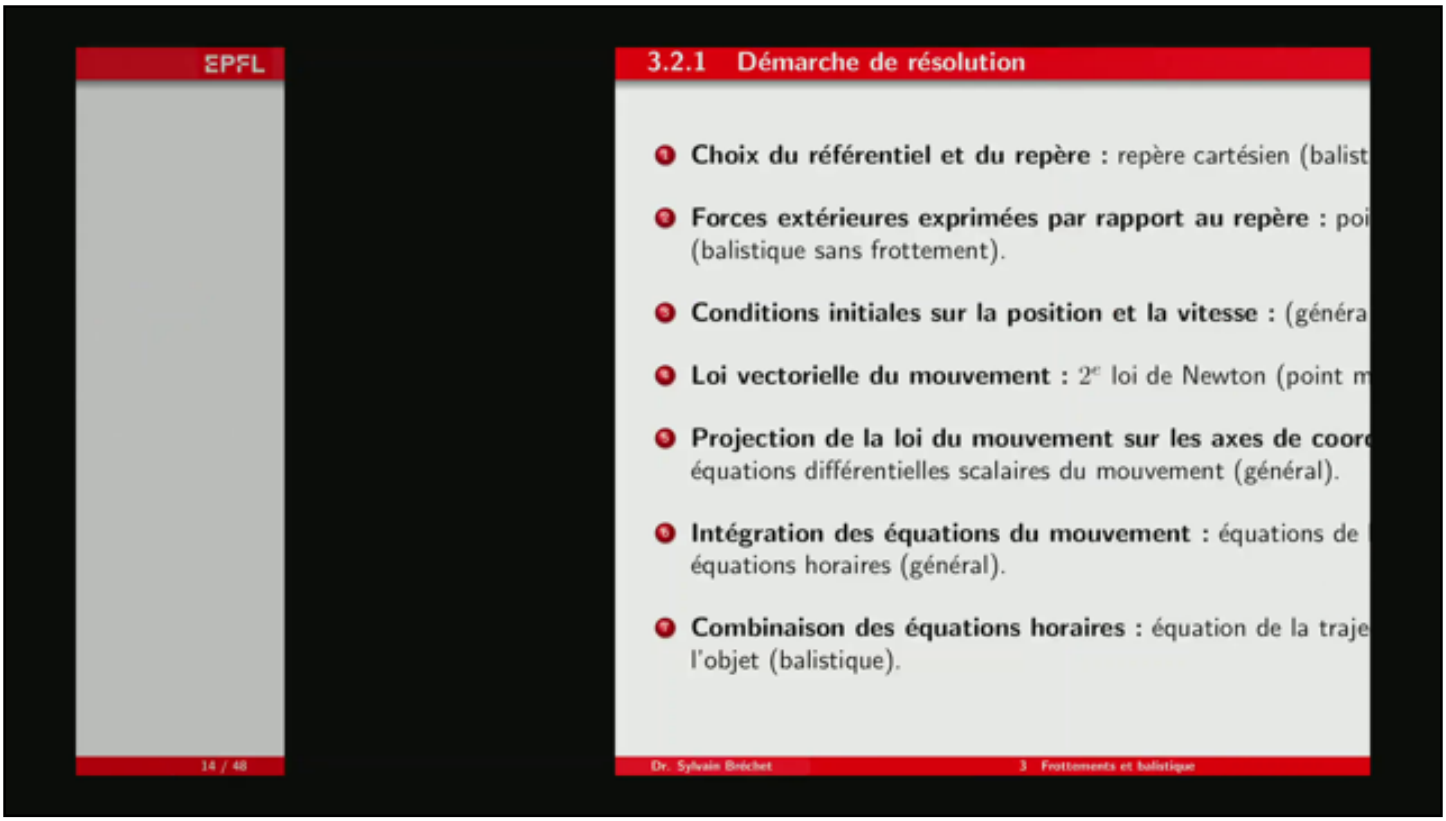
51m 25s



? Alors, absolument, c'est un fluide non-nutégnant. D'accord ? Alors, bon, pour décrire la mécanique des fluides non-nutégnants, il faut résoudre des équations qu'on appelle les équations de Navier-Stokes. Et j'aimerais mentionner au passage, comme vous êtes mathématicien, qui n'existe pas de solutions analytiques à ces équations. Et que si, par hasard, dans vos études, vous en trouvriez une, ça vous rapporterait, vous gagnez rire au loto, pour ainsi dire, puisque vous toucheriez l'équivalent d'un million de francs. D'accord ? Voilà. C'est un des fameux problèmes du Millélium, qui était déjà un problème qui avait été formulé par David Hildebert au début du XXe siècle, pardon, en 1900. D'accord ? Et 100 ans plus tard, on a fait des progrès, mais on n'a encore pas résolu ces équations. Voilà.

notes

résumé

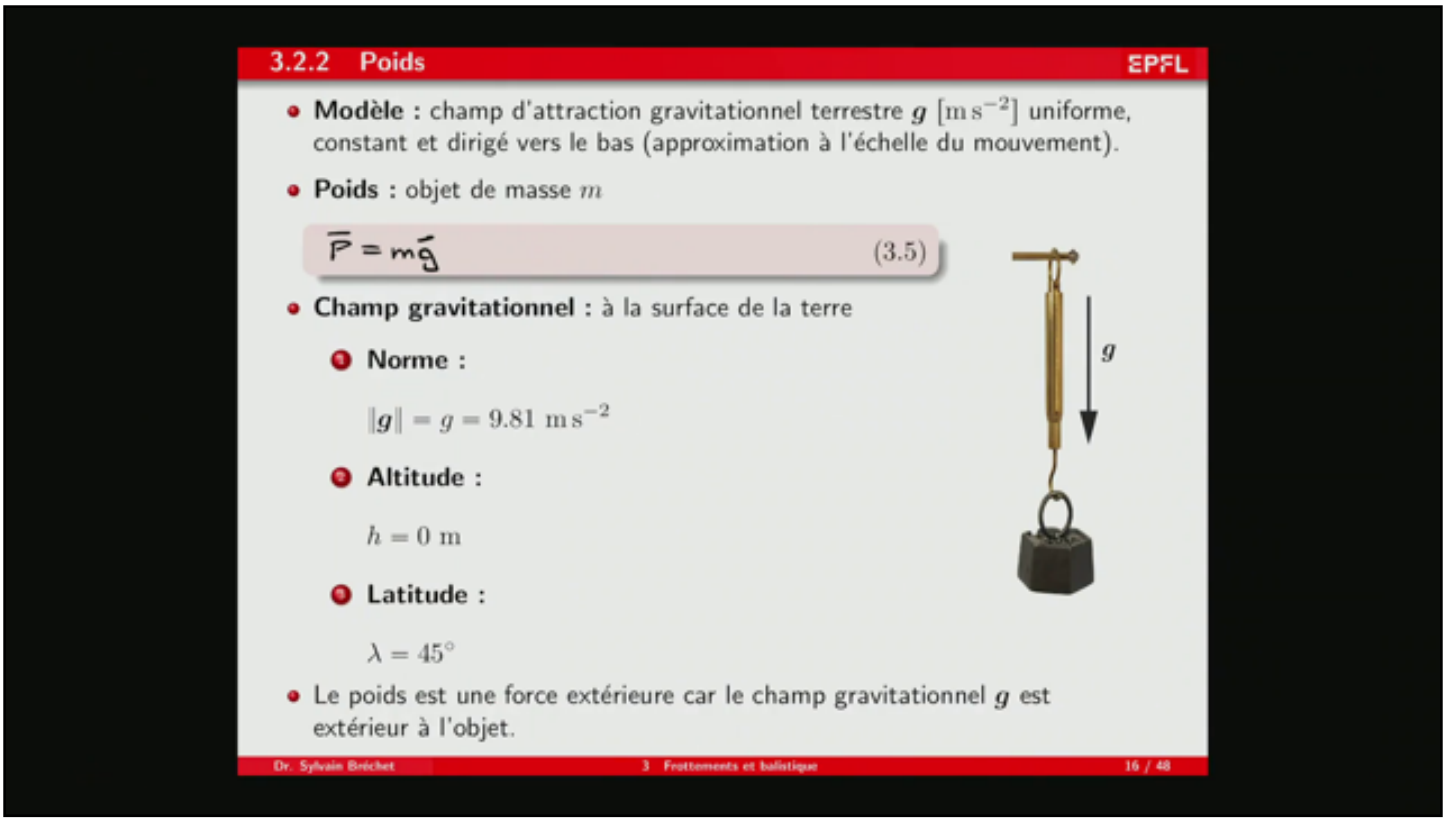


Passons maintenant à l'étude de la ballistique sans frottement dans un premier temps. D'accord ? Je vais vous donner une démarche de résolution de problèmes de mécanique qui fait intervenir la 2e loi de Newton. C'est peut-être au niveau pratique. Un des transparents, si ce n'est le transparent le plus important dans le cadre de secours. Vous avez une question ? Oui ? C'est apparemment à vous dévier. Imaginez-nous, on mélange le... Est-ce que vous pouvez revenir à ça ? C'était initial ? Oui. Si vous prenez... C'est pour certaines substances, oui. Si vous prenez, par exemple, disons, du ketchup, d'accord ? Donc le ketchup, vous l'agitez, vous le secouez, OK ? Un peu comme le yoghurt, quand vous le secouez, enfin, quand vous l'agitez, la viscosité diminue. Maintenant, si vous laissez reposer votre bouteille qui contient un plastique, qui contient du ketchup, si vous attendez suffisamment longtemps, disons que vous avez dégusté des frites, et puis qu'une semaine plus tard, l'envie vous reprend de manger des frites, vous reprenez votre ketchup, et bien là, il se sera nouveau figé. C'est quelque chose qui prend du temps. Alors après, suivant le type de substance, ça prend plus ou moins de temps pour que la viscosité évolue au cours du temps, qu'elle augmente ou diminue suivant le type de substance considéré. C'est vraiment quelque chose de très pratique. Alors là aussi, faire une modélisation théorique peut s'avérer facileuse, mais on a des mod... Enfin, si vous voulez, on a des données expérimentales qui permettent de comprendre ce qui se passe. Voilà.

notes

résumé

54m 4s

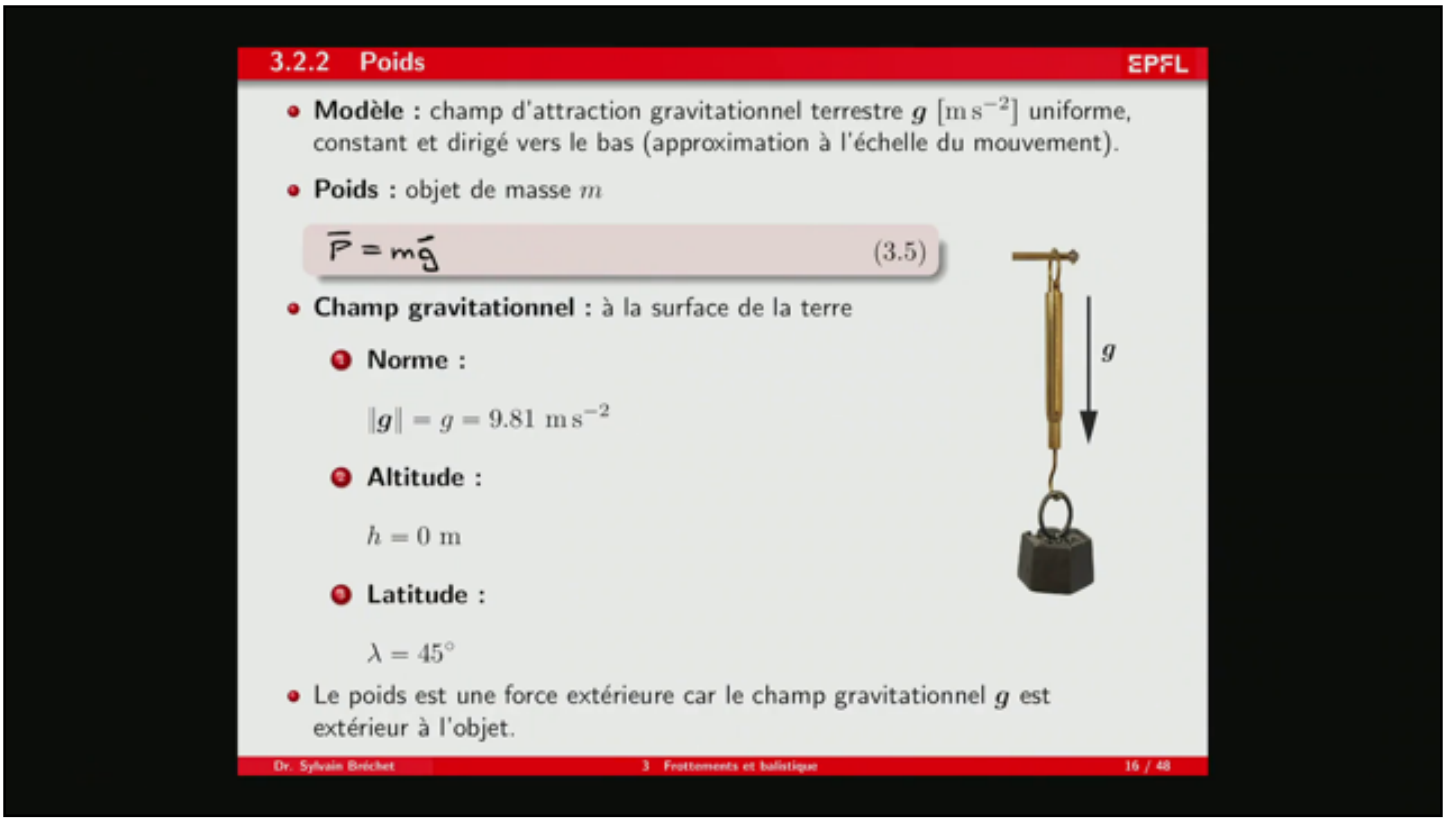


Donc, commençons par la démarche de résolution d'un problème de mécanique. La première étape, c'est de savoir par rapport à quoi on décrit le mouvement, donc de trouver le référentiel. Alors au début, pour des mouvements à la surface de la Terre, on prendra la Terre, donc j'ai envie de dire les... Allez, les 9 premières semaines, le choix du référentiel est trivial. Après, il est beaucoup plus subtil. En ce qui concerne le repère, pour l'instant, on n'a pas de symétrie particulière. Le seul repère qu'on a vu ensemble, c'est un repère cartésien. On prendra le repère cartésien. En plus tard, suivant la symétrie, si l'indrique est sphérique, on prendra un repère adapté qu'on verra la cinquième semaine. Donc, pour la ballistique spécifiquement, on prend un repère cartésien qu'on fait coïncider avec le référentiel tel que l'origine est fixe par rapport au référentiel, les axes de coordonnée aussi. La deuxième étape, c'est de décrire la cause du mouvement. La cause du mouvement, c'est les forces extérieures qu'on va devoir exprimer dans le repère. Alors pour le poids, ça va être très simple. Pour d'autres forces, c'est plus délicat. D'accord ? Mais pour le poids, c'est simple. Ensuite, il faut convenir des conditions initiales. On va voir dans un instant que, quand on a une équation différentielle qui décrit un mouvement avec des conditions initiales différentes, on a un mouvement différent. D'accord ? Même si la loi, elle, reste la même. Ensuite, il faut écrire la loi vectorielle du mouvement. Ça, j'ai envie de dire que c'est une formalité. Parce que vous prenez l'ensemble des causes et l'ensemble des forces, vous écrivez leur somme vectorielle, la somme des forces extérieures, d'accord ? Pour un cas spécifique, qui va être égal si l'objet a une masse constante, si c'est un premier matériel, au produit de la masse, il faut à l'accélération. D'accord ? Après, ce qu'il faudra faire, c'est prendre cette

notes

résumé

55m 37s



équation vectorielle, tridimensionnelle, et la projeter, selon les axes de coordonnées du repère cartésien, on identifie les scalaires qui multiplient les mêmes vecteurs unitaires. D'accord ? On a trois équations. Et dans le cas général, les équations vont dépendre de fonctions et de leurs dérivés. D'accord ? De leurs dérivés par rapport au temps. Dans le cas le plus général qu'on verra ensemble, la semaine prochaine, avec le mouvement oscillatoire amorti, on va se retrouver avec une accélération, une vitesse et une position qui se trouve dans la même équation. Et il faudra qu'on trouve les solutions. Les axes, c'est pas gagné d'avance, mais on peut y arriver. D'accord ? Une fois qu'on a donc projeté la loi du mouvement sur les axes de coordonnées, on a nos équations du mouvement. Alors, dans le cas du poids, pour des raisons de symétrie, on verra qu'il y a deux équations qui sont intéressantes, celles qui nous donnent le mouvement horizontal, celles qui nous donnent le mouvement vertical. D'accord ? Ensuite, il faut les intégrer pour obtenir ce qu'on appelle l'équation horaire qui nous donne les coordonnées en fonction du temps. Et puis, quand on a un mouvement ballistique, pensez à un projectile qu'on lance, on sait très bien qu'en première approximation, si on églige le frottement, ce mouvement ballistique donnera lieu à une trajectoire parabolique. Donc on aimerait retrouver une parabole, c'est un lieu géométrique, qui dit lieu géométrique, veut dire que le temps est implicite, on ne s'intéresse pas autant, on s'intéresse purement à la géométrie. Donc qu'est-ce qu'on va faire ? On va exprimer une coordonnée en fonction de l'autre. On va exprimer la cordée verticale en fonction d'un corneau horizontal. Pour ce faire, il faudra s'affranchir du temps et combiner les équations ensemble. On verra comment on peut faire ceci. Ça sera très simple. Dans le cas de la ballistique, sans frottement, ça sera nettement plus ardu dans

notes

résumé

3.2.2 Poids

EPFL

- **Modèle :** champ d'attraction gravitationnel terrestre g $[\mathrm{m\,s^{-2}}]$ uniforme, constant et dirigé vers le bas (approximation à l'échelle du mouvement).
- **Poids :** objet de masse m

$$\vec{P} = m\vec{g} \qquad (3.5)$$



- **Champ gravitationnel :** à la surface de la terre
  - **Norme :**

    $\|\boldsymbol{g}\| = g = 9.81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

  - **Altitude :**

    $h = 0\ \mathrm{m}$

  - **Latitude :**

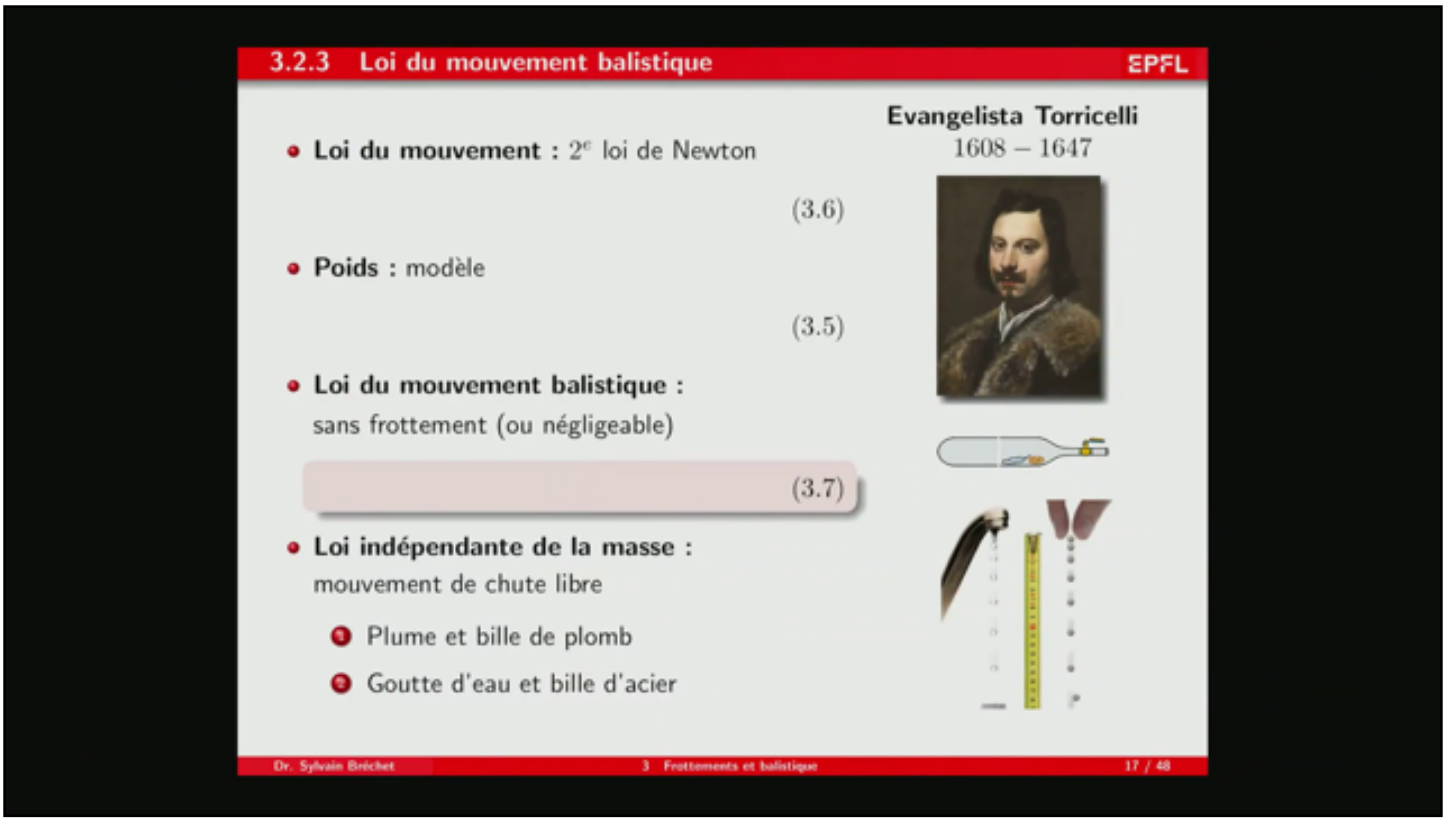
    $\lambda = 45°$

- Le poids est une force extérieure car le champ gravitationnel g est extérieur à l'objet.

le cas de la ballistique avec frottement. D'accord ?

notes

résumé



Alors, je rappelle le modèle du poids qu'on a rapidement énoncé la semaine passée. Si vous êtes à la surface de la Terre, les rayons de courbure est grand. Vous pouvez considérer que le poids d'un objet est à peu près constant. C'est le produit de sa masse. Il faut un vecteur d'accélération, qui est le vecteur d'accélération du champ gravitationnel terrestre, qui est toujours orienté verticalement vers le bas, dont la norme vaut un mi-chemin entre l'équateur et le pôle. A une altitude qui correspond au niveau de la mer, à peu près 9,81 mètres par seconde carré. Et les valeurs qu'on a ici à Lausanne sont sensiblement les mêmes. D'accord ?

notes

résumé

59m 9s



Voilà. Donc maintenant, on va faire de la modélisation et on va énoncer la loi du mouvement ballistique. La somme des forces extérieures, nous lids la 2e loi Newton, c'est le produit de la masse. Il faut l'accélération. Si on églige toute forme de frottement, la seule force extérieure à laquelle est sujette un point matériel, c'est son propre poids, qui va être égale au produit de la masse fois l'accélération, ce poids, c'est le produit de la masse fois le champ gravitationnel terrestre. D'accord ? Donc maintenant, prends ce modèle du poids, qu'on substitue dans la loi du mouvement ballistique, et donc sans surprise, MG égale MA. La masse évidemment est non nul, on a donc le droit de diviser par la masse. Et donc on trouve que l'accélération, c'est celle du champ gravitationnel terrestre, c'est une constante en norme et en orientation. Elle est verticalement orientée vers le bas, sa norme, c'est 9,81 mètres par seconde carré. Alors, cette loi du mouvement ballistique, elle a été comprise intuitivement par Galilé. Galilé n'a jamais réussi à faire l'expérience qui permet de la valider. En revanche, c'est son disciple, Evangélis Tatorichelvi, qui a fait l'expérience après la mort de Galilé. Il a réussi à obtenir un vide suffisamment important, qui est rudimentaire aujourd'hui, mais qui permettait quand même de voir ce phénomène, de voir que si vous prenez deux objets complètement différents, un objet assez lourd comme une pièce de monnaie, un autre objet plus léger comme une plume, d'accord ? Et bien dans le vide, où dans un vide suffisamment important, d'accord, où le frottement peut être négliger, et bien le mouvement de ces deux objets est le même. S'ils sont lâchés sans vitesse initiale, ils vont se déplacer de manière synchronisée. Ils vont avoir un mouvement de chute libre avec une accélération constante, qui est celle du champ gravitationnel terrestre. Alors, vous l'avez vu la semaine passée en

notes

résumé

59m 54s



vidéo, avec la boule de bowling et la plume doigt. On va refaire cette expérience ensemble, ou une version de cette expérience. Donc on voit déjà que cette accélération est indépendante de la masse de l'objet. Et si, dans un premier temps, vous avez ici une plume et une pièce de monnaie, le tube est ouvert. Bon, si je le retourne, le frottement va être important. Le frottement va évidemment plus freiner la plume que la pièce que va-t-il se passer ? La pièce arrive en premier au bas. Vous voyez ? La plume tombe encore. Bon, alors maintenant, on va faire le vide. Alors, faisons le vide, jusqu'à ce que je vois. Oui. Voilà. Alors, actionnons la pompe. Vous avez ici un manomètre, qui vous donne la valeur de la pression, vous voyez que la pression diminue. Et puis elle va se stabiliser, c'est-à-dire que cette pompe à palettes pourra faire un vide jusqu'à un certain ordre de grandeur. Elle pourra pas aller au-delà. Voilà, donc maintenant, on va arrêter la pompe. Voilà, on va enlever le tube. Hop. Et on va refaire l'expérience. Ah, il y a la. Fermis. Voilà, voilà. C'est ça. Donc on va refaire l'expérience. Regardez bien. Est-ce que quelqu'un veut la faire ? Quelqu'un a envie de faire tourner le tube ? Venez me rejoindre. C'est juste pour vous montrer qu'il n'y a pas de trucages. C'est vraiment de la physique. D'accord ? Alors, Katerina, prenez le tube. Faites la tournée à 3. 1, 2, 3. Alors, refaites-le dans l'autre sens, parce qu'il y a eu... Non, il est simplement, c'est une tension de surface. Donc, c'est mieux quand c'est en bas. Donc refaites-le. 1, 2, 3. Vous voyez ? C'est synchronisé. Merci beaucoup, Katerina. Alors, évidemment que si on est dans le vide, on arrive à montrer ceci, conforme à ce qu'affirme Egalilé, mais c'est vrai aussi, si on est dans l'air, et

notes

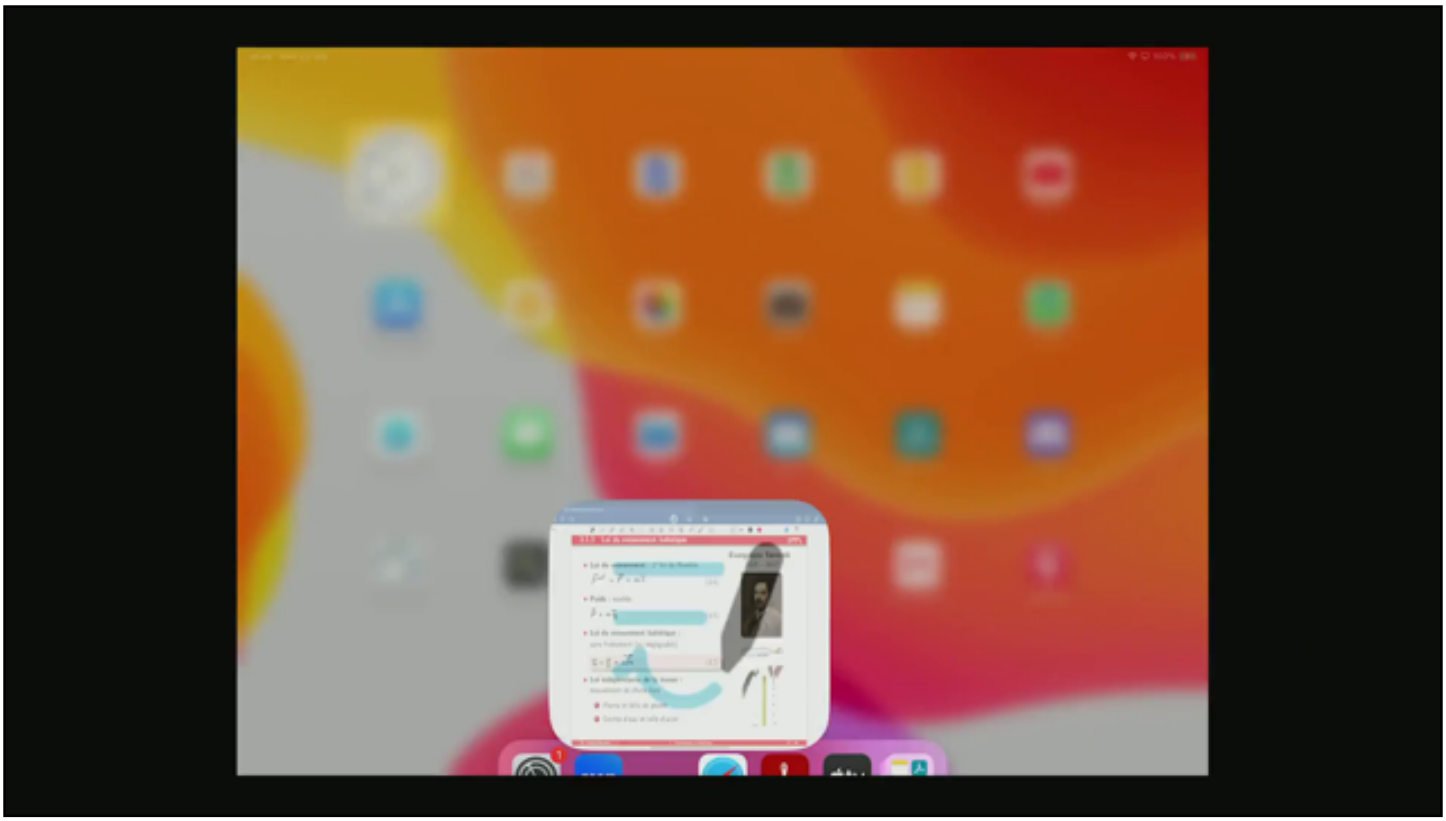
résumé



que le frottement est négligeable. Et là, je vais vous montrer une expérience sensationnelle qui a été réalisée par un photographe français, qui a synchronisé la chute d'une bille de plomb qui a à peu près le même volume et la même forme qu'une goutte d'eau. D'accord ? Et ce qu'on voit, c'est qu'on peut effectivement négliger le frottement, et que même si la masse des deux objets varie dans Factor 8, d'accord ? Le mouvement est parfaitement synchronisé.

notes

résumé

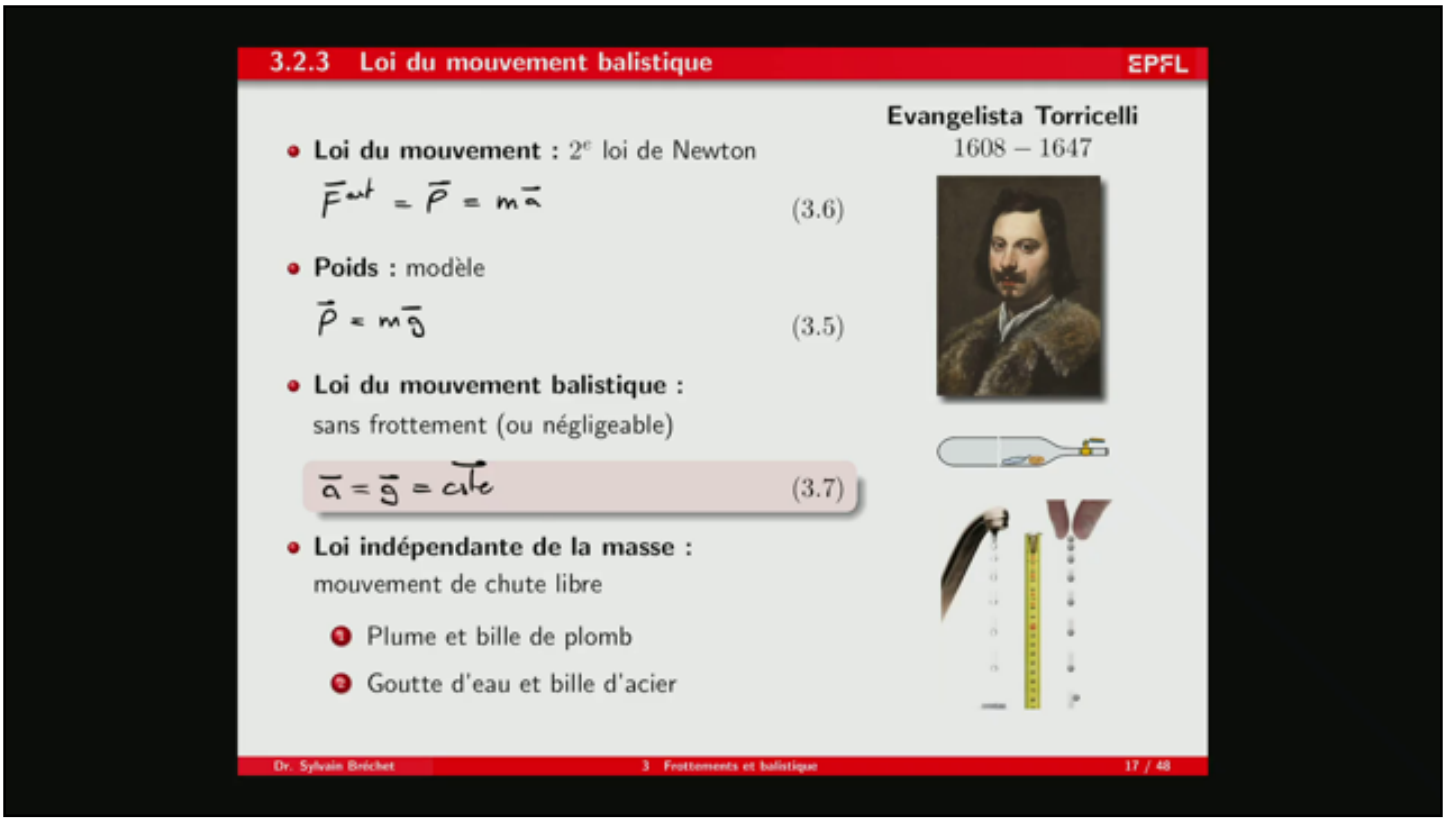


Regardez-vous. C'est sur la... là, c'est celle-ci. Voilà. La fille sur un fond blanc, c'est par contre beaucoup plus compliqué. A moins d'avoir une caméra rapide. Très rapide, même. Rendez-vous compte. 6 000 images par seconde. On ralentit le film maintenant. Regardez bien la goutte d'eau qui s'étire avant de quitter le robinet. En fait, c'est un liquide. Alors que l'habit de d'acier, elle est insolide. Elle tombe régulièrement. Regardez la goutte d'eau. On dirait qu'elle descend par à coup. En fait, c'est un liquide perturbé par son départ. Mais le centre de gravité de cette goutte d'eau accélère très progressivement. Et voilà qu'après 20 centimètres de chute, le verdict va tomber. Mâche nul. Donc Galiléa est bien raison. D'accord ? C'est non seulement vrai dans le vide, mais c'est vrai aussi si l'effraînement peut être négligé. Et ça, c'est souvent le cas dans la pratique. Alors, jamais 203. J'aimerais encore vous montrer une autre expérience

notes

résumé

64m 52s

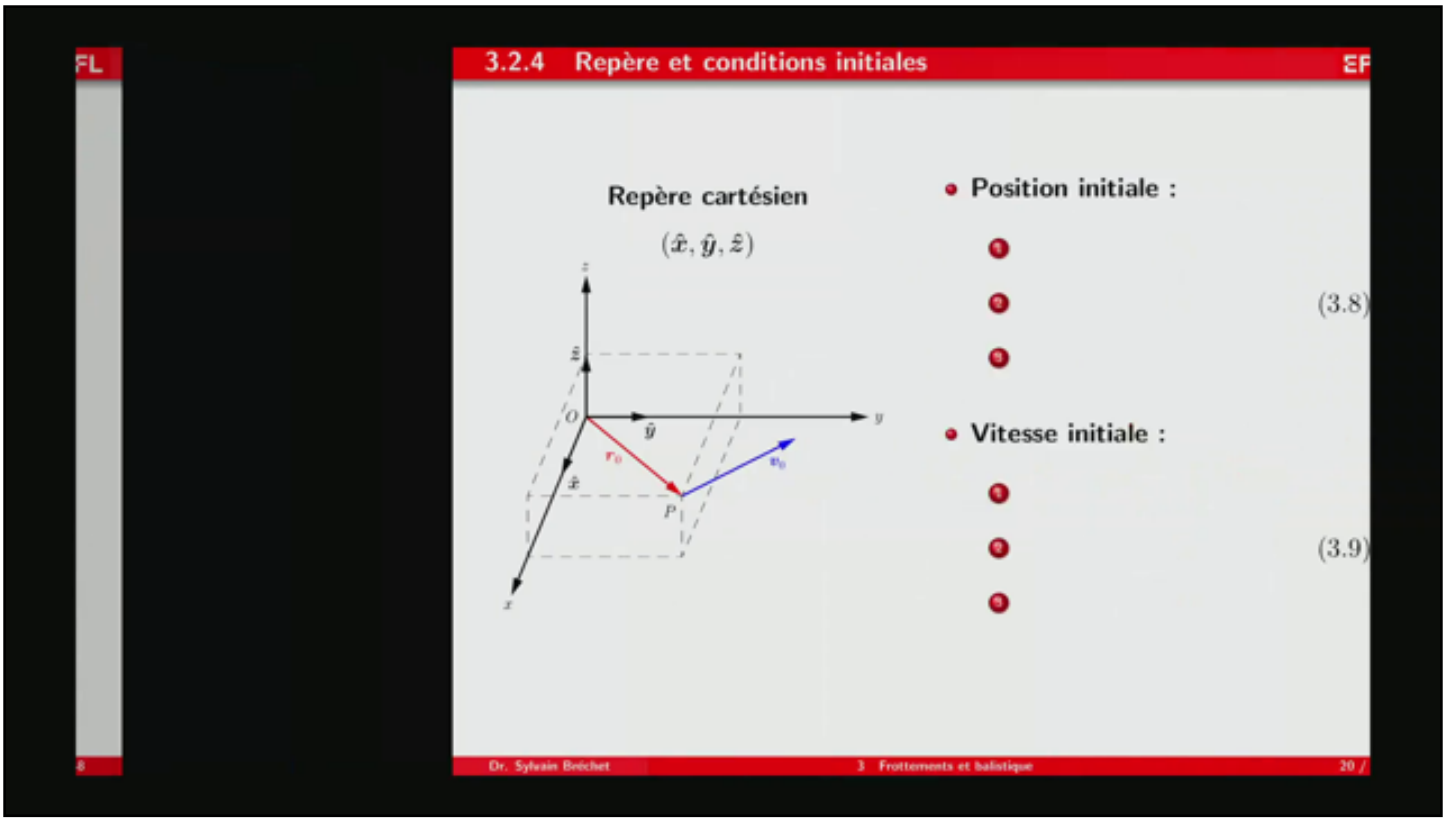


qui a été réalisée dans un endroit où il n'y a même pas eu besoin de faire le vide. La lune, exactement la surface de la lune, par David Scott en 1971. Alors, là, voici. Avec un marteau et une plume. C'est un marteau à gauche, la plume à droite. Vous avez vu qu'ils sont tombés beaucoup plus gentiment. Pour une raison très simple, c'est que la masse de la lune étant bien inférieure à celle de la Terre, vous avez un champ gravitationnel qui est six à sept fois plus faible sur la lune que sur la Terre. D'accord ? Donc l'accélération est plus faible. Le mouvement, pareil, est plus faible. Et c'est un marteau à gauche. Que sur la Terre. Donc l'accélération est plus faible.

notes

résumé

65m 55s

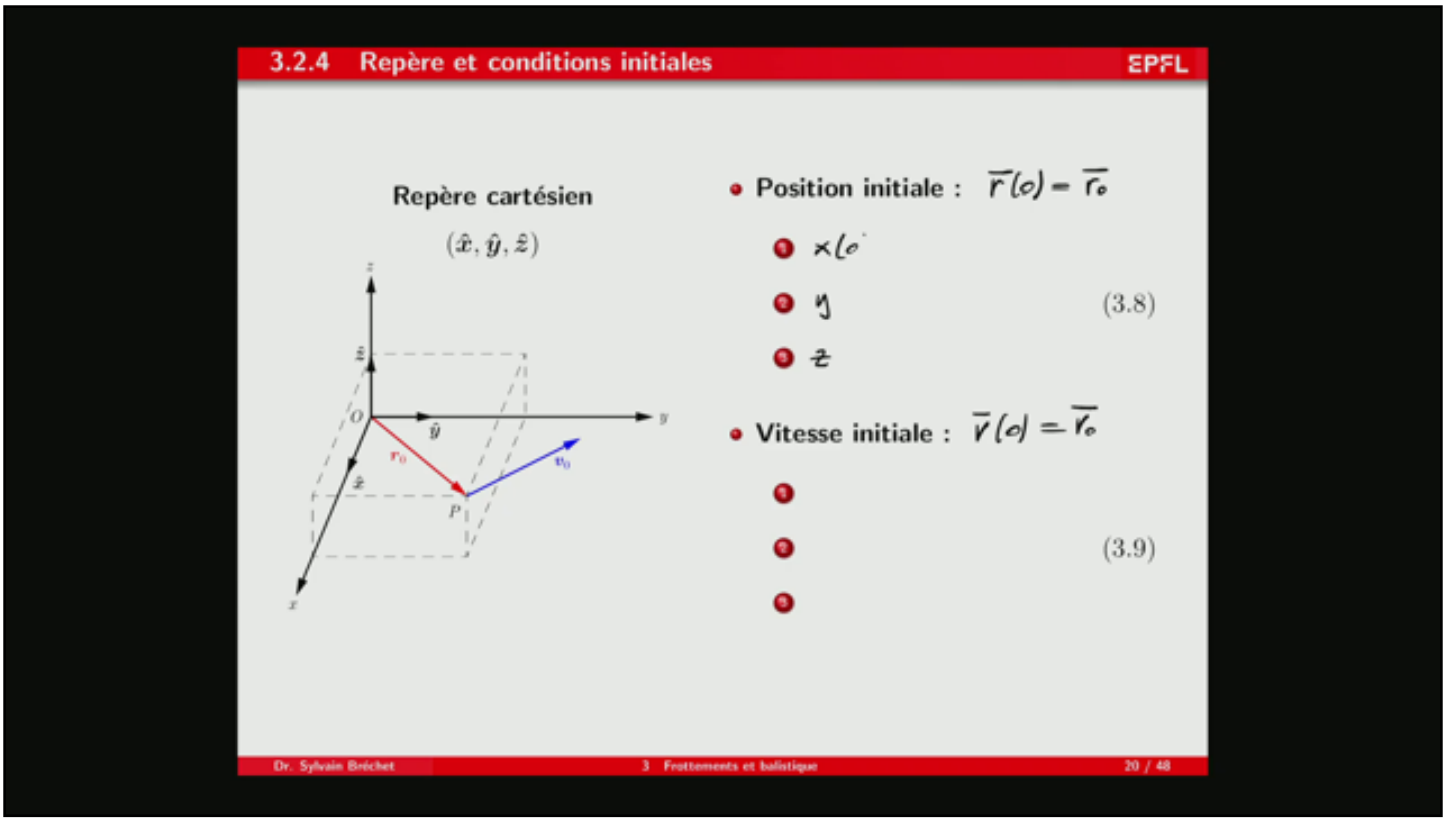


Le mouvement, pareil, comme figé. On arrive bien à voir ce qui se passe. D'accord ?

notes

résumé

66m 44s

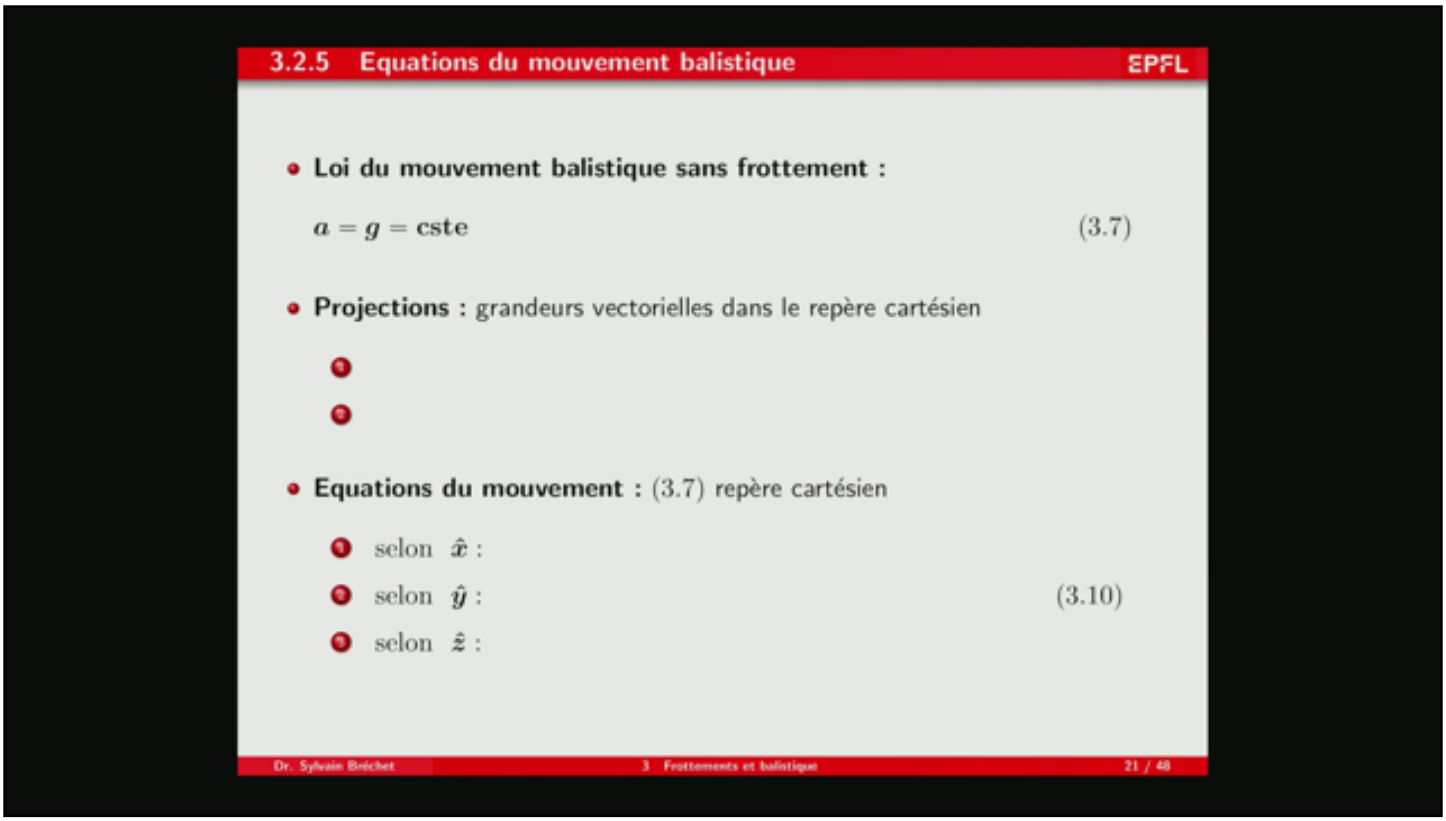


Voilà. Le mouvement dépend de manière cruciale des conditions initiales. D'accord ? Si je prends cette craie que je laisse tomber sans vitesse initiale, sa trajectoire est un mouvement rectiligne, rectiligne uniformément accéléré, d'accord ? La trajectoire est verticale. Je prends la même craie. Je la lance. Hop ! J'ai une trajectoire parabolique. D'accord ? Pourquoi ? Parce que j'ai donné une vitesse initiale à la craie dans un plan vertical. La force est la même. C'est le poids qui mène la danse. Mais tout dépend des conditions initiales. Cet exemple, vous fait comprendre qu'il est essentiel de spécifier les conditions initiales lorsqu'on cherche la solution d'un mouvement. Et on le fait naturellement lorsqu'on intègre les équations du mouvement. Alors, faisons-le de manière générique maintenant. Prenons notre repère cartésien, notre système d'axe, le repère est ici. Supposons qu'à l'instant initial, le point matériel qui coincide avec l'objet se trouve en position R0 et que cet objet a une vitesse V0. Vectoriellement, ce qu'on est en train de dire, c'est que le vecteur position R autant t égale 0, c'est le vecteur en rouge R0, et que le vecteur vitesse V évalué autant t égale 0, c'est le vecteur vitesse V0. Alors, ceci, maintenant, on va l'exprimer en composantes dans le repère cartésien. Les composantes du vecteur position,

notes

résumé

66m 50s

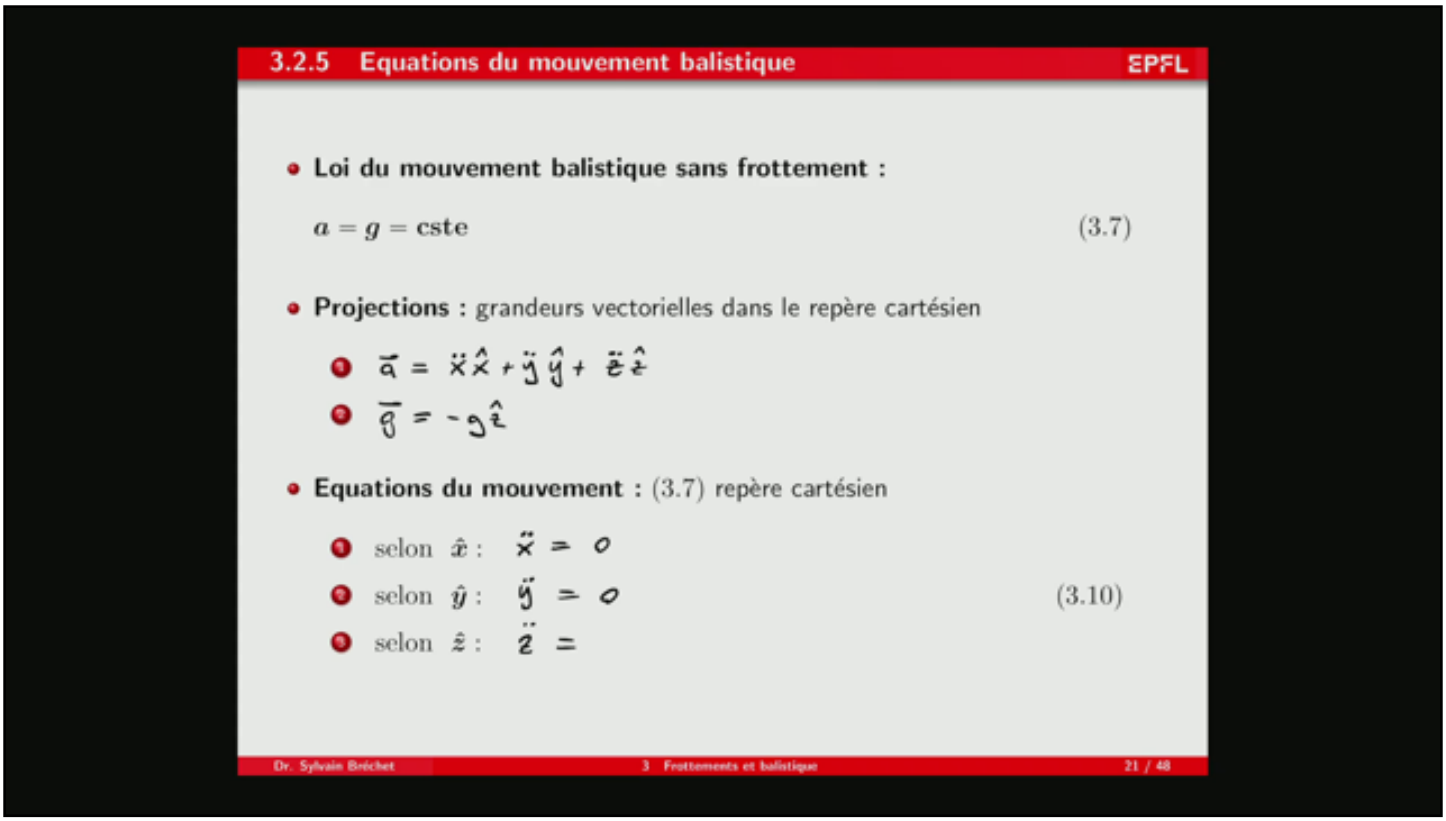


du vecteur R, sont x, y et z. On les évalue à l'instant initial autant t égale 0. Elles vont donc coincider avec les composantes x0, y0 et z0 du vecteur R0. D'accord ? C'est pas très compliqué, mais il faut quand même le dire. Concrètement, pour un problème donné, on aura spécifié x0, y0 et z0, ou alors on demandera de les déterminer. Bon, les composantes du vecteur vitesse, c'est les dérivés temporels des composantes du vecteur position, encore dans les cartesiennes, c'est donc x.évaluant 0, y.évaluant 0 et z.évaluant 0. Concrètement, on peut aussi dire que c'est les composantes du vecteur vitesse dans le repère cartesien vx, évaluant 0, vy, évaluant 0, evz, évaluant 0, qui vont donc coincider avec les composantes cartesiennes du vecteur v0, soit v0x, v0y et v0z. D'accord ? Encore une fois, c'est pas très compliqué, mais il faut l'avoir spécifié proprement. OK ? Bien.

notes

résumé

68m 37s

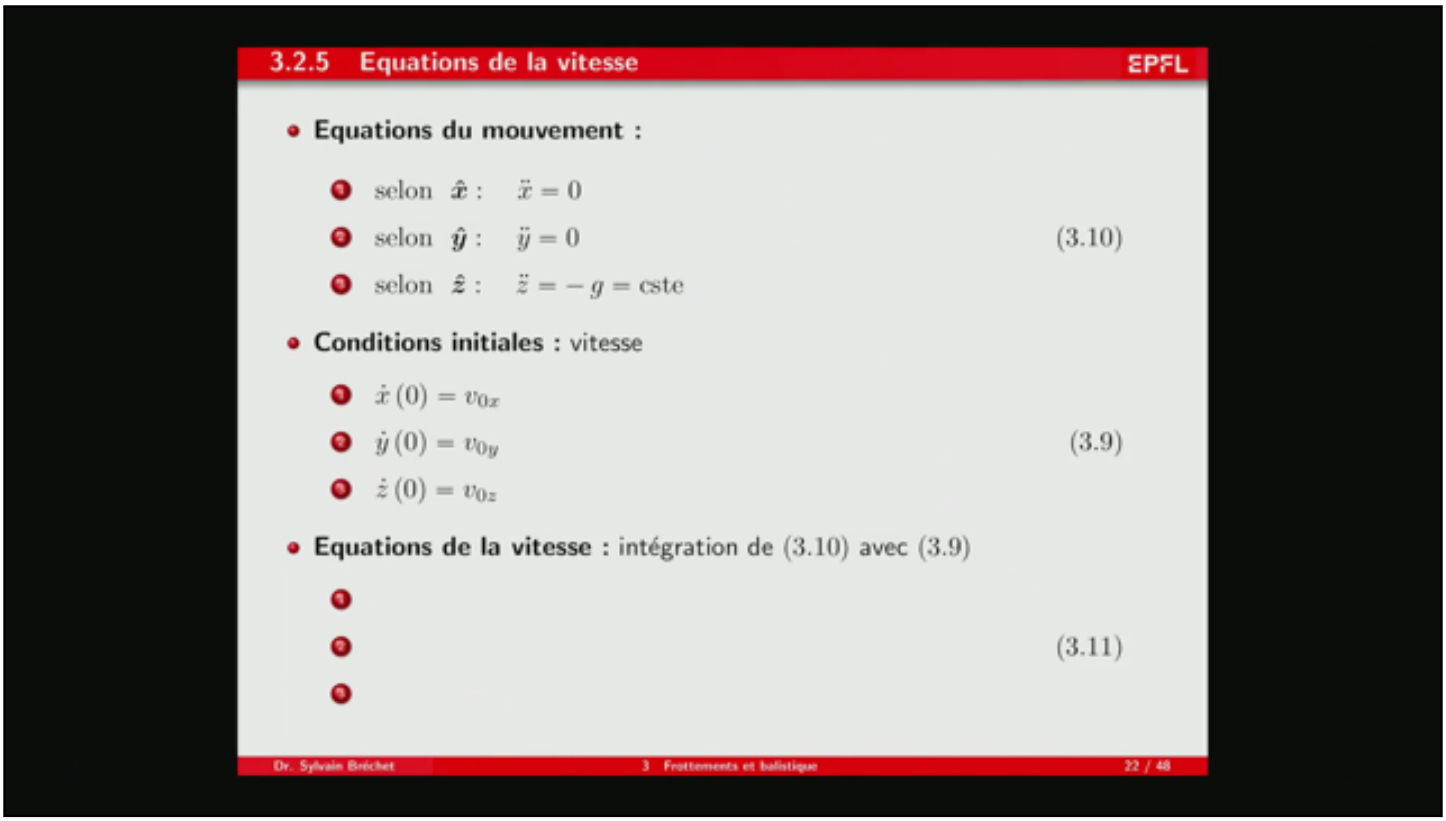


Alors, maintenant, lançons-nous dans les maths. On a notre équation du mouvement balistique, qui nous dit que le vecteur accélération, c'est celui du champ gravitation EDG. Donc la première chose à faire, c'est d'exprimer ces grandeurs vectorielles dans le repère cartesien. A priori, l'accélération peut avoir une orientation quelconque. D'accord ? Mais pratiquement, c'est pas le cas, mais écrivons-là, dans sa généralité, encore dans les cartesiennes. On aura les dérivés temporels, secondes des coordonnées cartesiennes de position, d'apsis, x.point, x.vector unitaire correspondant x chapeau, plus d'ordonnées y.point, x.vector unitaire correspondant y chapeau, plus des verticales, z.point, x.vector correspondant z chapeau. En ce qui concerne le champ gravitationnel, on sait que celui-ci est vertical, non seulement il est vertical, mais il est orienté vers le bas. Or, si vous regardez l'image précédente, voyez que z chapeau est orienté vers le haut. Donc il y a un signe moins, on a la norme et on a le vecteur unitaire z chapeau. Ok ? Alors maintenant, trouver les équations du mouvement revient à projeter l'équation vectorielle qui est ici, selon les axes de coordonnées, c'est-à-dire à identifier les termes scalaires qui multiplient les vecteurs unitaires x chapeau, y chapeau et z chapeau. Pour l'accélération, c'est clair, ce sera x.point, y.point, z.point. Qu'en est-il maintenant du vecteur g ? Ces deux premières composantes, selon x, y, que les composantes horizontales sont évidemment nulles,

notes

résumé

69m 54s

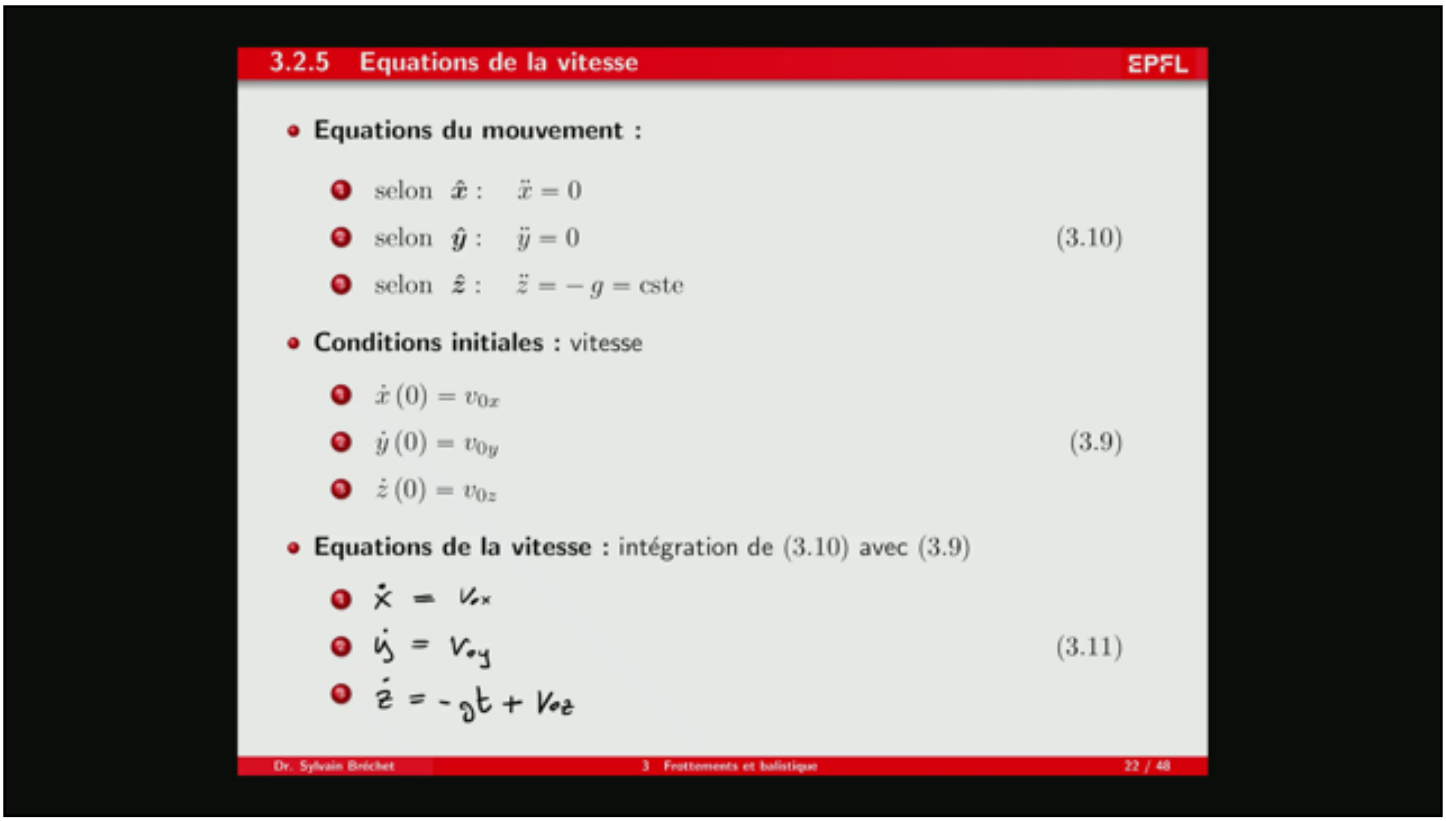


la composante verticale, c'est moins g, et c'est une constante. Voilà. On a donc maintenant trois équations différentielles qu'on peut intégrer pour trouver, tout à tour, les équations qui déterminent les composants de la vitesse et les équations qui déterminent les composants de la position, qui sont les équations horaires. Et c'est ce qu'on va faire.

notes

résumé

71m 29s

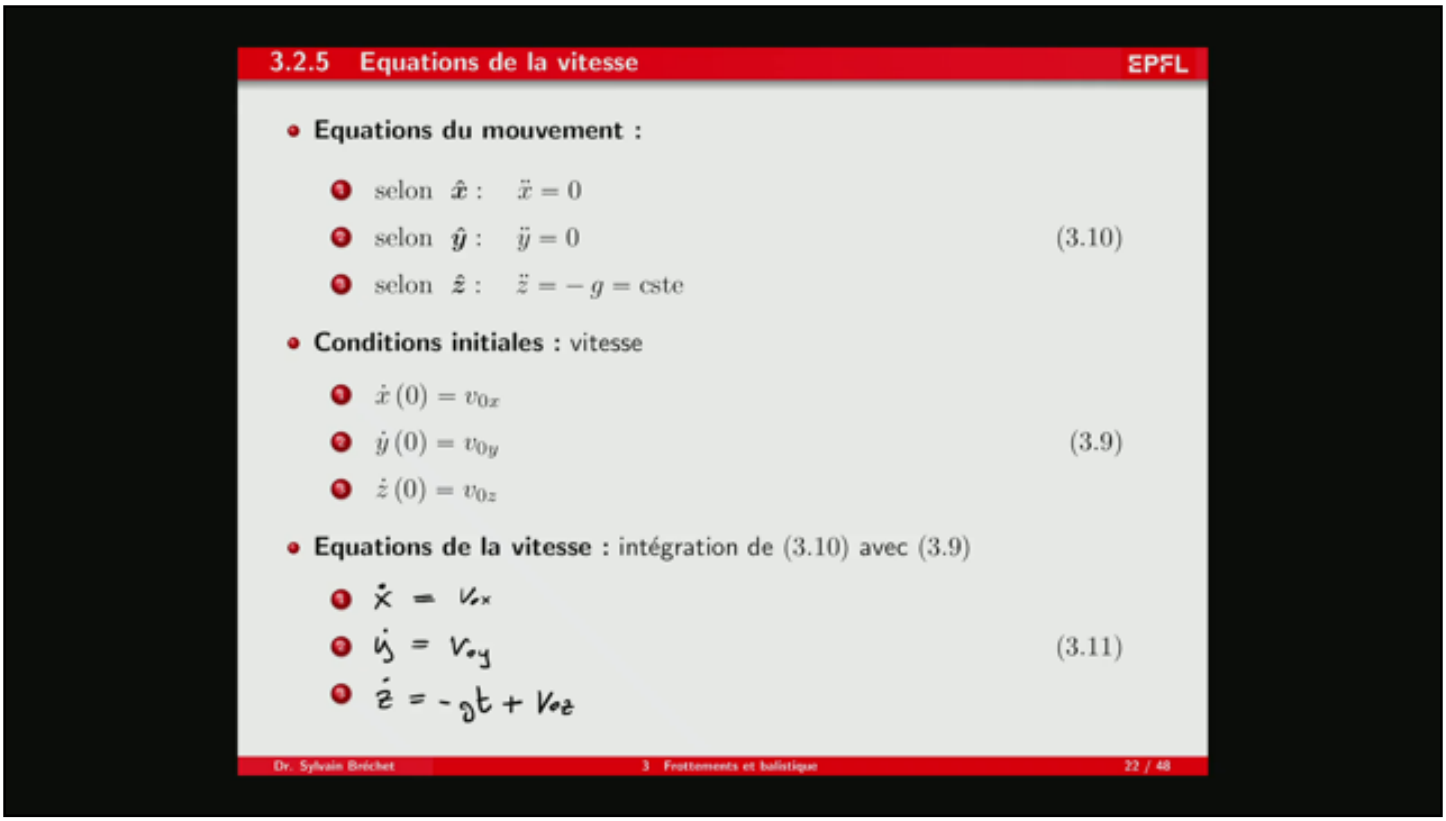


On va donc en intégrant une première fois les équations du mouvement qui sont ici. On va trouver les équations de la vitesse. On aura besoin des conditions initiales fixées sur la vitesse qu'on a introduite précédemment. OK ? Alors, on pourrait le faire avec l'artil rigelourde en écrivant explicitement des intégrales, et on peut le faire implicitement rapidement. Je vais vous expliquer comment on fait ça. Commençons par la première équation qui est ici. X.1 égale 0. Bon. Si on intègre X.1 par rapport au temps, qu'est-ce qu'on trouve ? X.1. D'accord ? Parce que la dérivée de X.1 par rapport au temps, c'est X.1. Donc l'intégrale de X.1, c'est X.1. D'accord ? Tu ouvres la même chose pour Y.1 qu'on intègre dans les deuxièmes équations et Z.1 qu'on intègre dans la troisième. Maintenant, la question, c'est, il y a quoi dans le nombre de droites ? Bon. Lorsqu'on intègre 0, qu'est-ce que ça donne ? Une constante. Quelle est la valeur de cette constante ? On la détermine avec les conditions initiales, concrètement, on va faire quoi ? En prenant X.1, on l'évalue en T égale 0. Et on voit que cette constante, c'est V0X. Voilà, c'est la réponse. D'accord ? On fait pareil pour Y.1. Y.1, on l'obtient en intègrant 0. Ça nous donne une constante. Cette constante, on la détermine grâce à la condition initiale qui est ici. On évalue Y.0, c'est V0Y. Ok ? Terminons avec Z.1 maintenant. Ça, c'est un petit peu plus technique parce que Z.1. c'est pas 0. C'est une constante qui est moins gée. Bon. Alors, quand on intègre une constante, qu'est-ce qu'on trouve à une constante près ? La constante multipliée par la variable, qui est le temps. Donc, on aura... Ah oui, j'ai oublié le 0Y. On aura moins GT, plus une constante. Et pour trouver cette constante, la logique est toujours la même. On évalue donc Z.1 en

notes

résumé

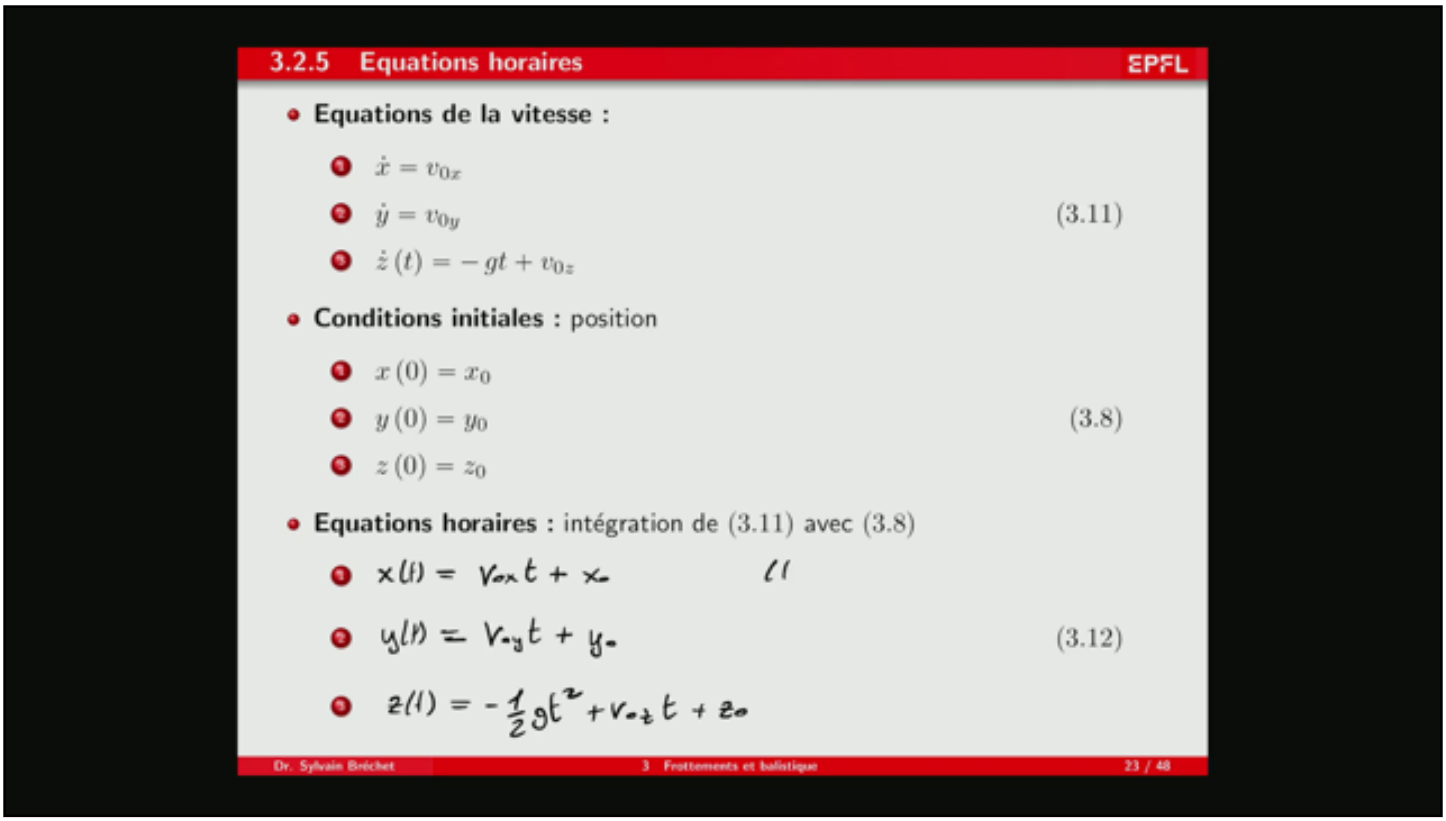
71m 49s



T égale 0. Donc, en T égale 0, ce premier terme est nul. Et par définition, ça nous donne V0Z. Donc, la constante, c'est V0Z. On voit qu'on a une vitesse constante dans le plan horizontal pour les axes XY. Et on a une vitesse qui varie linéairement selon l'axe vertical.

notes

résumé

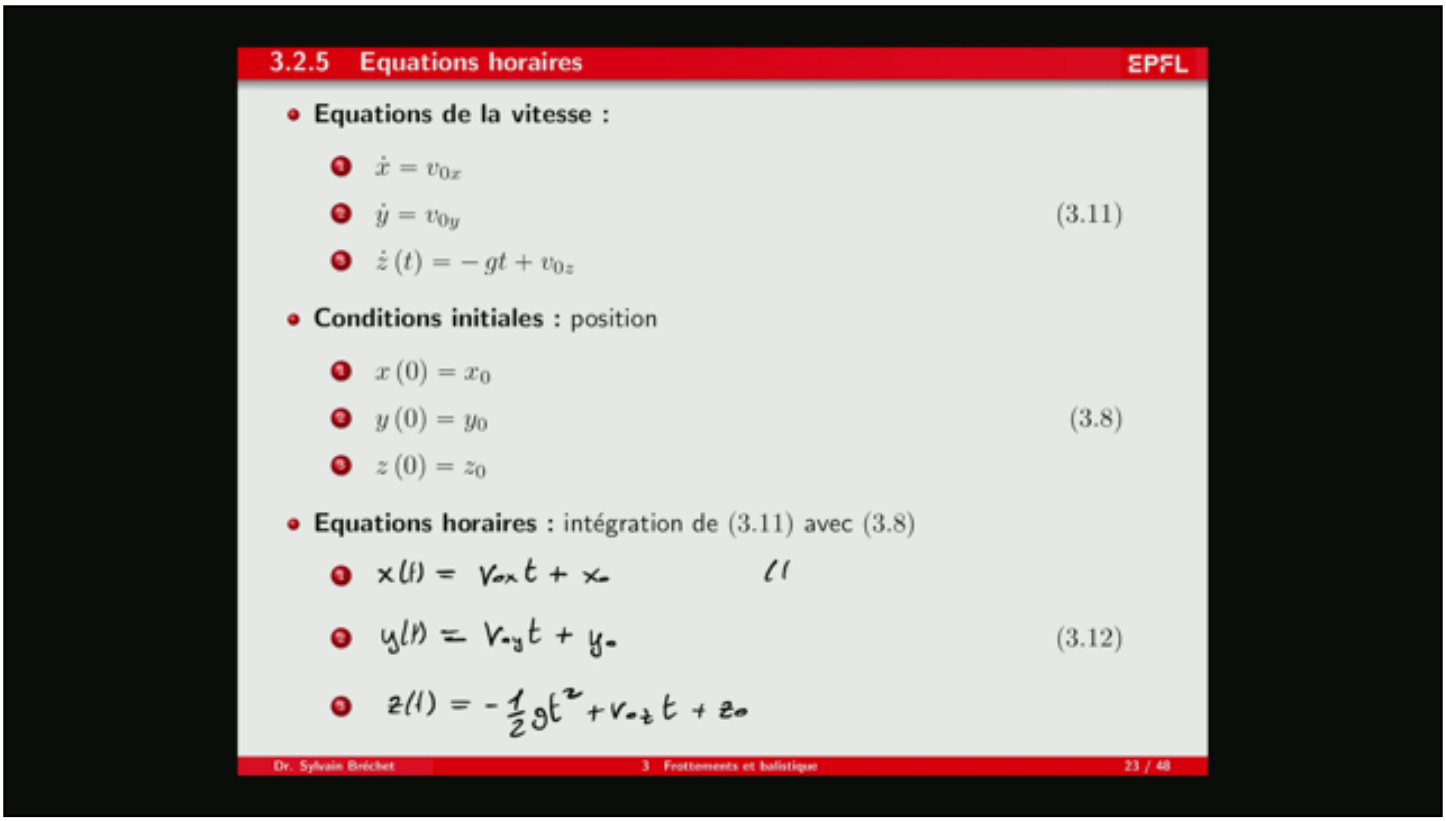


Terminons l'analyse en faisant une deuxième intégration par rapport au temps. On va intégrer par rapport au temps les équations de la vitesse pour trouver les équations horaires. Ok ? Alors, dans le membre de gauche, l'intégrale de X point, c'est X. Parce que la dérivé de X, c'est X point par rapport au temps. Donc, on a un X de T. Pour la deuxième équation, lorsqu'on intègre par rapport au temps Y point, d'après la même logique, on trouve Y de T. Et dans la troisième, on trouve Z de T. Intégrons maintenant V0X. D'accord ? V0X, c'est une constante. Quand on intègre, on va se retrouver avec V0X, fois le temps, plus une constante. Pour trouver la constante, on doit tenir compte des conditions initiales. A savoir que si on évalue X de T en T égal à 0, on doit trouver X0. Or, en T égal à 0, ce premier terme est nul, il faudra donc ajouter X0. Faisons pareil maintenant pour le membre de droite de la deuxième équation. Quand on intègre par rapport au temps une constante qui est V0Y, on va se retrouver avec V0YT, plus une constante, qu'on détermine grâce à la deuxième condition initiale. En évaluant Y de T en T égal à 0, auquel cas ce terme est nul, et donc forcément, le terme qui va rester, la constante, sera Y0. Terminons l'analyse. Intégrons maintenant le terme le plus compliqué, qui est le membre de droite de l'équation d'avitesse, c'est l'axe vertical. On a moins GT. L'intégral par rapport à T de moins GT, c'est moins une demi de GT carré. L'intégral de V0Z, c'est V0Z fois le temps. Maintenant, ces intégrales sont définies à une constante près. Pour déterminer la constante, on évalue Z en T égal à 0. Ces deux termes disparaissent, il nous reste la constante qui, par définition, est Z0. Et voilà, le tout est joué. On

notes

résumé

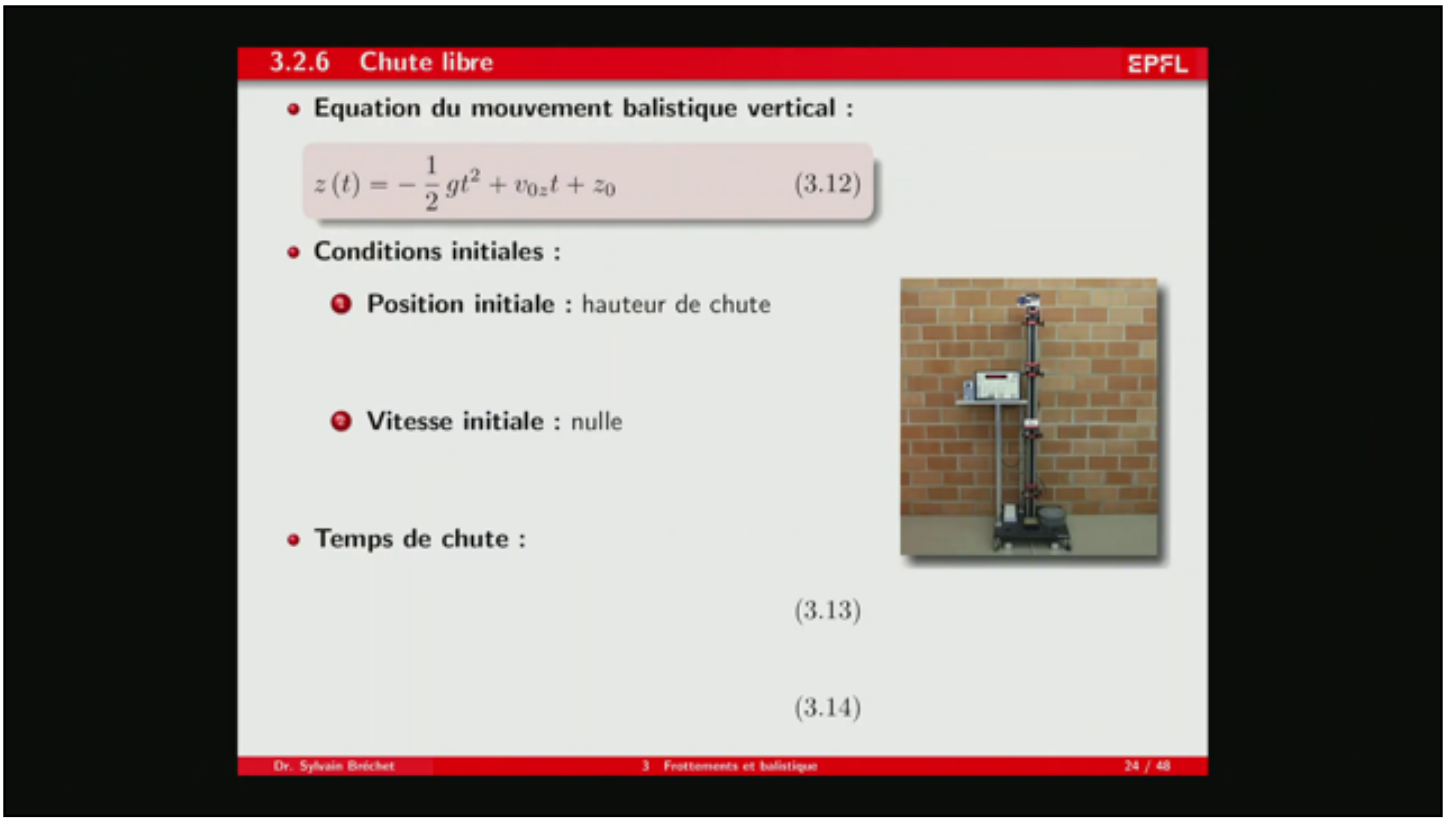
74m 17s



a un mouvement rectiline uniforme dans le plan horizontal, c'est-à-dire que les coordonnées XY vont croître linéairement au cours du temps.

notes

résumé

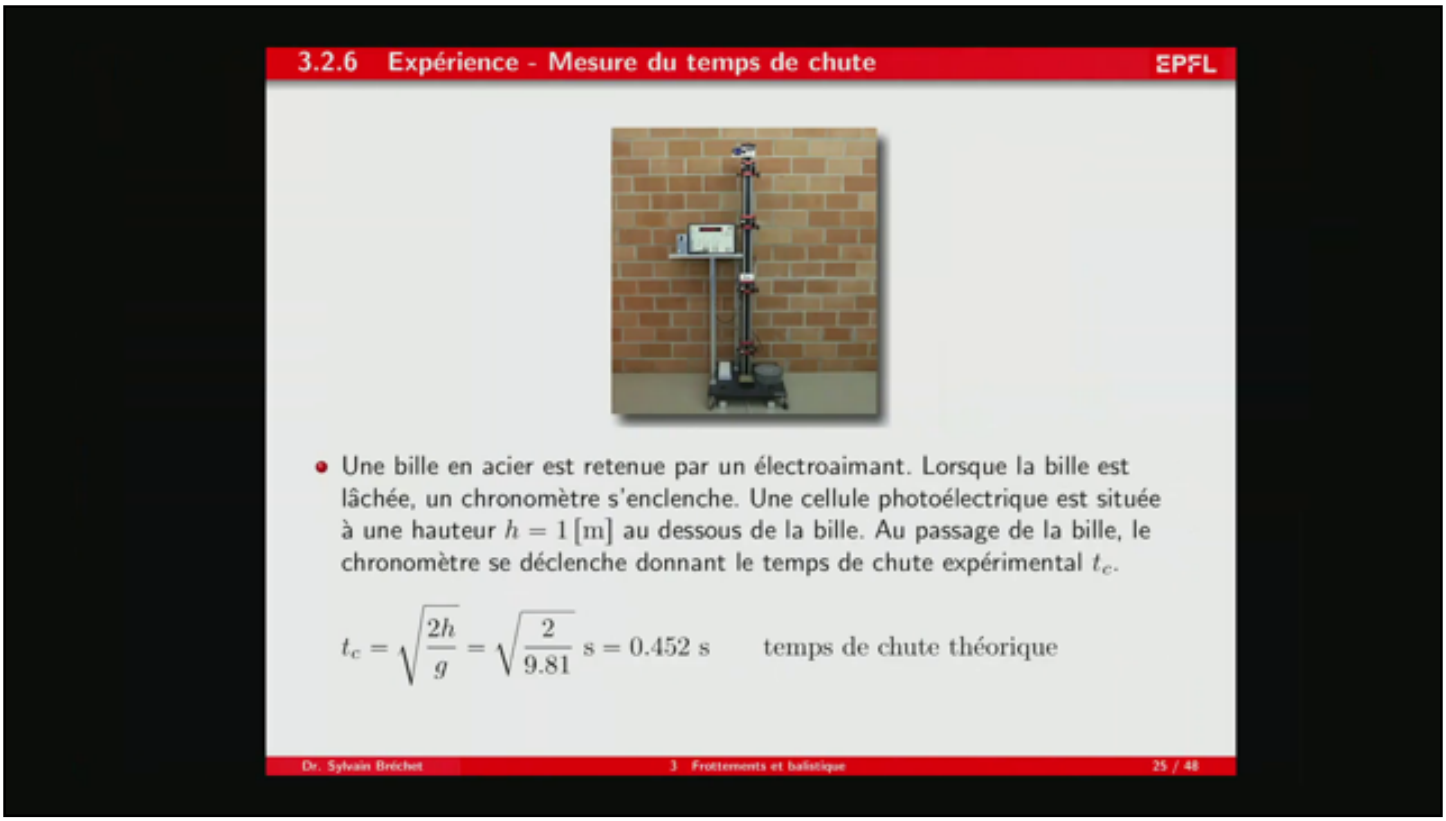


On a un eméru ici et là. En revanche, selon l'axe vertical, on a un eméruat, c'est-à-dire que l'équation horaire est une fonction quadratique de la position. Pourquoi ? Parce que la source de l'accélération, la cause de l'accélération, c'est le poids et le poids vertical. C'est pour ça que le mouvement vertical est un mouvement uniformément accéléré alors que les mouvements horizontaux ne le sont pas. Alors justement, ce mouvement vertical, parlons-en.

notes

résumé

76m 47s

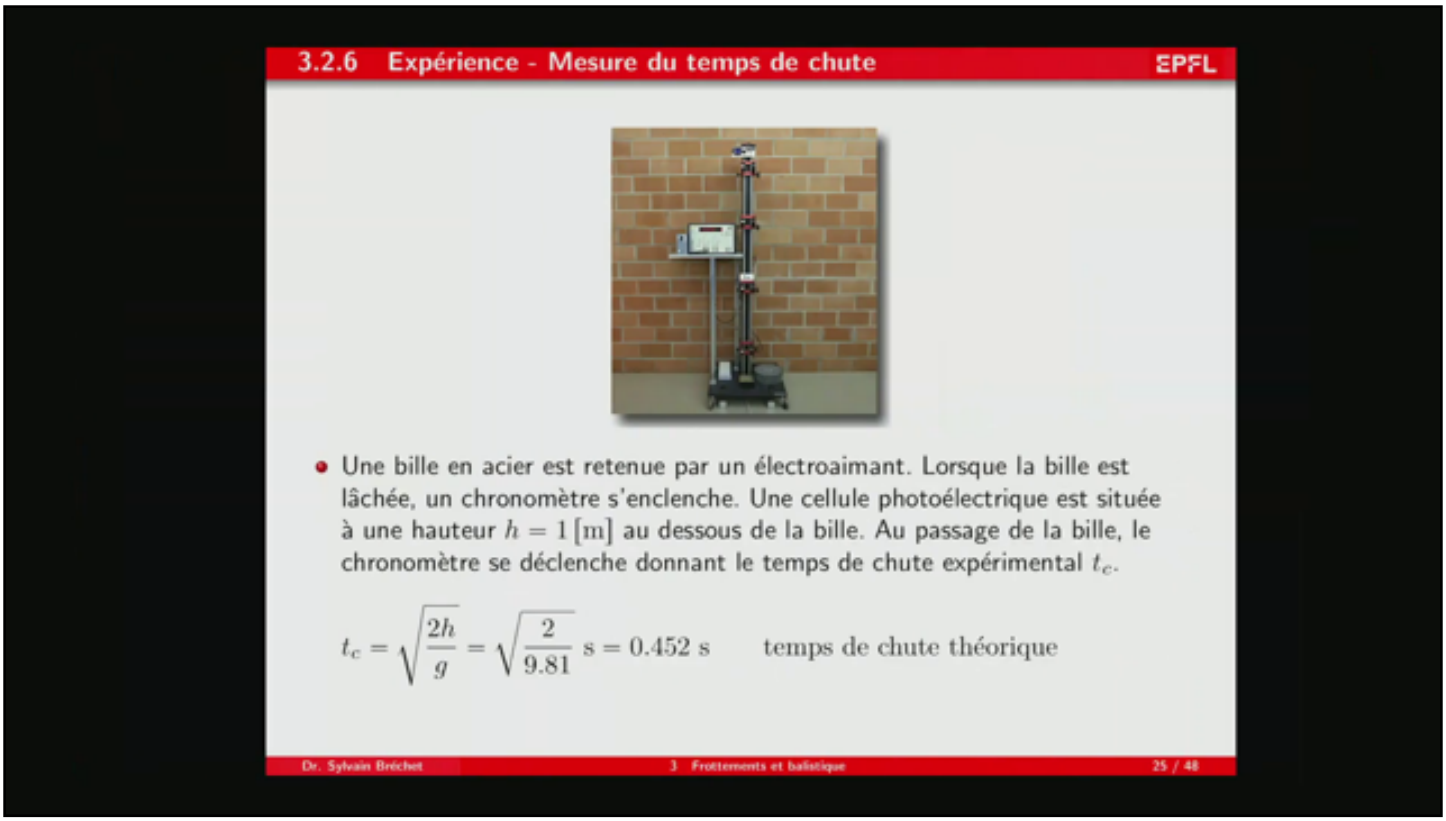


Etudions ensemble la chute libre. On prend donc l'équation du mouvement balistique vertical et on va placer nos conditions initiales. Supposons qu'on ait un appareil qui permette de laisser tomber des billes. Et on veut regarder ce qui se passe pour une chute libre sur une certaine hauteur de chute qui est H. On place l'origine au bas de notre appareil. Donc, initialement, la bille se trouve au sommet de l'appareil, donc Z2, 0, qui est la coordonnée Z0. La position initiale, c'est simplement la hauteur de chute H. On lâche l'habit sans vitesse initiale. Ce qui veut dire que la composante verticale de la vitesse initiale est forcément nulle. Ce qui nous intéresse, nous, c'est le temps de chute. Donc, on remplace des par-tessets. Et ce qu'on sait, c'est que si on prend la coordonnée verticale Z qu'on l'évalue au bout du temps de chute, l'objet sera parvenu au bas de la structure... Enfin, si vous voulez, sera parvenu à l'origine. Donc, la coordonnée verticale Z au bout du temps de chute sera nulle. Vous avez une question ? Je crois que vous faites la balistique pour mettre l'origine au point de départ et là, on le met sur le point de départ. Alors, là, on fait comme si l'origine était au point de départ. Au point d'arrivée, pardon. Là, on le fait parce qu'on aurait pu le faire dans l'autre sens. Ça revenait au même. On aurait une description différente. Ça revient à passer un terme du membre de gauche et le membre de droite. Ici, c'est juste visuellement intéressant parce qu'on se dit bon, d'accord. On a placé notre origine en bas, on a notre bille qui n'a pas de vitesse initiale, qui chute d'une certaine hauteur. Donc, c'est un choix naturel à faire quelque part. Mais ça, c'est purement de la paramétrisation. Vous pouvez paramétriser d'une certaine manière, vous pouvez paramétriser d'une autre manière, la physique

notes

résumé

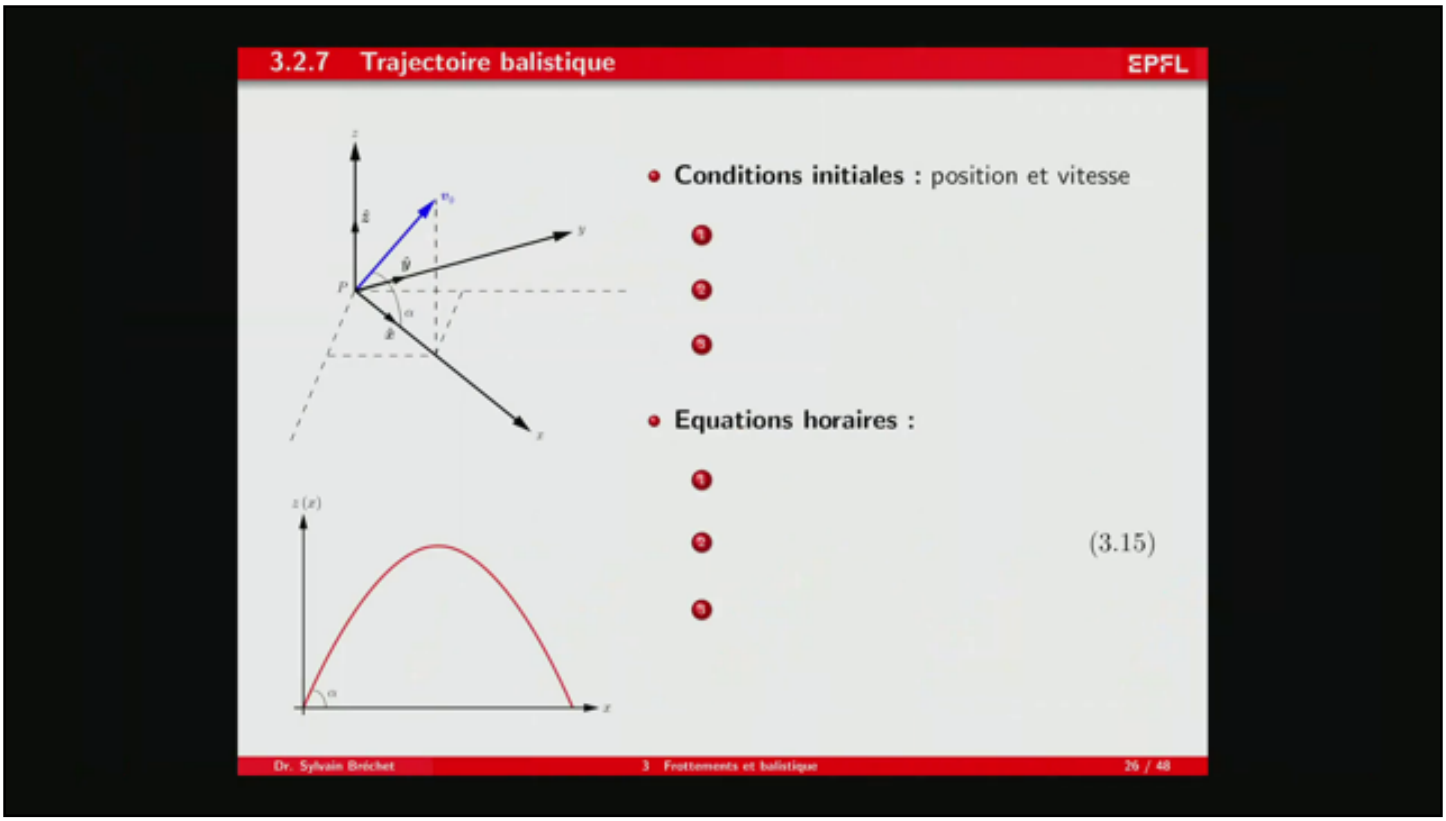
77m 18s



étant la même, vos équations mathématiques qui décrivent le mouvement seront les mêmes, les solutions seront identiques. C'est quelque chose qui apparaîtra de manière encore plus claire quand on étudiera des phénomènes mécaniques d'une description énergétique. Et là, on devra poser une référence d'énergie potentielle qu'on pourra choisir à la hauteur qu'on veut parce que ça donne le même résultat physique. D'accord ? Voilà. Donc, maintenant, si on prend l'équation qui est ici, qu'on tient compte des conditions initiales et qu'on l'évalue autant de chutes, on aura donc Z de Tc, qui va être égal à moins une demi de G fois le temps de chute au carré, V0Z est nul, Z0CH, et ceci est égal à 0. On tire donc de cela le temps de chute Tc, qui est la racine carré de 2H sur G. D'accord ? Alors, maintenant, on peut faire le calcul explicite. D'accord ? Si vous remplacez H par un mètre,

notes

résumé

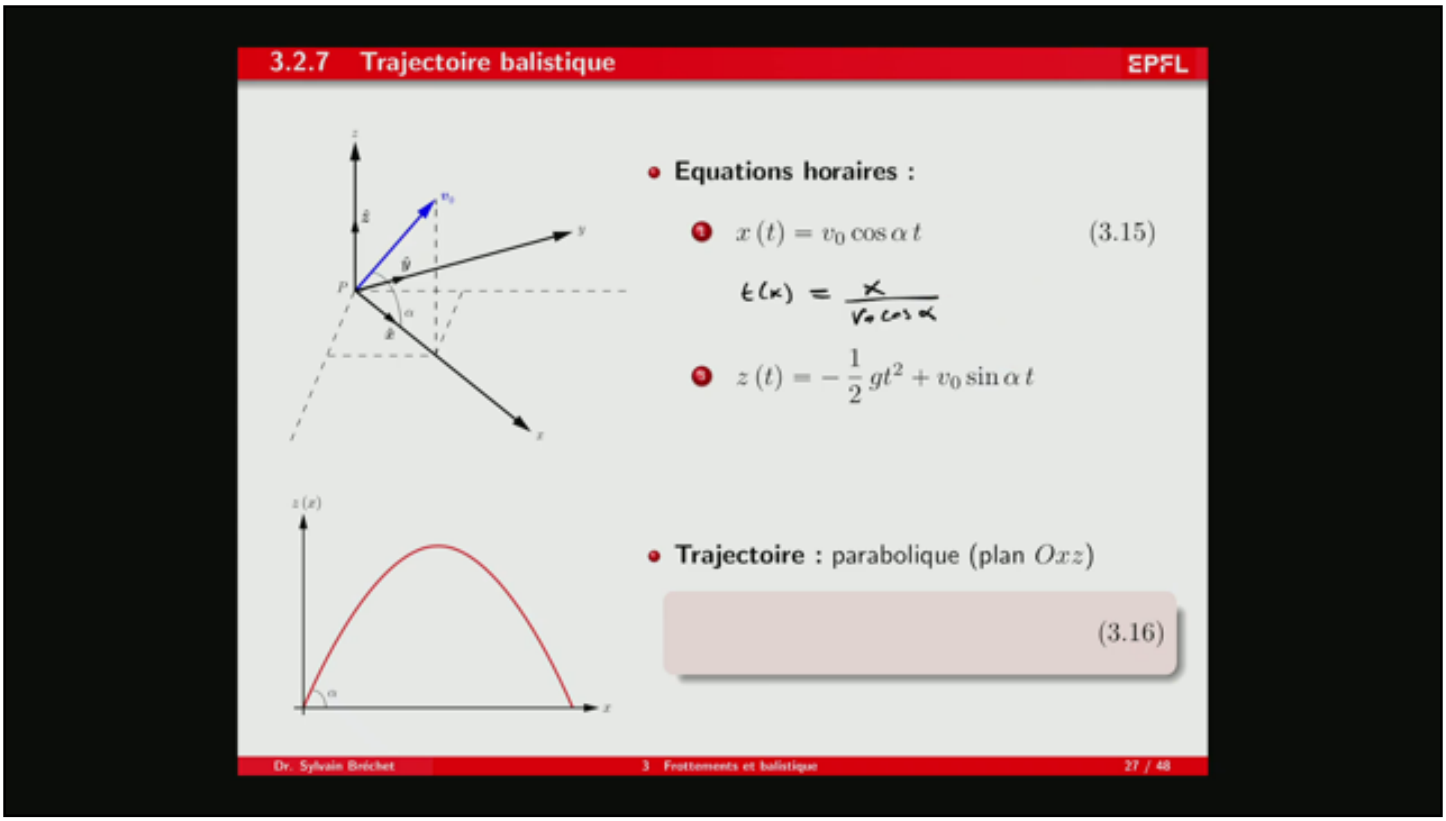


que vous remplacez G par 9,81 mètres par seconde carré, vous emprenez... Vous prenez deux fois... Enfin, disons, vous prenez 2 mètres divisé par 9,81 mètres par seconde carré, que vous prenez la racine carré, c'est que vous allez obtenir ces 452 ms. Alors, cette expérience, on va la faire. On va la faire avec une petite bille, qui est retenue par un électroaiement. Et au moment où l'électroaiement lâche l'habit, le chronomètre s'enclenche et a exactement un mètre en-dessous du lâcher de l'habit, se trouve une cellule, qui va repérer le passage de l'habit, et on va ainsi pouvoir déclencher le thermomètre et mesurer l'intervalle de temps, le temps de chute, qui devrait donc être de 452 ms. Faisons l'expérience ensemble. Alors, on a d'abord une bille en métal. OK ? Donc... Je vais lancer l'ispositif. Attendez, je dois être sur le canal C. Je crois que c'est le bon... Non, un mètre, ce n'est pas le C, c'est le D, ça fera. Ça, c'est un mètre. Bon, alors, plaçons-nous sur le D. Voilà. Ah, c'est peut-être là, tout simplement. Start et lâcher de l'habit, oui, d'accord. Hop. Ah non, attendez, je vais le refaire. Hop. Je replace la pubie. Voilà, donc si je fais juste le lâcher... Ah, il y a eu un petit souci. D'habitude, ça marche très bien. Je retente expérience. Si je maintiens les deux appuis en même temps... Bon, écoutez, on va la refaire ensemble tout à l'heure, au début de leur prochaine. C'est une expérience qui, normalement, fonctionne très bien. On a une différence de l'ordre d'un millisecond au maximum. D'accord ? Donc on va la refaire, vous inquiétez pas. Voilà.

notes

résumé

80m 18s

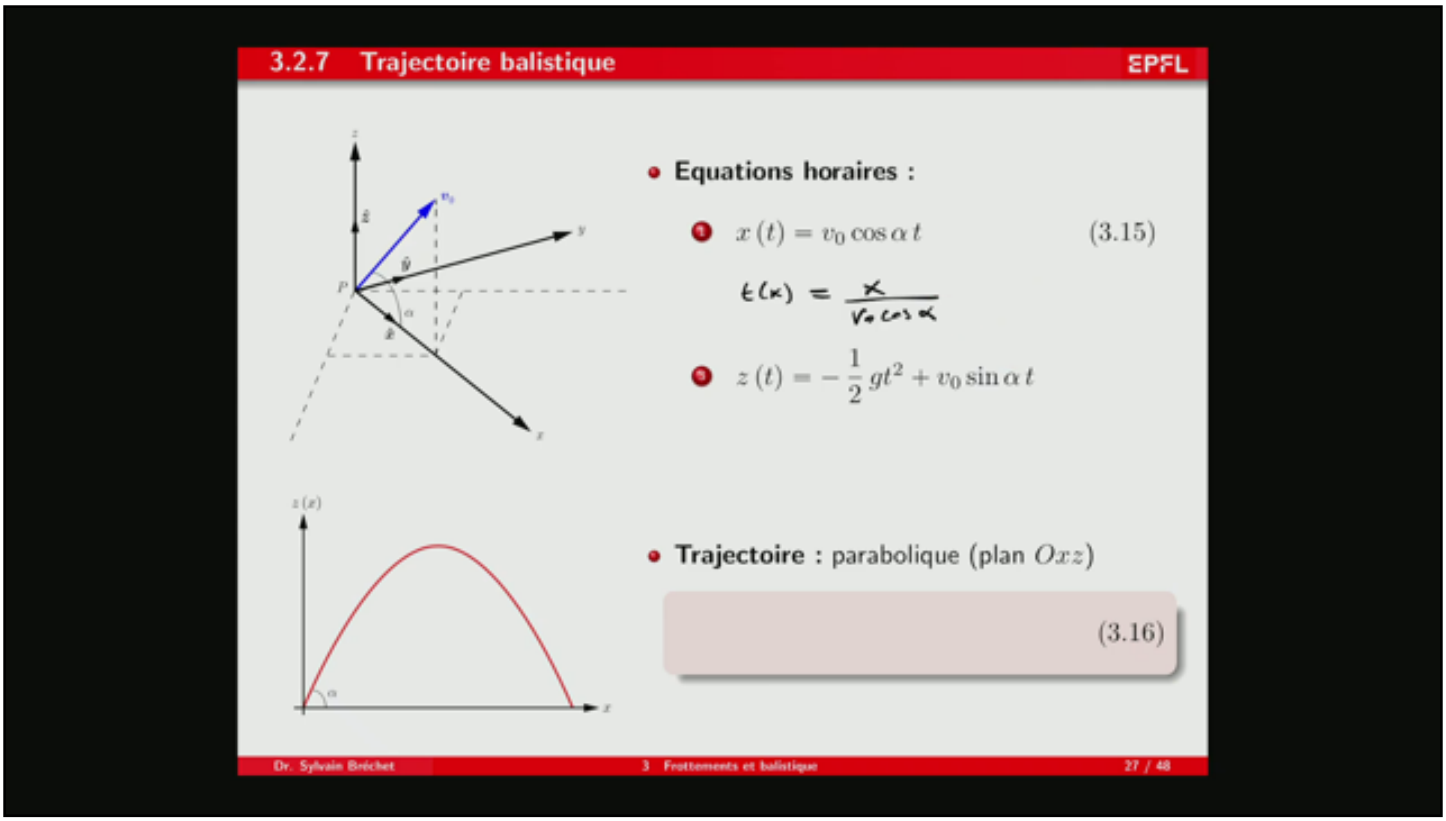


Ce qu'on aimerait faire maintenant, c'est déterminer la trajectoire ballistique. Alors, qu'est-ce qu'on peut faire concrètement ? Comme on a, on le sait intuitivement, un mouvement parabolique qui aura lieu dans un plan vertical, on peut s'arranger pour orienter notre système de coordonnée, de telle sorte que le vecteur V0 se trouve dans le plan vertical XZ. D'accord ? Voilà. Et puis, en plus, et ça, ça répondra à la question que vous avez posée tout à l'heure, on peut, rien ne nous empêche de le faire, placer notre référence, notre origine du repère au niveau du point matériel au moment où on le loche. D'accord ? Donc, faisons ceci. Ce qui veut dire que le vecteur position initiale sera nul. Donc, X0 est égal à 0, Y0 est égal à 0 et Z0 est aussi égal à 0. D'autre part. Comme la vitesse est dans le plan XZ, il n'y a pas de composante de la vitesse initiale selon l'axe Y. D'accord ? Maintenant, selon l'axe X, on projette le vecteur V0 de manière orthogonal sur l'axe, ça va falloir en perspective. Donc, on va projeter en fait sur le cathète qui est adjacent à l'angle alpha. D'accord ? Donc, ce qu'on va faire, c'est que V0X correspond à la norme de V0 qui est l'hypothénieuse, et lorsqu'on projette sur le cathète adjacent, on multiplie par le cossinus de l'angle alpha. Et évidemment, que si on projette sur le cathète opposé, on va se retrouver avec V0 pour le cossinus de l'angle alpha. Ok ? Donc, si on reprend nos équations en rares, elles vont être nettement plus simples. X2T, c'est quoi ? C'est V0X soit V0 cossinus alpha, il faut le tenter. D'accord ? Plus X0 qui est nul. Bon, pour Y2T, V0Y est nul. Y0 est nul. Il n'y a absolument aucun mouvement si on laxe Y. Et pour cause, on a orienté le repère tel que

notes

résumé

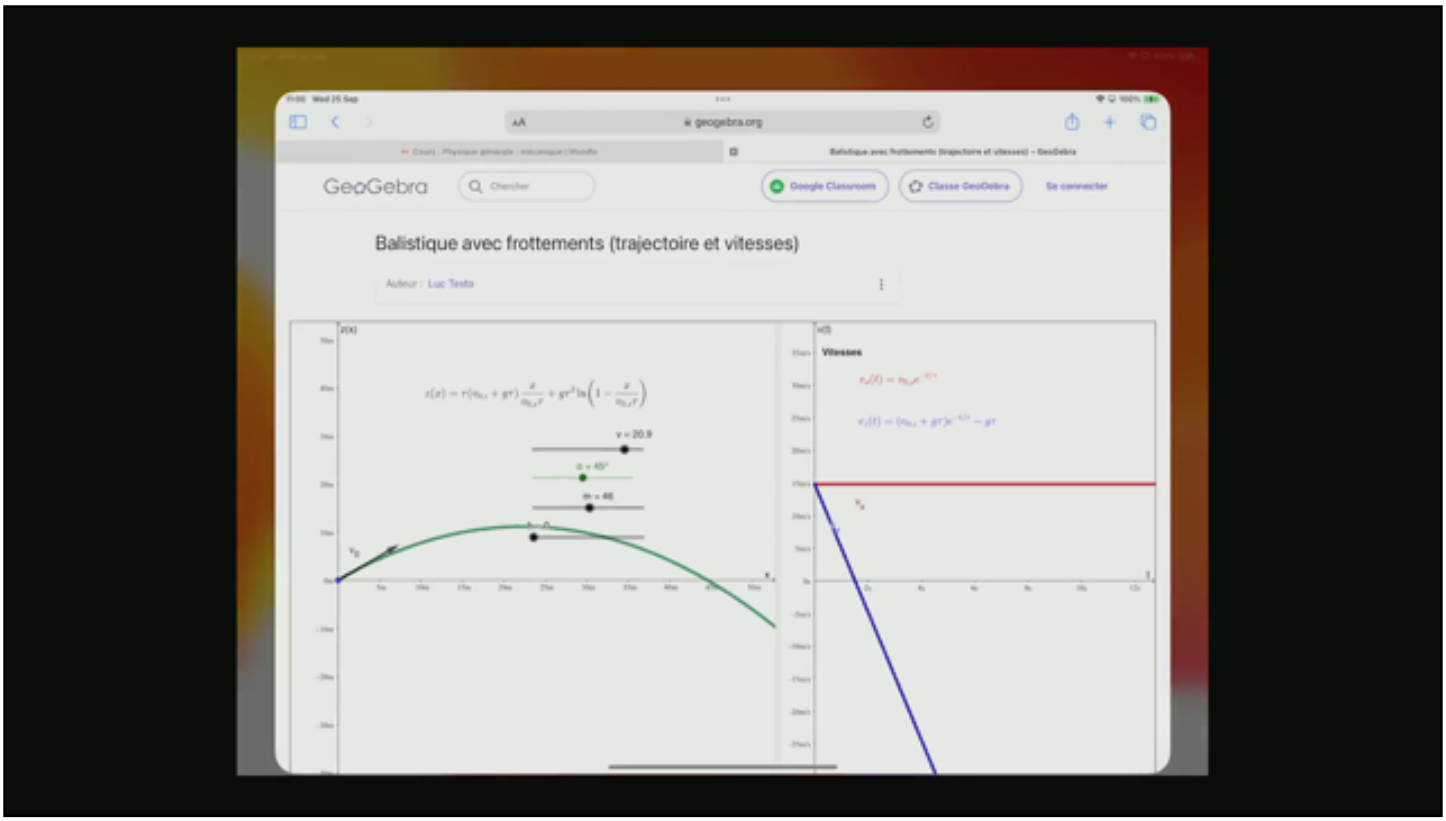
82m 41s



ce ne soit pas le cas. D'accord ? Si on laxe verticale maintenant, Z2T, c'est moins une demi de GT2K, plus V0Z soit V0 cossinus alpha, il faut le tenter, plus Z0 qui, par définition, est nul. Ok ? Donc, on voit que les choses intéressantes vont se passer si on laxe horizontal, on a un mouvement rectiligne uniforme et si on laxe verticale, on a un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Ce qu'on veut maintenant, c'est trouver l'équation de la trajectoire. Donc, concrètement, on aimerait exprimer la coordonnée verticale en termes de la coordonnée horizontale. Alors, qu'est-ce qu'on fait ? On est obligé de prendre une des deux équations, d'en extraire le temps, donc d'inverser l'équation, et de prendre ce temps de le substituer dans l'autre. Alors, lorsque vous êtes face à un tel problème, prenez l'équation la plus simple. Pèrement, la première, celle qui décrit le mouvement rectiligne uniforme, c'est l'axe horizontal. Donc, on a X2T, nous, ce qu'on veut, c'était fonction de X. T est fonction de X, 7X sur V0, continue sa lefin. C'est pas compliqué du tout. D'accord ? Donc, maintenant, on prend ce T de X, on le substitue dans l'équation qui nous donne un mouvement vertical, et on exprime donc Z en fonction de X.

notes

résumé

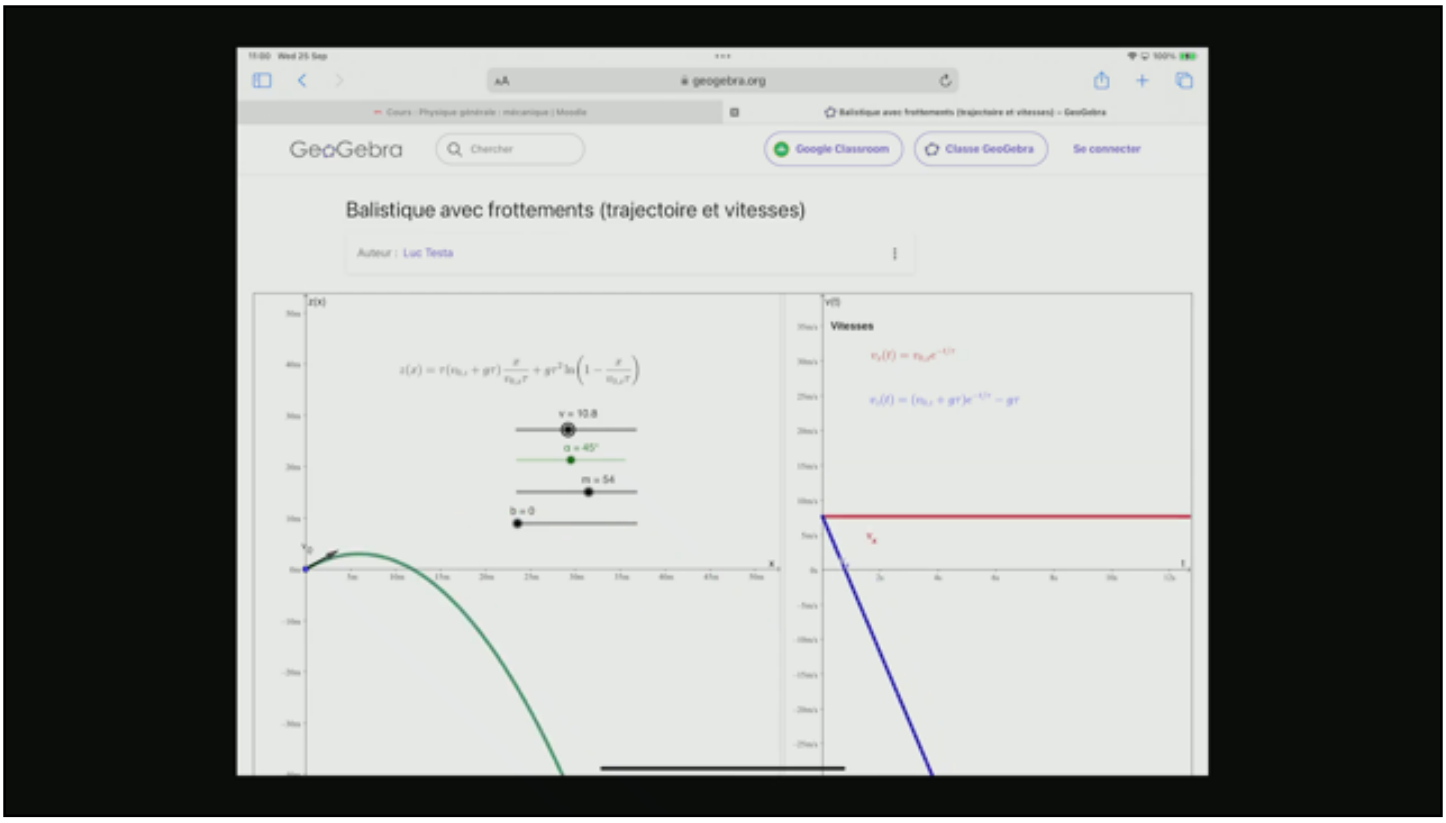


Z en fonction de X, ça sera quoi ? Eh bien, ça sera moins une demi de G fois T au carré. C'est-à-dire de G divisé par V0 carré, cosinus carré alpha, fois X carré, plus, V0 sin alpha fois T qui est X sur V0 cos alpha. Donc, les V0 se simplifient, il nous reste le rapport du sinus de alpha sur le cosinus de alpha, multiplié par le tenté. Ok ? Donc, concrètement, notre trajectoire balistique est la suivante. C'est moins une demi de G sur V0 carré, cosinus carré alpha, le tout fois X carré, plus le rapport du sinus sur le cosinus qui est, évidemment, la tangente, quand la tangente de alpha fois X. Alors, il y a une petite erreur ici, c'est pas un T, c'est un X. Voilà. Donc, qu'est-ce qu'on voit immédiatement ? Z comme fonction de X nous donne un polinôme du deuxième degré en X et le terme de degré maximal, de deuxième degré, d'accord, est en fait le coefficient de ce terme est négatif puisque G, V0, et cos alpha sont tous positifs et ainsi de moins devant, c'est négatif. Donc, on a une parabole avec un maximum, d'accord ? C'est exactement ce qu'on observe concrètement, on prend la crée, on la lance, on a un mouvement parabolique, d'accord ? Alors, si vous voulez jongler avec ceci, je vous propose d'aller voir, qui on prendra la pause juste après,

notes

résumé

86m 21s



sur le site Moodle du cours, vous avez dans animation, si vous allez sur l'animation géogébra pour le chapitre 3, vous avez ici une illustration de la trajectoire balistique en fonction de l'angle, en fonction de la masse et en fonction de V. Vous voyez, si je augmente la masse, si je diminue la masse, ça ne change strictement rien.

notes

résumé

87m 58s

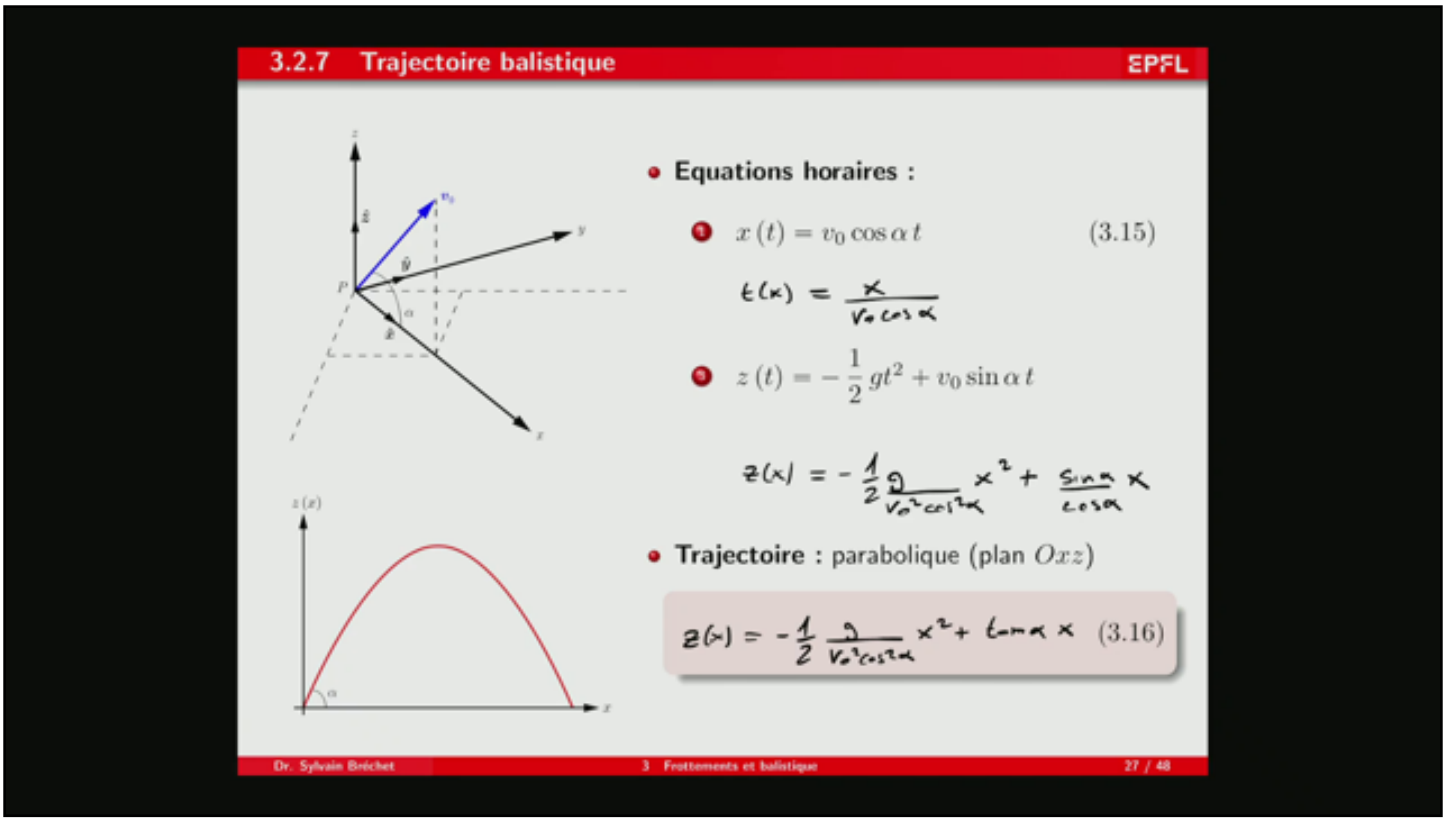


En revanche, si je diminue ou j'augmente la vitesse, je ne vais pas avoir la même trajectoire.

notes

résumé

88m 24s

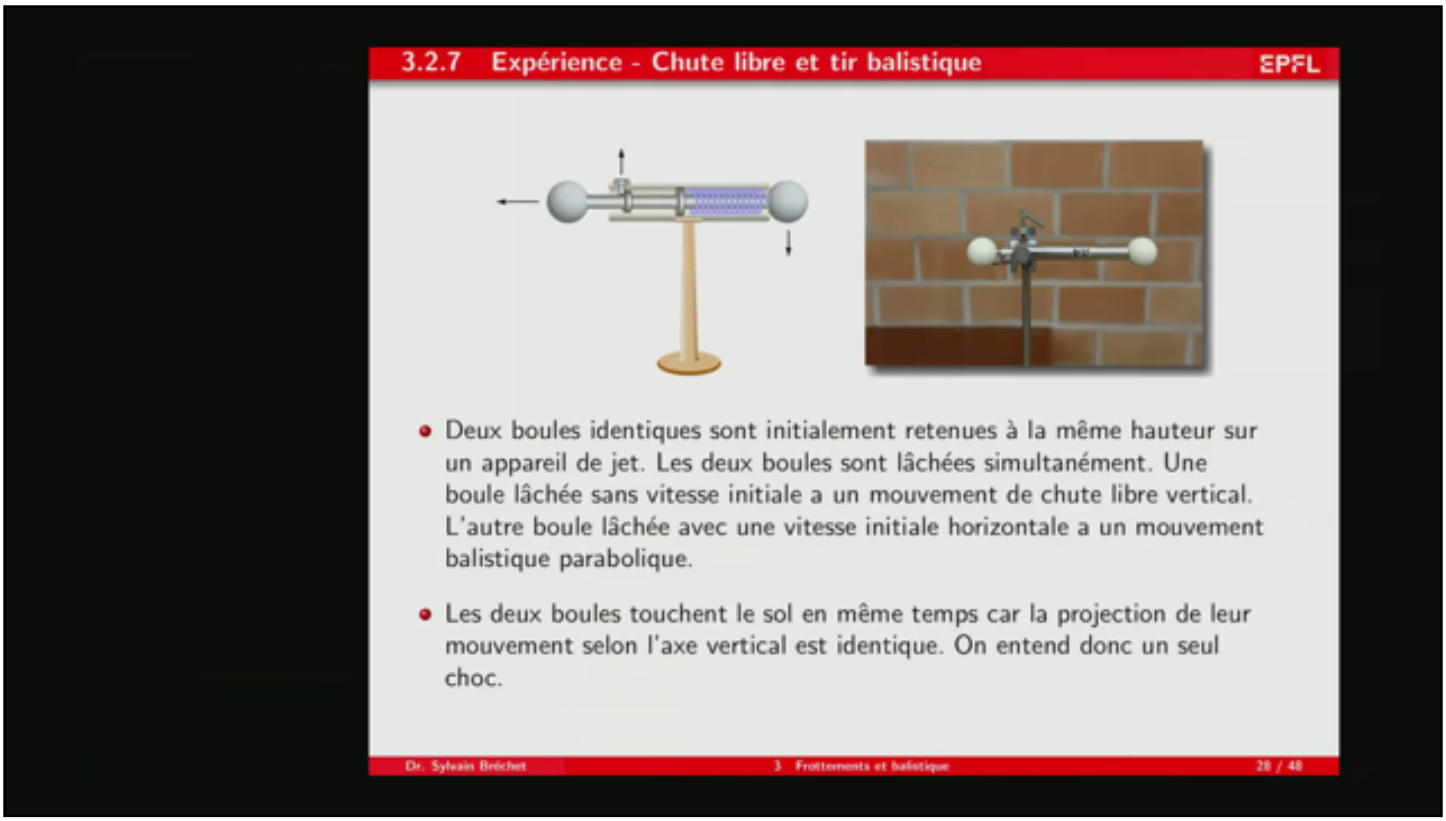


Mais, ce qu'on peut faire, c'est regarder les composants de la vitesse horizontale et de la vitesse verticale, horizontalement, si on prend VX, on a un mouvement rectiligne uniforme, donc une vitesse constante. C'est la cobe horizontale que vous voyez en rouge. En revanche, selon l'axe vertical, on a une accélération constante, donc on a une vitesse qui va en fait avoir une pente constante. La vitesse va diminuer verticalement, puisque l'objet va avoir tendance à redescendre. L'accélération n'est pas orientée vers l'eau, celle du champ gravitationnel est orientée vers le bas. Donc la pente de la courbe que vous voyez ici en bleu, c'est justement l'accélération du champ gravitationnel CG, signée inclus pour la pente négative. Voilà. On prend la pause, et après la pause, on discutera du mouvement ballistique amorti, d'accord, avec frottement. C'est nettement plus compliqué, c'est nettement plus intéressant, mathématiquement, et c'est là que vous allez voir converger la physique et l'analyse.

notes

résumé

88m 27s



... On va juste reprendre le cours. ... Bonjour Luc, je peux répondre à votre question? C'est quelle heure, maintenant? Oui, à la fin du cours, à midi. Ça va? Est-ce que là, il faut qu'on trace là? ... Voilà, merci de bien vouloir regagner vos places. Le cours va reprendre. ... Pour l'expérience qui va suivre, je vais vous demander un silence absolu dans la salle. Je vais vous expliquer pourquoi.

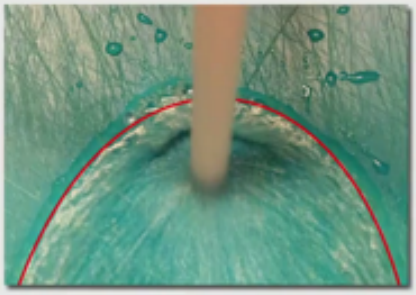
notes

résumé

89m 35s

3.2.7 Expérience - Parabole de sécurité

EPFL



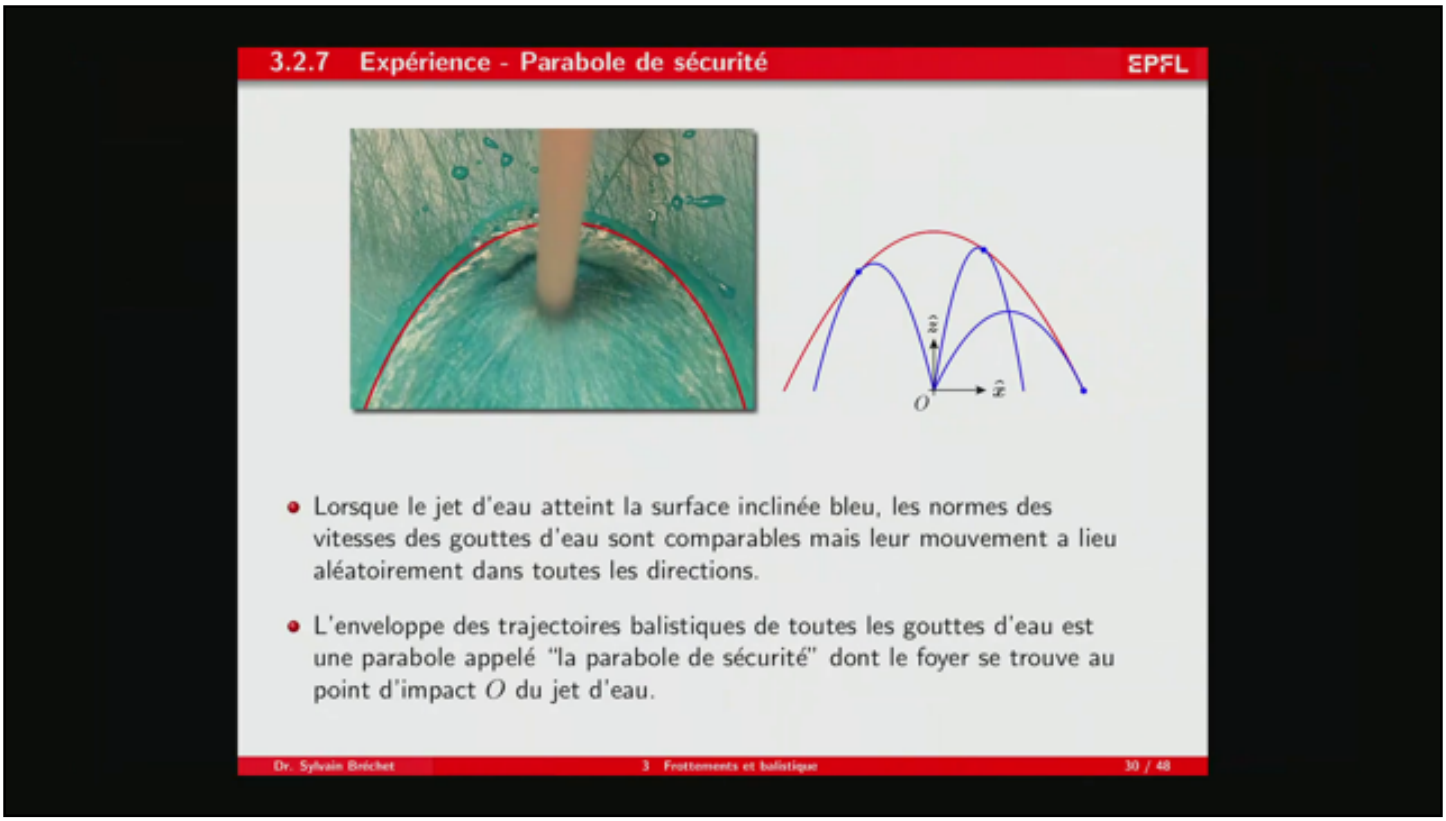


- Lorsque le jet d'eau atteint la surface inclinée bleu, les normes des vitesses des gouttes d'eau sont comparables mais leur mouvement a lieu aléatoirement dans toutes les directions.
- L'enveloppe des trajectoires balistiques de toutes les gouttes d'eau est une parabole appelé "la parabole de sécurité" dont le foyer se trouve au point d'impact O du jet d'eau.

notes

résumé

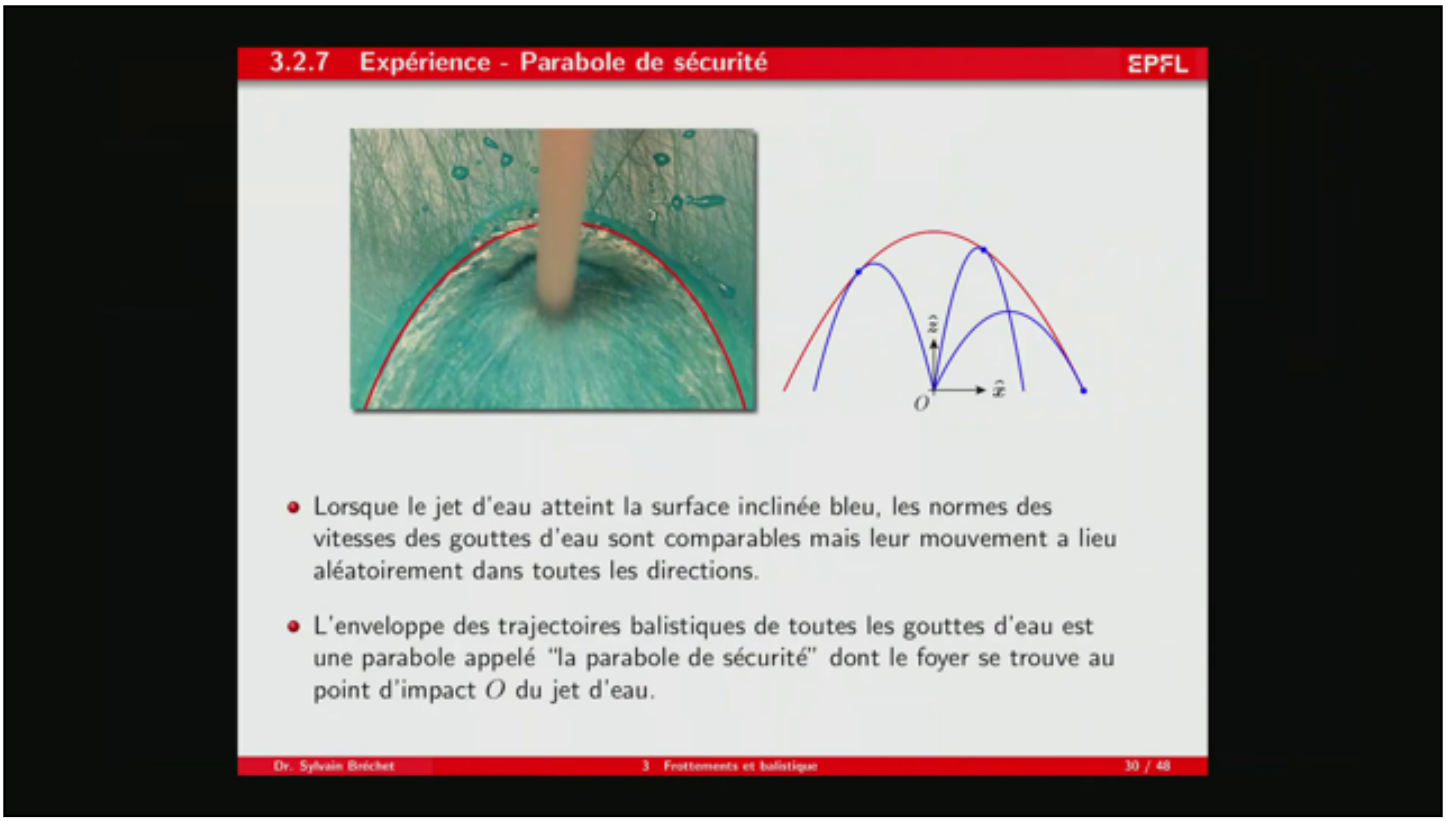
90m 34s



part, le singe, qui est très réactif, comprend que la flèche lui est destinée. Que fait-il? Il se laisse tomber de sa branche. D'accord? Mal lui en prend, puisqu'il va être touché de plein fouet au coeur par la flèche tirée par le braconnier. Pourquoi? D'accord? Alors, on peut le simuler en remplaçant la flèche ici par un poc, en bas-gauche, en haut à droite. Le singe est un autre poc. Et alors, au moment où le poc part en bas-gauche, le poc en haut à droite est lâché sans vitesse initiale. D'accord? Il finit par se rencontrer. On va faire cette expérience sur la table air. Pourquoi sur cette table air? Parce qu'on l'a incliné avec un angle d'inclinaison qui est très faible, et l'accélération résiduelle qu'on va avoir selon cet axelat de la table va correspondre à G fois le sinus de l'angle d'inclinaison de la table, qui est très faible. Donc, on arrive à se placer en hippogravité, un peu comme dans l'expérience de Schutte-Hibbert, de David Scott sur la surface de la Lune. On va voir au ralenti, les pocs se rencontrent. Alors, pourquoi est-ce qu'ils se touchent d'abord? Pour le comprendre, supposons que l'angle soit nul. La table est horizontale. Que va-t-il alors se passer? Le singe ne va pas bouger. Le poc va rester immobile. Et c'est l'autre poc qui est tiré selon la ligne de visée, qui aura un mouvement recte uniforme qui finira par toucher. Le poc qui est en haut à droite, c'est l'expérience du plateau de Carambol qu'on a vu en application la semaine passée. Alors, maintenant, on commence à inquiner gentiment la table. Donc, à ce mouvement, dans la ligne de visée, vient s'ajouter à un mouvement rectiline uniformément accéléré selon l'axe orthogonal pour les deux objets. D'accord? Et celui-ci est synchronisé. Et donc, s'il se touchait avant, ils vont aussi se toucher après. C'est la raison fondamentale, conceptuelle,

notes

résumé



qui fait qu'ils finissent par se toucher. Évidemment, qu'il y a un facteur limitant pour qu'ils se touchent. Sur la table, disons pas à 5 mètres en dessous, il faut que la vitesse du poc soit suffisante. Il faut que l'archer, le braconnier, bande son arc suffisamment pour que la flèche ait une chance de te toucher le singe. D'accord? Donc, cette expérience, on va la visualiser ici et maintenant. Hop. Hop. Donc, vous avez en bleu la flèche. Vous avez en blanc le singe. Vous êtes prêts? Boom. D'accord? Il y a effectivement collision. Commençons d'outer. Alors, il y a une petite expérience qu'on va pas réaliser ensemble.

notes

résumé

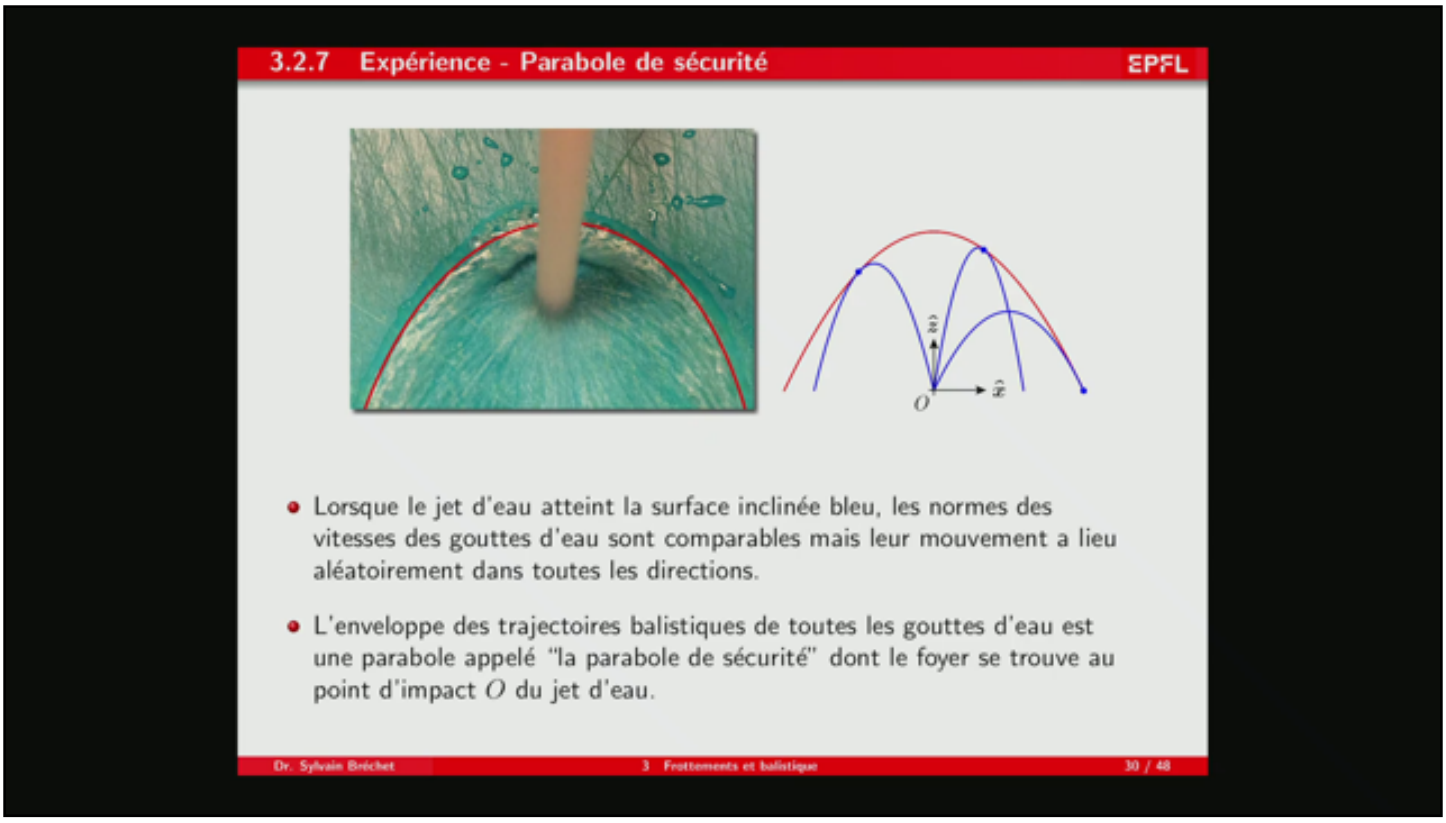


Je vais peut-être vous montrer la vidéo. Vous pouvez tout cela faire à la maison chez vous. D'accord? Si vous avez un plateau à fruits, c'est en général le cas. Vous allez à la cuisine ou bien même à la salle de vin. Faites couler l'eau du robinet, inclinez le plateau à fruits. D'accord? Et qu'est-ce que vous voyez? Vous avez le gédot qui arrive ici en un point, pendant l'impact qui se trouve là. Et du coup, vous avez le gédot qui arrive ici en un point, dû à la collision. On peut partir du principe que les gédots ont une vitesse après la collision qui va être sensiblement la même en norme alors que son orientation va être aléatoire. Donc vous avez une gédot qui part comme ça, une autre comme ceci, etc. D'accord? Vous avez toutes les possibilités. Chaque gédot aura une trajectoire ballistique sur la surface ici du plateau. D'accord? Donc ça, c'est le point d'impact du robinet. Vous avez les gédots qui partent. D'accord? Et non, si ils partent dans toutes les directions, vous allez avoir une enveloppe de l'ensemble des trajectoires de ces gédots. Cette enveloppe, c'est une parabole. Cette parabole s'appelle la parabole de sécurité. Et il se trouve que le point d'impact est au foyer de cette parabole. Pourquoi ça s'appelle la parabole de sécurité? Parce que si maintenant, au lieu d'avoir un robinet, vous avez un canon qui tire des obus dans toutes les directions avec des vitesses de normes égales. D'accord? Si vous êtes au-delà de la parabole de sécurité, vous ne pouvez pas être touché par les boules et du canon. Vous êtes donc littéralement en sécurité.

notes

résumé

95m 45s

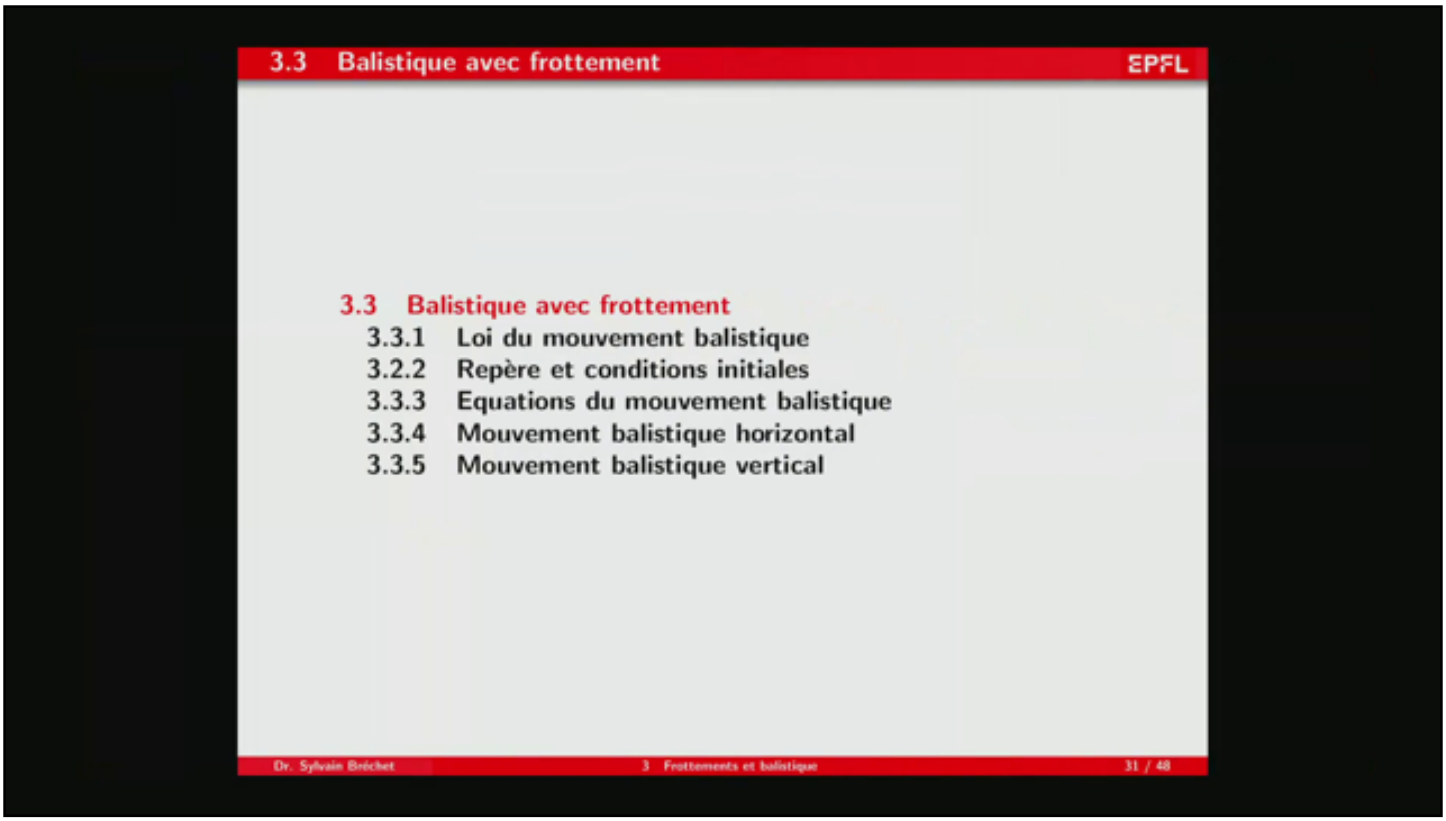


D'accord? Donc ceci, on peut le visualiser rapidement. Voilà la fameuse parabole de sécurité. Une expérience que j'ai réalisée en continuement chez moi. Vous voyez, il y a des petites fluctuations statistiques, mais vous voyez bien qu'au tour, c'est un peu presseque. Donc vous avez cette parabole de sécurité globale qui enveloppe l'ensemble de ces trajectoires. Alors l'idée de départ n'est pas venue d'un robinet, mais d'une autre expérience de la vie quotidienne

notes

résumé

97m 16s

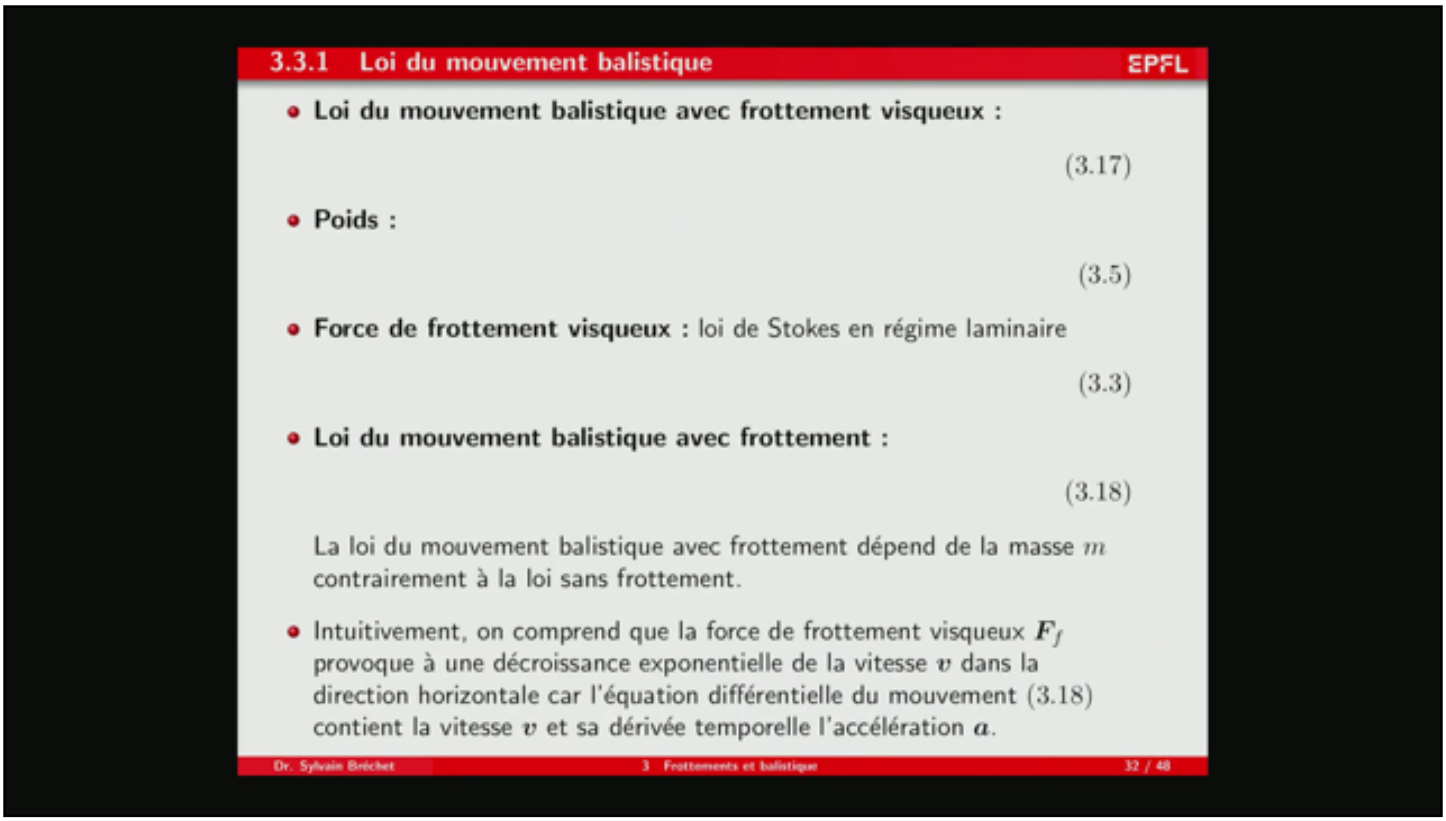


qui concerne à peu près 50% d'entre vous. Bon, ceci étant dit,

notes

résumé

97m 48s

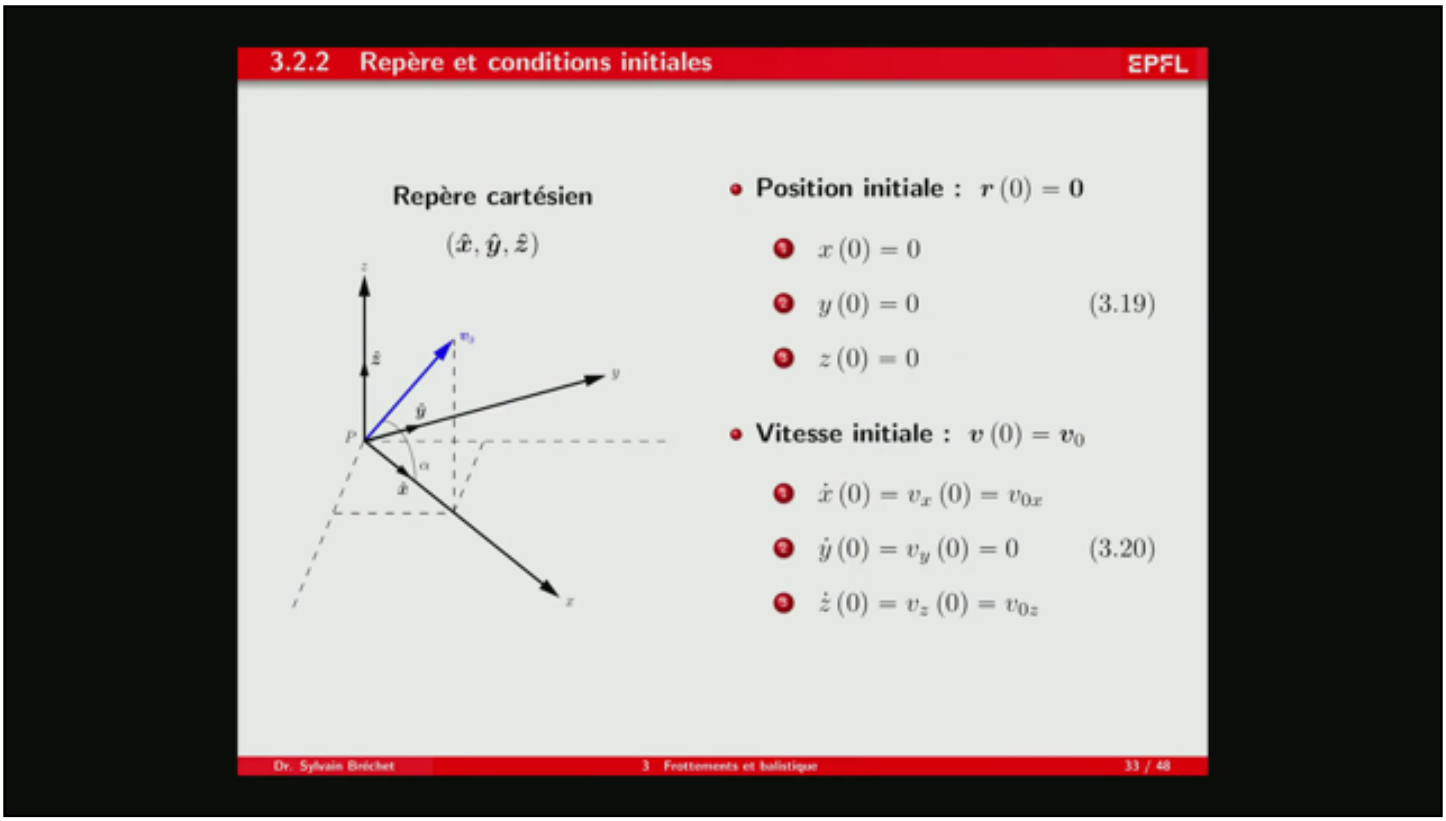


passons maintenant à la ballistique avec frottement. D'accord? On va d'abord s'intéresser au comportement général des solutions, et une fois qu'on aura compris le comportement général de ces solutions, on va faire une description mathématique détaillée.

notes

résumé

97m 53s

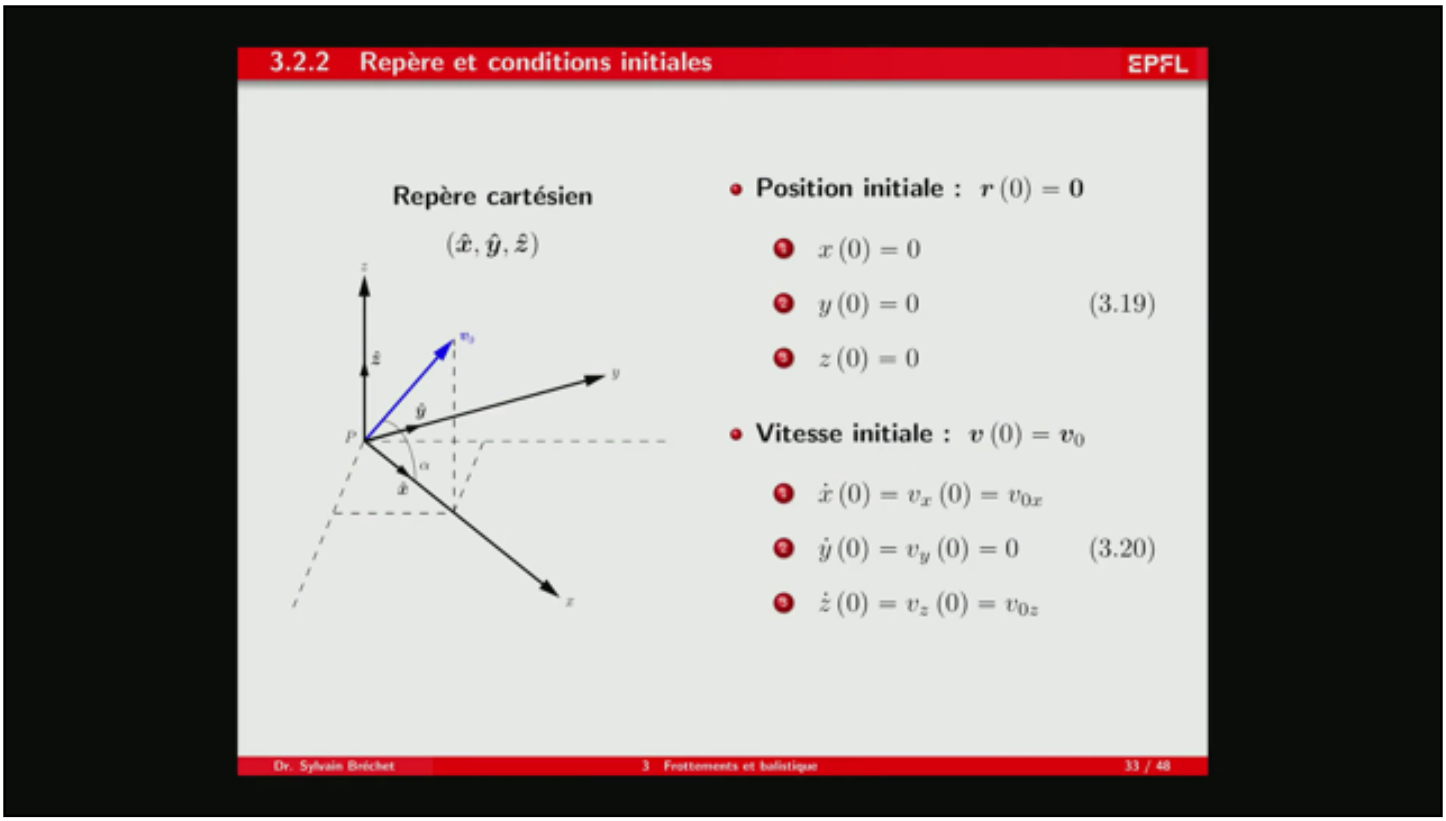


D'accord? La loi du mouvement ballistique général avec frottement visqueux et la suivante, la somme des forces extérieures, c'est bien sûr d'une part le poids, mais pas seulement il faut ajouter la force de frottement visqueux qui est donc égale au produit de la masse fois l'accélération. On a un premier modèle pour le poids, le poids, c'est le produit de la masse fois le champ gravitationnel. Et puis, maintenant, pour la force de frottement visqueux, qu'est-ce qu'on peut prendre? On pourrait se placer en régime turbulent. Le problème, c'est que les équations seraient mathématiquement assez complexes. D'accord? On va commencer par un cas plus simple. On va supposer qu'on est en régime laminaire, donc on a une force de frottement visqueux donnée par la loi de Stokes, et on va voir que c'est suffisamment clair pour comprendre ce qui se passe. Prenons dans notre modèle une force de frottement qui est opposée à la vitesse, qui est du type moins B fois V, où B est positif, c'est le produit de K fois Eta, qu'on a vu tout à l'heure. Maintenant, on va faire notre fondu. On va prendre un peu de maïzena, qui est le poids. On va prendre un mélange de gruyère et de vacherin fribourgeois, qui est la force de frottement, qu'on va venir injecter dans la loi balistique du mouvement. D'accord? On remue un petit peu et en touillant. On trouve donc que le poids MG, plus la force de frottement qui est moins BV, est égal au produit de la masse fois l'accélération. D'accord? Alors la question, c'est... Cette équation du mouvement balistique, elle va décrire quoi? Quelles vont être les solutions de ce mouvement? La première chose qu'on aurait envie de faire, c'est ce qu'il faut faire toujours en mécanique quand on sait pas quoi faire, on divise par la masse. Alors, s'il n'y avait pas le terme de frottement, tout irait bien,

notes

résumé

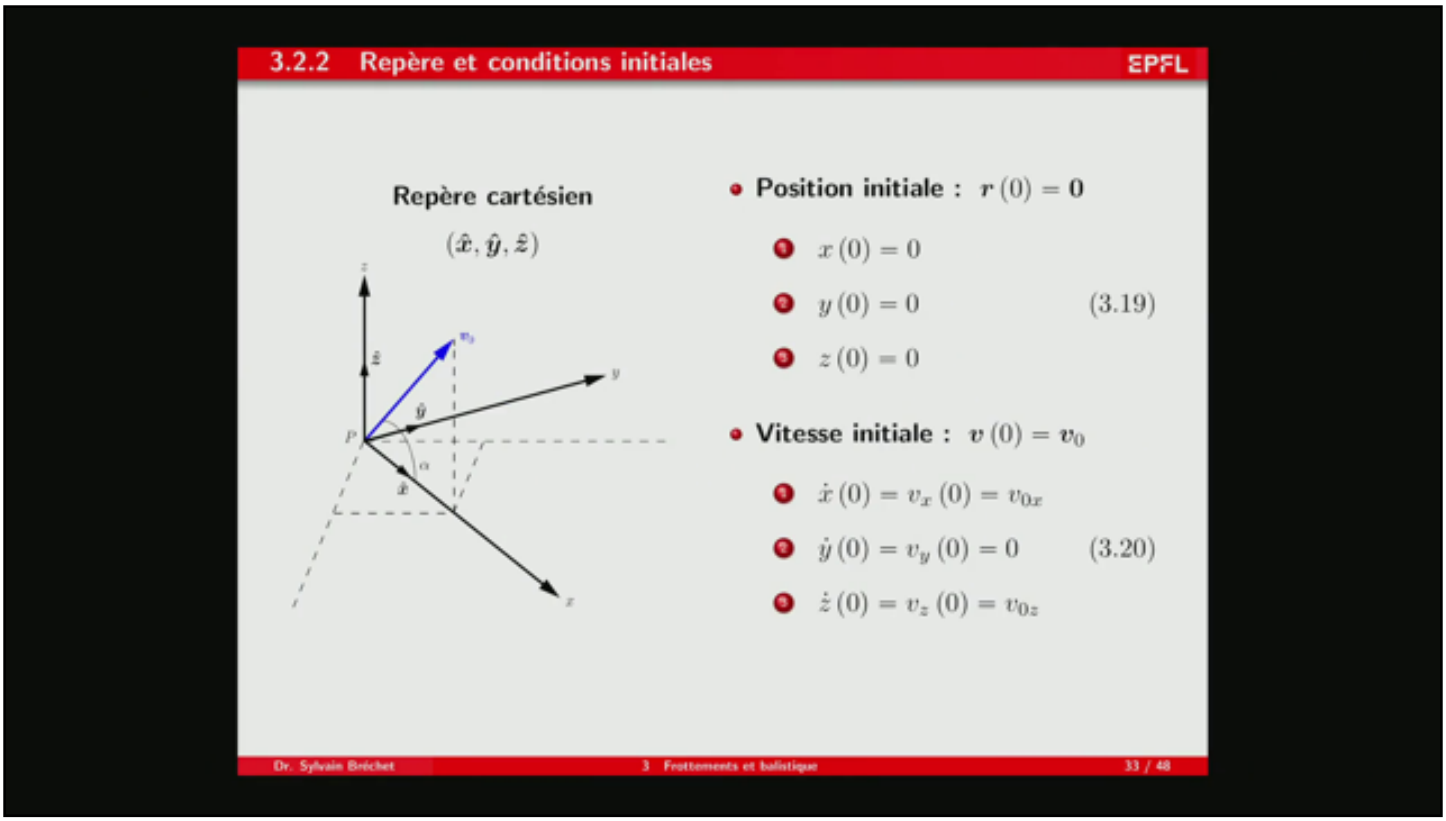
98m 11s



la masse disparaît. Mais comme il y a ce terme de frottement, ce ne sera pas le cas. En divisant par la masse, il reste un terme en moins B sur M. Donc on voit que la masse, contrairement au cas de la balistique sans frottement, va jouer un rôle essentiel dans les solutions. Bon. Quand on a vu le mouvement balistique sans frottement, on a vu que le mouvement, le long de l'axe horizontal, était plus simple que le long de l'axe vertical. Alors, regardons simplement par curiosité ce qui se passerait selon l'axe horizontal. Le poids, il est vertical. Donc selon l'axe horizontal, le poids n'intervient pas. Selon l'axe horizontal, qu'est-ce qu'on voit? On voit que l'accélération, elle est proportionnelle à la vitesse. Qu'il pusait la constante de proportionnalité, elle est négative. On se retrouve donc avec la dérivé d'une fonction, qui est la vitesse, la dérivé. C'est l'accélération, donc la dérivé d'une fonction, qui est proportionnelle à la fonction, avec une constante de proportionnalité, qui est négative. Quel est le type de solution que ça va donner? Des exponentiels, exactement. Des exponentiels, dont l'argument sera une fonction négative du temps. On aura une décroissance exponentielle, le frottement va réduire la vitesse le long de la propagation. D'accord? On a déjà compris l'essentiel. D'accord? Simplement en regardant les équations. Que se passe-t-il pour le mouvement vertical maintenant? Il y a le même type de tendance, mais c'est un peu plus compliqué, parce que la force, elle est non nul. Le poids, il est non nul, il est orienté vers le bas. Alors, prenons un mouvement de chute libre. On a un objet qu'on lâche sans vitesse initiale. Il va donc être accéléré vers le bas par son poids. Initialement, l'objet est au repos. Donc, initialement, la force de frottement visqueuse qui est proportionnelle à vitesse est nulle. A fur et à mesure que l'objet descend, que sa vitesse

notes

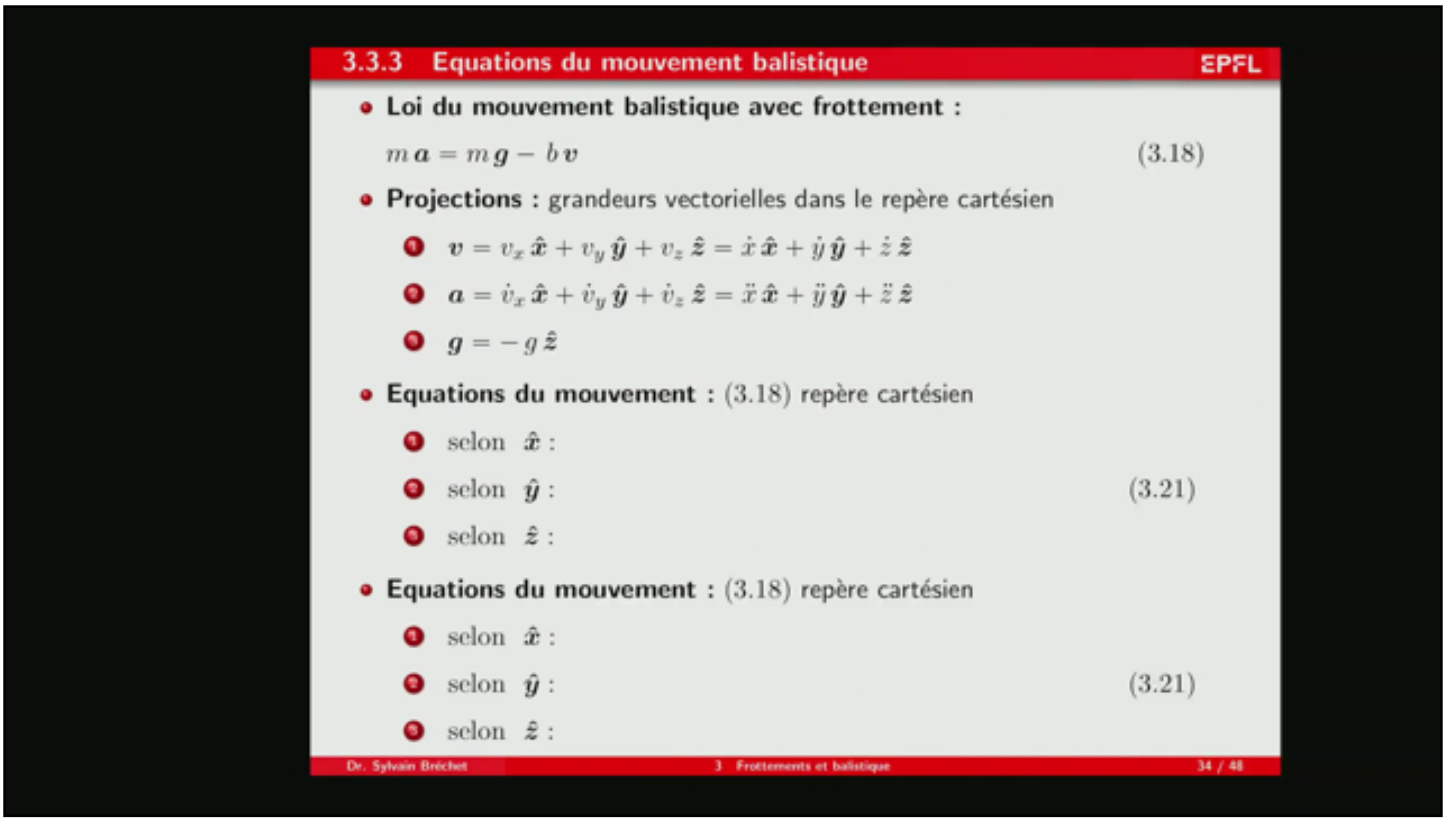
résumé



augmente due à l'accélération générée par le poids, la vitesse augmente, et donc la force de frottement visqueux qui s'oppose au mouvement qui est orienté vers l'eau, elle augmente. Le poids, il est constant. A un moment donné, la force de frottement visqueux va compenser le poids, et le mouvement va terminer à vitesse constante. D'accord? Alors, je vais déjà vous le spoiler un tout petit peu. Vous avez une bille, vous avez de l'huile. Regardez bien. Ah, elle reste écoincée, voyez? Elle descend quasiment à vitesse constante. D'accord? C'est ce qui va se passer en fin de course. Donc, on va avoir une vitesse limite selon l'axe vertical qui est constante. Saint, c'est pour les solutions physiques qu'on va obtenir qui vont s'exprimer mathématiquement. D'accord? Maintenant, on va passer à la résolution mathématique qui est un petit peu plus ardu. Il faut bien l'avouer. Alors... Mais l'avantage, c'est qu'on n'est pas en train de résoudre le problème sans savoir quelle va être la solution. On a compris quelle va être le type de solution, avant même d'entreprendre la démarche mathématique. Ok?

notes

résumé

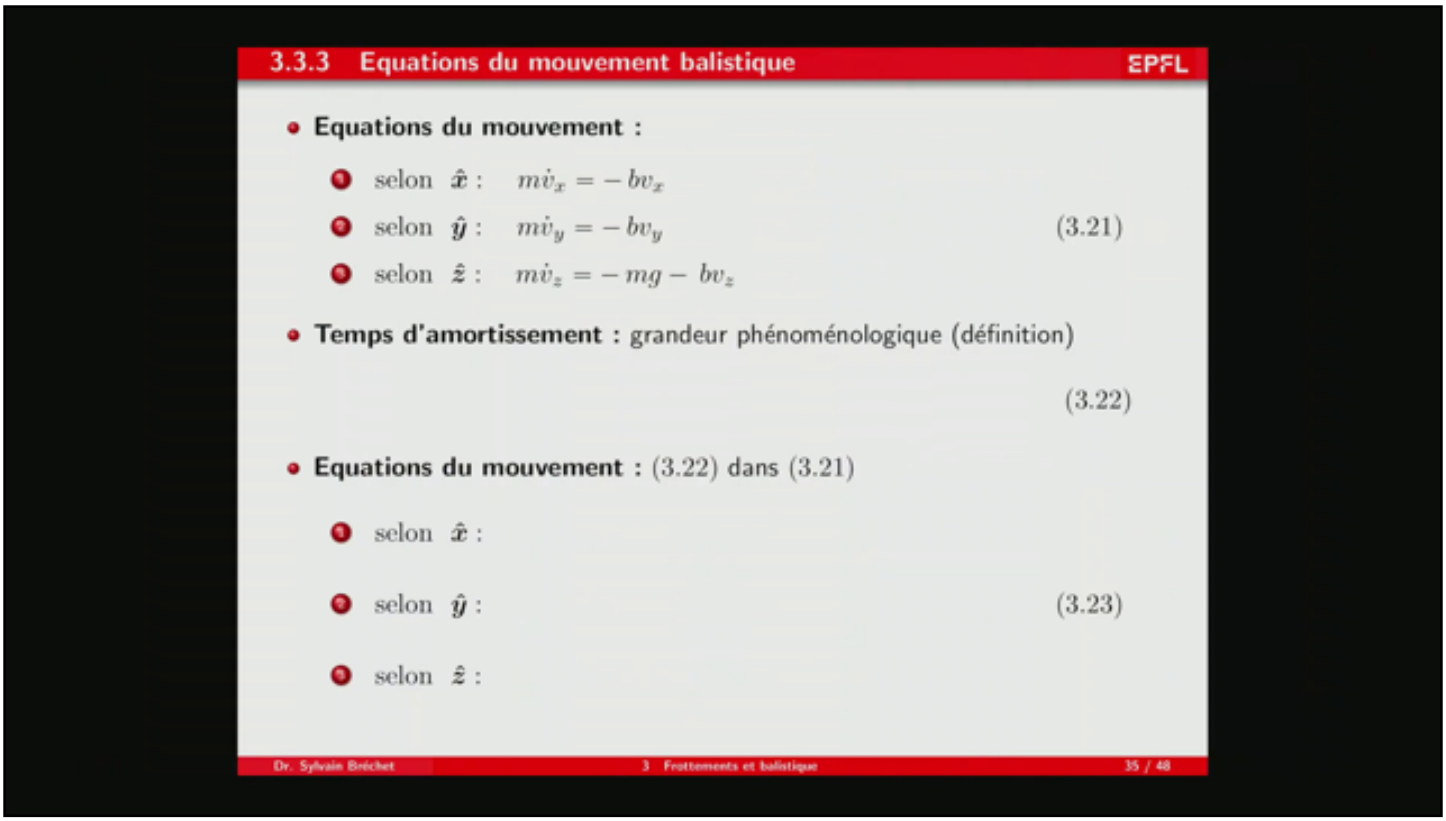


On va se placer dans les mêmes conditions que pour le mouvement balistique en absence de frottement, un point matériel qui est initialement à l'origine. D'accord? Une vitesse initiale qui se trouve dans un plan vertical. Quel plan OXZ. Ok?

notes

résumé

103m 1s

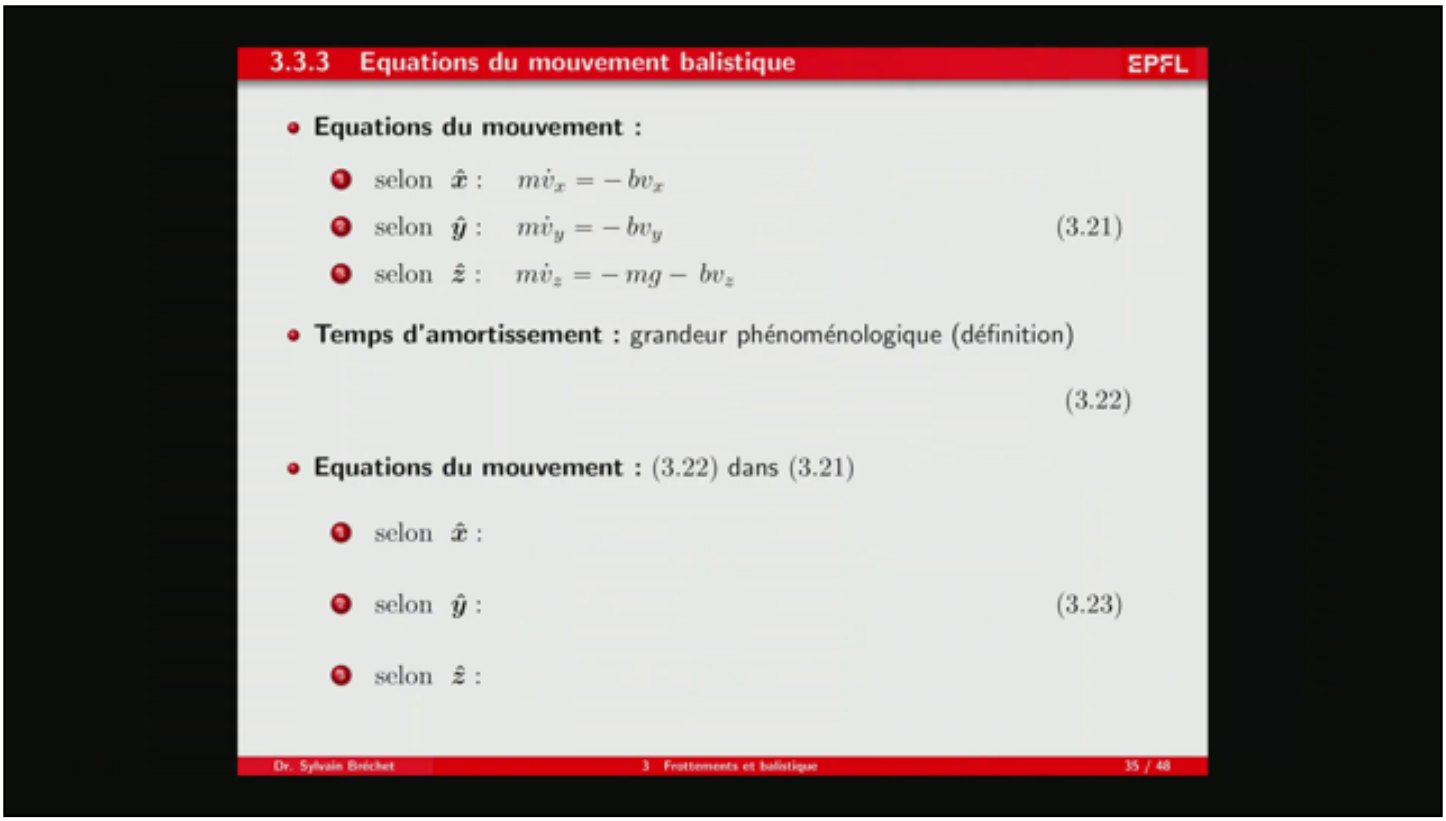


Bon. Alors, on a notre équation du mouvement balistique. Dans cette équation, apparaissent l'accélération, le champ gravitationnel et la vitesse. On va les exprimer en composantes. Donc, pour la vitesse, on a les composantes de la vitesse VX, VY, VZ qui multiplient les vecteurs unitaires. Ces composantes sont X, Y, Z points. Pour l'accélération, on a les dérivés temporaux des composantes de la vitesse VX, VY, VZ points qui multiplient ces mêmes vecteurs unitaires. On peut aussi l'exprimer directement en termes des composantes de la position. On a les dérivés secondes, X point point, Y point point, Z point point. D'accord? Chant gravitationnel est orienté vers le bas. C'est moins G, fois Z de chapeau. Bon. Alors, maintenant, on va identifier, dans cette équation, les termes qui proviennent de ces vecteurs projetés selon les différents axes de coordonnée. C'est-à-dire qu'on va identifier les termes qui multiplient tout à tour X chapeau, Y chapeau et Z chapeau. Commençons par l'accélération. Selon... Multiplié par la masse, son axe des X en aura MX point point, son axe des Y en aura MY point point, son axe Z en aura MZ point point. Quand? Ça, c'est le terme. Ou l'éterne, disons, qui se trouve dans les membres de gauche. Bon. Pour le membre de droite, le seul terme non nul qui proviendra du poids va se trouver d'équations qui, dans le mouvement, sont l'axe vertical, selon Z. G, en vecteur, va nous donner moins G le scalaire. On aura donc un moins MG. OK? Et puis, pour la force de frottement visqueux, on aura un moins B, moins B et un moins B qui multiplie, respectivement, X point, Y point et Z point. Regardez ces équations différentielles. Elles qui font intervenir les dérivés secondes et les dérivés premières, mais pas la fonction. On peut donc faire un changement de variable. On va définir des nouvelles fonctions qui sont les dérivés premières. Et leurs

notes

résumé

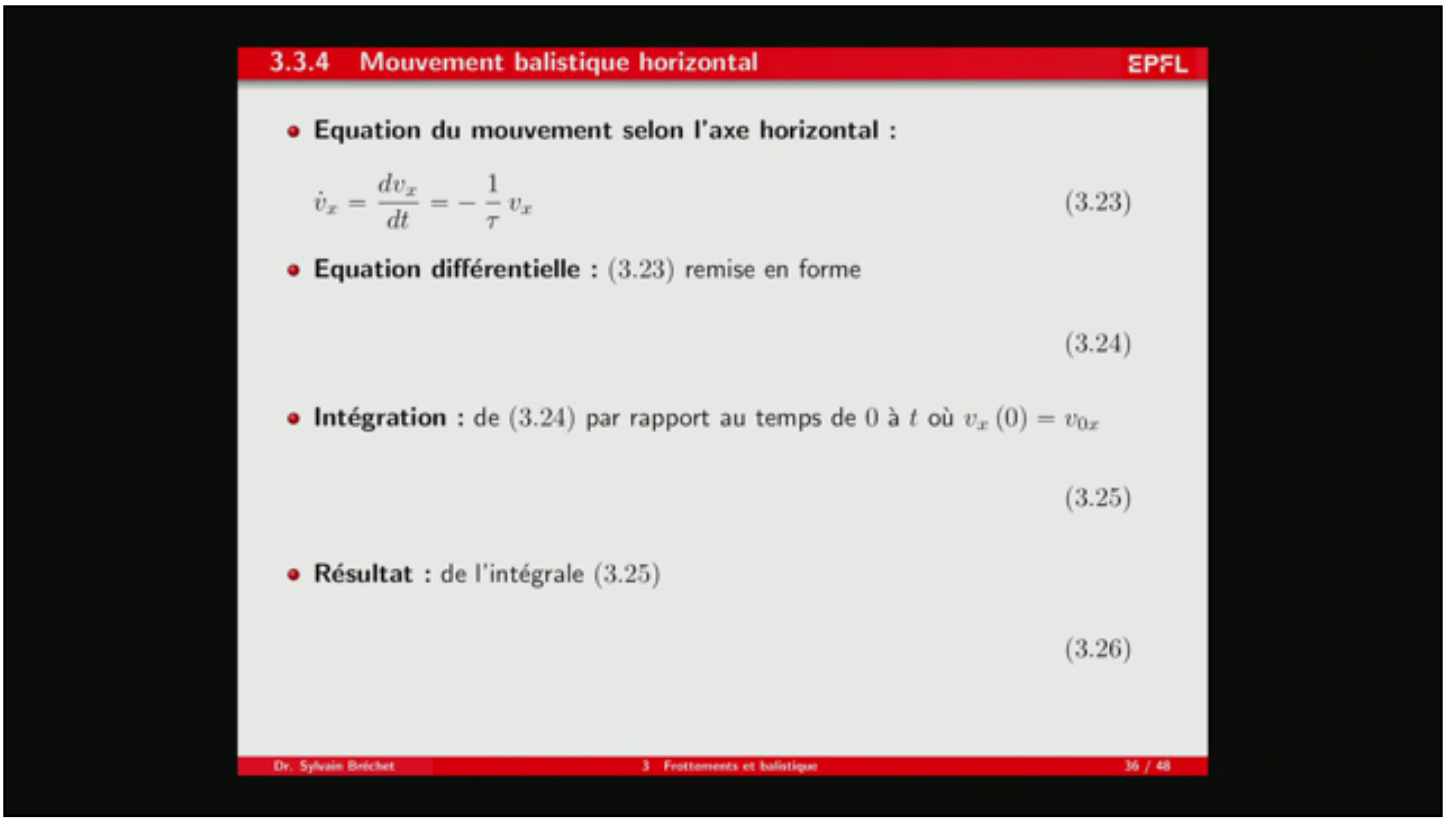
103m 19s



dérivés temporels seront leurs dérivés secondes. On va remplacer X point Y point et Z point par VX, VY et VZ. X point point Y point point et Z point point seront remplacés par VX point, VY point et VZ point. Et donc, écrivons-le. On a M, VX point, M, VY point, M, VZ point, qui va être égal, à moins B, VX, moins B, VY, moins MG, moins B, VZ. OK? Bon.

notes

résumé

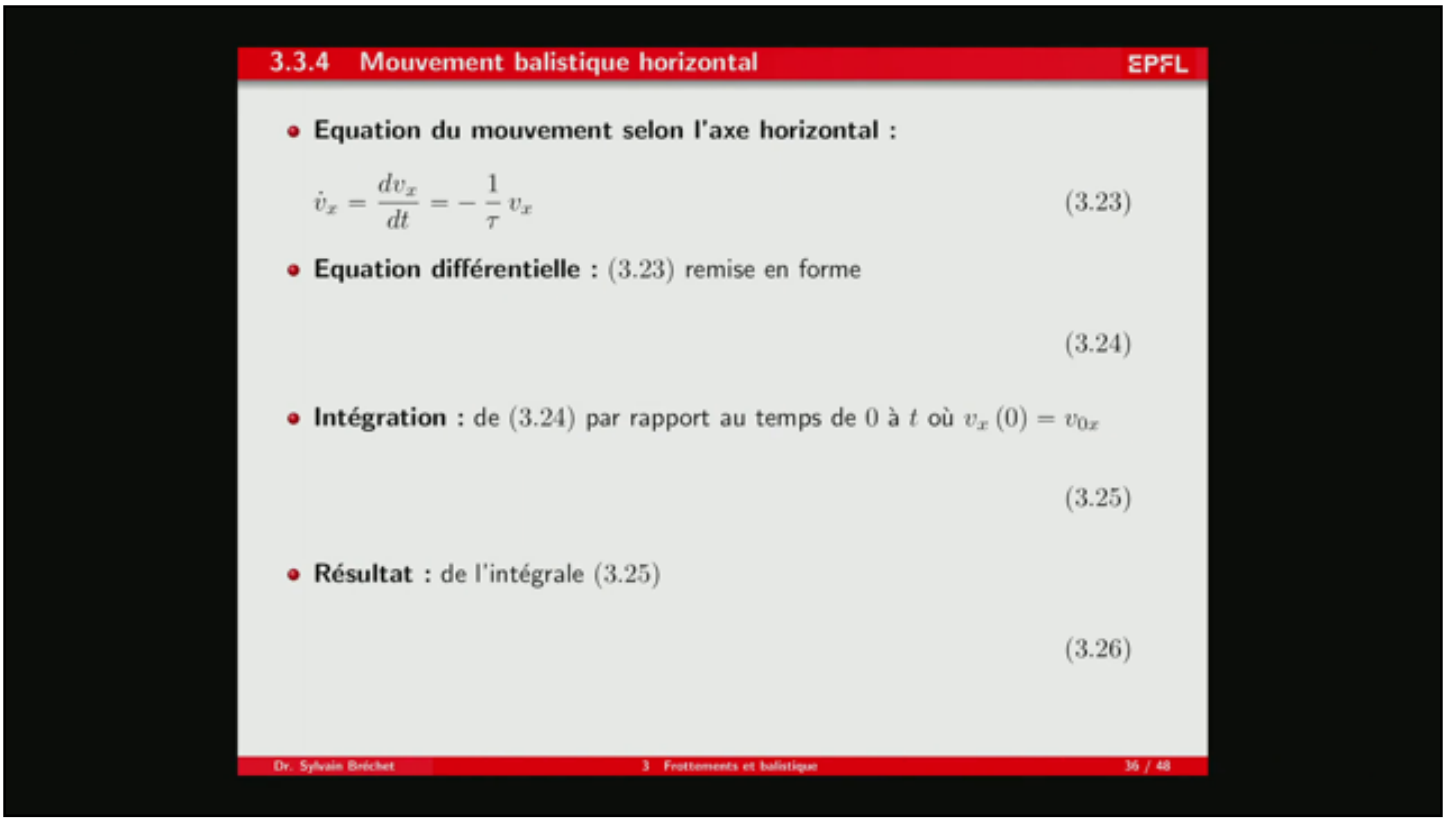


Alors, pour ça simplifier un petit peu la vie au niveau calculatoire, ce qu'on pourrait faire et ce qu'on va d'ailleurs faire, c'est prendre ces équations, elles, et diviser par la masse. D'accord? On va diviser tous les termes par la masse. Ce qui va apparaître devant les composants de la vitesse, c'est un B sur M. Où, le B sur M, on peut aussi l'écrire comme 1 sur M sur B. Et M sur B, si vous regardez les dimensions, et si vous avez une accélération, la vitesse, M sur B a une dimension de temps. En fait, c'est un temps qui caractérise l'amortissement du frottement. Il est défini donc comme M sur B. Alors, comment est-ce qu'on sait intuitivement que c'est correct? La force de frottement, elle est proportionnelle à B. Donc, s'il n'y a pas de frottement, B est nul. Ça donne un temps d'amortissement infini parce qu'on n'arrive pas à amortir le mouvement s'il n'y a pas de frottement. D'accord? C'est pour ça que le temps d'amortissement est inversément proportionnel à B. Il sera, lui, proportionnel à la masse. D'accord? Donc, compte tenu de cette paramétrisation, en divisant donc nos trois équations par la masse, on fait apparaître un tau au dédominateur devant les composants de la vitesse. Et alors, on a les équations suivantes, vx. Qui est moins 1 sur tau, vx. Vy. Qui est moins 1 sur tau, vy. Vz. Qui est moins g, moins 1 sur tau, vz. D'accord? Alors, on a, comme condition initiale, j'ai peut-être juste le récris rapidement ici, que vy de 0 est nul. D'accord? On a placé le vecteur vitesse initiale, ou plutôt le repère. On l'a orienté tel que le vecteur vitesse initiale est dans le plan xz. Donc, si initialement, il n'y a pas de vitesse selon y, que le point matériel est au repos, il ne va jamais se déplacer son axe y. Donc, cette

notes

résumé

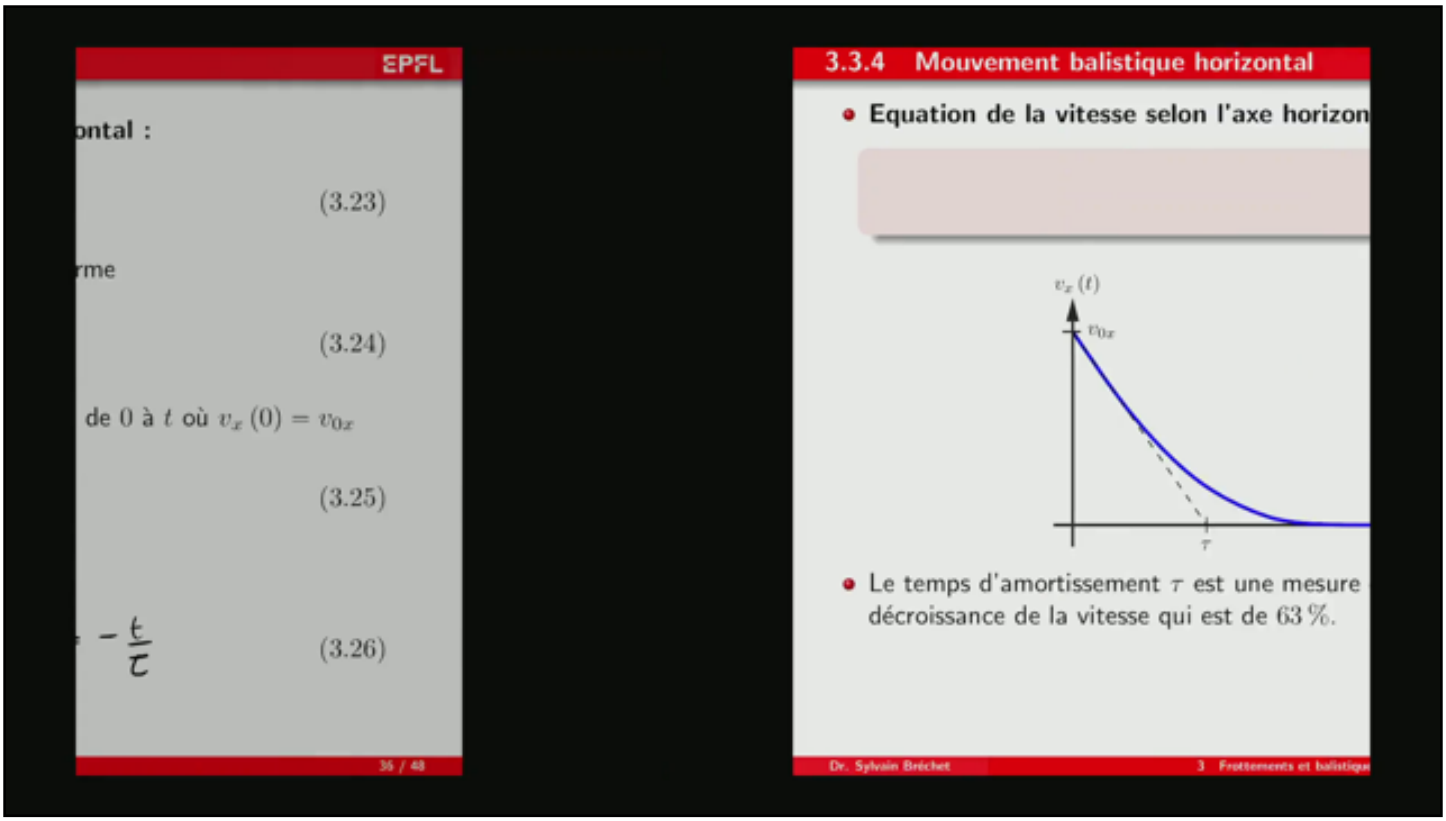
105m 59s



équation-là, concrètement avec nos conditions initiales, elle n'est pas intéressante. Il reste les deux autres. Le mouvement horizontal, le long de axe x, le mouvement vertical, le long de l'axe z. L'équation la plus simple, mathématiquement, c'est clairement la première. Donc, on va commencer par la première. Ok?

notes

résumé

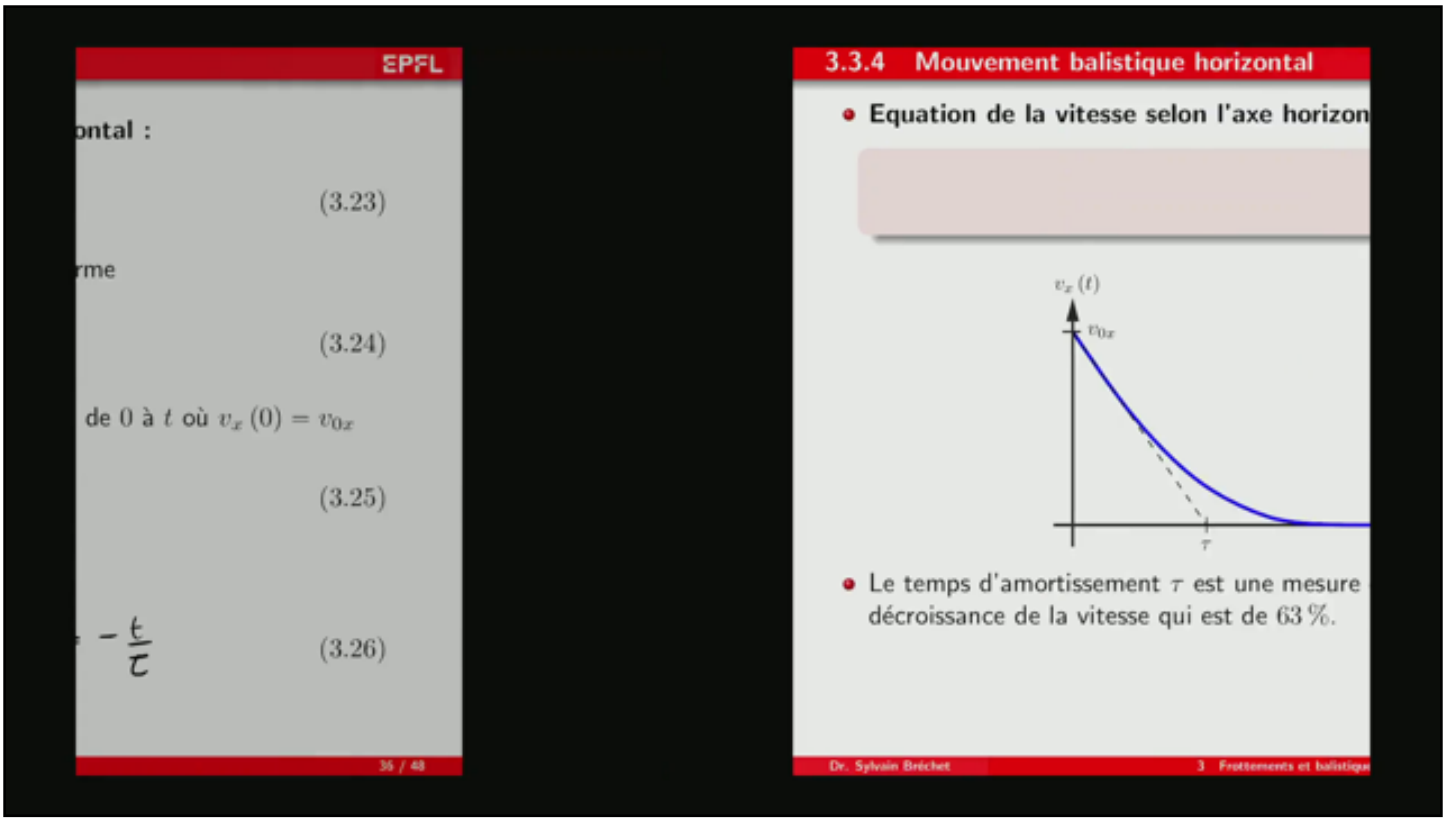


On va écrire que vx. Par définition, c'est la dérivé temporelle de vx. C'est donc la variation infinitesimale de vx sur l'intervalle de temps infinitesimale. C'est moins 1 sur tau, vx. Pour trouver la solution, il faut intégrer la fonction vx, la coordonnée d'absiste de la vitesse comme fonction du temps. Et donc, il faut rassembler à gauche les termes qui dépendent de vx, à droite les termes qui dépendent du temps. On aura donc des vx, qui est évidemment une fonction du temps, puisque la coordonnée et la vitesse va varier au cours du temps, sur vx doté, on a divisé par vx multiplié par dt, et à droite on aura moins d'été sur tau. Voilà la structure qu'on va maintenant pouvoir intégrer. Comment? Avec la règle d'intégration qu'on a définie ensemble en application de cours la première semaine. C'est pour ça qu'on a eu cet intégral un petit peu compliqué. D'accord? Donc, on va intégrer par rapport au temps du temps initial 0 au temps t. Ok? Alors, faisons-le d'abord à droite, ce sera plus simple. Moins 1 sur tau, c'est une constante. On va intégrer donc, d'été du temps initial 0 au temps t. Pour éviter une tautologie, en ayant la même variable dans l'intégrant que dans la borne, on rajoute un prime, je répète ici, ce prime n'est pas une dérivée. C'est juste à signal qu'on ne fait pas de tautologie par rapport au choix des variables. Ça sera vrai aussi pour les fonctions. Donc, à gauche on veut intégrer dvx doté, divisé par vx doté. On veut l'intégrer par rapport au temps. Attention, ce qu'on intègre, ce n'est pas la variable elle-même, c'est la fonction de la variable. D'accord? Donc, les bornes, ce ne sera pas 0 été, non? Les bornes, ce sera v0 au temps initial et puis... Non, pardon, vx au temps initial et vx au temps initial, vx de 0, c'est v0x.

notes

résumé

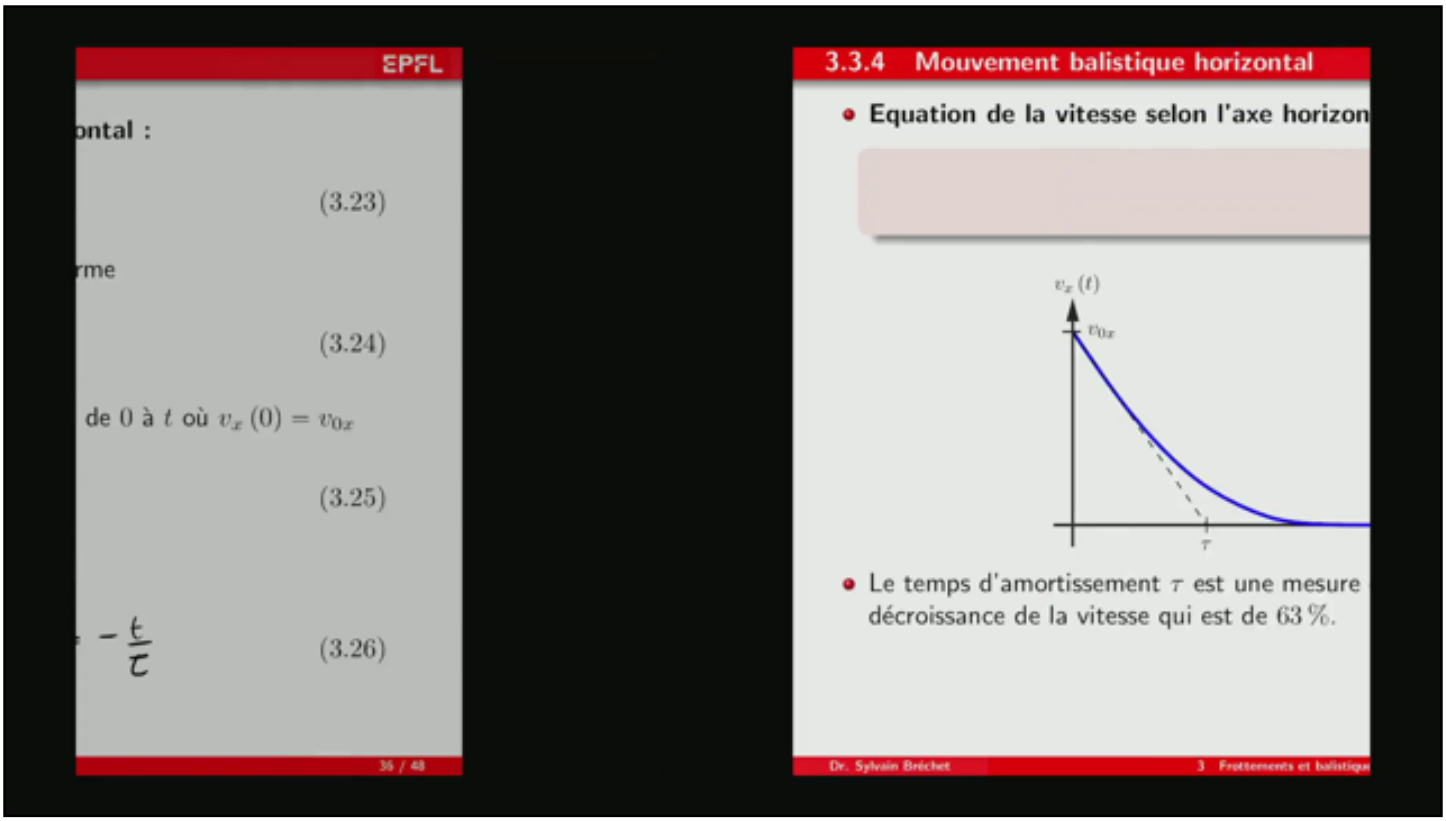
108m 19s



Donc, on intègre de v0x à vx et valie au temps t. Et là aussi, pour distinguer les variables et fonctions qui apparaissent dans l'intégrant de celles qui apparaissent au borne, on rajoute là encore des primes. Ok? Alors, compte tenu de ce qu'on a établi mathématiquement la première semaine, l'intégral du rapport de la variation infinitesimale de la variable, la fonction, sur la fonction, c'est... La primitive, c'est le logarithm de la fonction évaluée au borne. On aura donc, je vous passerai tout de suite à parole, on aura donc la différence entre le logarithm naturel de la fonction évaluée à la borne supérieure soit vx de t, moins le logarithm naturel de la fonction évaluée à la borne inférieure v0x, qui est le rapport du logarithm naturel de ces deux bornes. D'accord? Oui, dites-moi. C'était pour dire qu'en fait, on met un peu le problème sur le tapis parce que vx de t, s'il est nul, là, on a un problème concrètement. Alors, vx de t va... Alors, on va voir que vx de t va tendre vers 0. D'accord? Alors, vx de t n'est pas nul. Il devient nul, disons, dans la limite où t est envers l'infini. Alors, maintenant, pratiquement, si vous avez du frottement, à un moment donné, la vitesse, c'est suffisamment faible pour que quelque chose qui ne soit pas astrictement parlé mathématiquement à 0, dans la pratique, c'est 0. D'accord? Mais on va s'en sortir, on va très bien pouvoir intégrer ceci. Vous allez voir. Donc, on a dans le membre de gauche l'intégral qui nous donne donc le logarithm naturel du rapport des bornes. Et dans le membre de droite, ce qu'on aura, c'est moité sur tau. Or, ce qui nous intéresse, nous, c'est d'obtenir l'équation de la coordonnée, la vitesse, donc vx de t. Comment faire? Eh bien, on va prendre la fonction réciproque du logarithm naturel, puisque ce qu'on veut,

notes

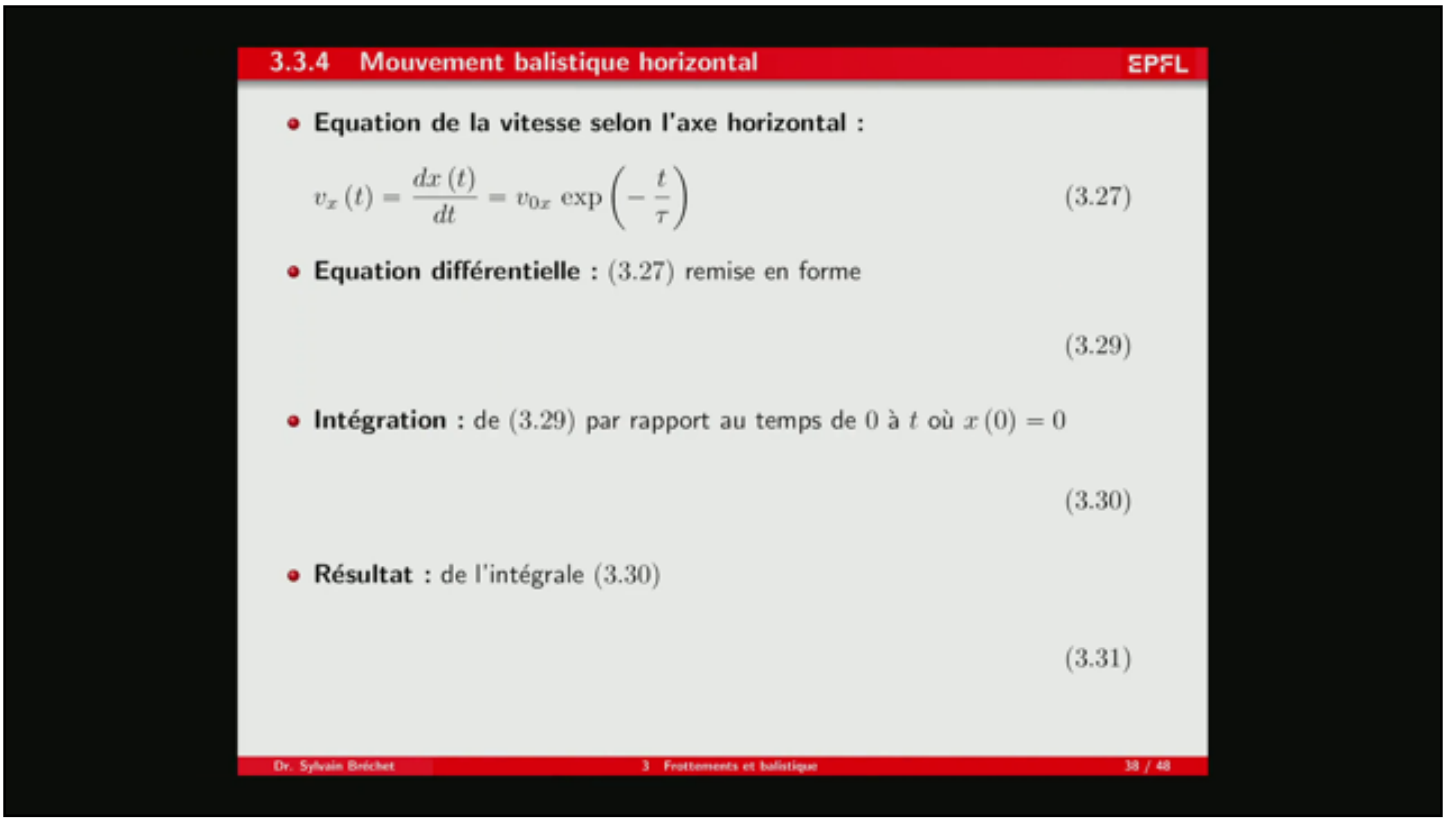
résumé



c'est de l'argument de ce logarithm naturel. D'accord? Donc, on va prendre l'exponentiel à gauche et à droite. Or, l'exponentiel du logarithm naturel d'un argument, c'est cet argument lui-même. D'accord? Donc, on a cet argument, on multiplie par dénominateur,

notes

résumé

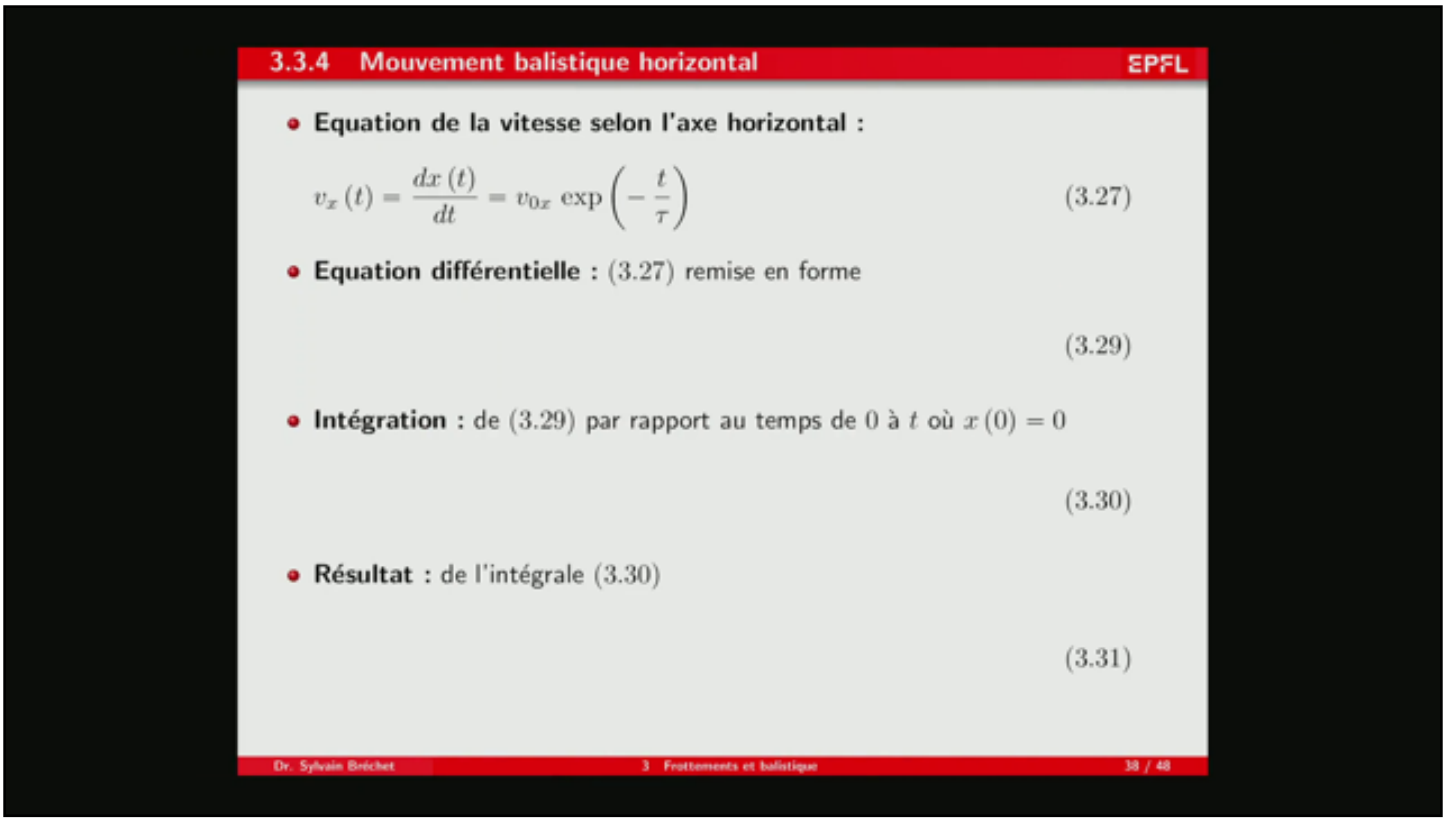


qui est v0x, et au final, on trouve alors que vx de t, c'est v0x fois l'exponentiel d'un moité sur tau. Vous voyez, tout se passe bien en termes du calcul. On a vraiment une solution qui est une décroissance exponentielle. Alors, première chose à vérifier en termes de cohérence de nos démarches, que trouvent-on lorsque t est envers zéro? Si t est nul, dans la limite où t est envers zéro, l'exponentiel de zéro, c'est 1. Donc, il nous reste v0x qui est justement la valeur initiale de la vitesse. Tout est bon. D'accord? Et puis, si t est envers l'infini, on a l'exponentiel de moins l'infini qui vaut 0. Donc, la vitesse va tendre vers 0. Alors, maintenant, on peut faire un raisonnement un petit peu plus fin. Prenons t qui est nettement inférieur à tau. Donc, t sur tau, je vais le mettre à côté, t sur tau est beaucoup plus petit que 1. Si t sur tau est nettement inférieur à 1, on peut faire un développement limité au premier ordre de l'exponentiel de moins t sur tau. Et alors, on trouve que vx2t, c'est à peu près v0x qui multiplie 1 moins t sur tau. D'accord? Et donc, c'est v0x moins v0x sur tau fois t. Il s'agit, bien évidemment, d'une asymptote oblique de pente négative. La voilà. Ça, c'est le comportement initial. Cette asymptote oblique de pente négative va intercepter l'axe horizontal défini par vx2t est égal à 0. D'accord? Et on le voit tout de suite en disant que ceci doit être nul. Ceci est nul pour autant que t égale tau. Donc, le tau ici apparaît graphiquement comme le point d'intersection entre l'asymptote oblique et l'axe horizontal. D'accord? Alors, concrètement, ça signifie quantitativement ce tau. Pour le voir, évaluons vx autant tau. D'accord? Et puis, on va le comparer à la valeur initiale qui est v0x. Bon, alors vous prenez vx2t, vous

notes

résumé

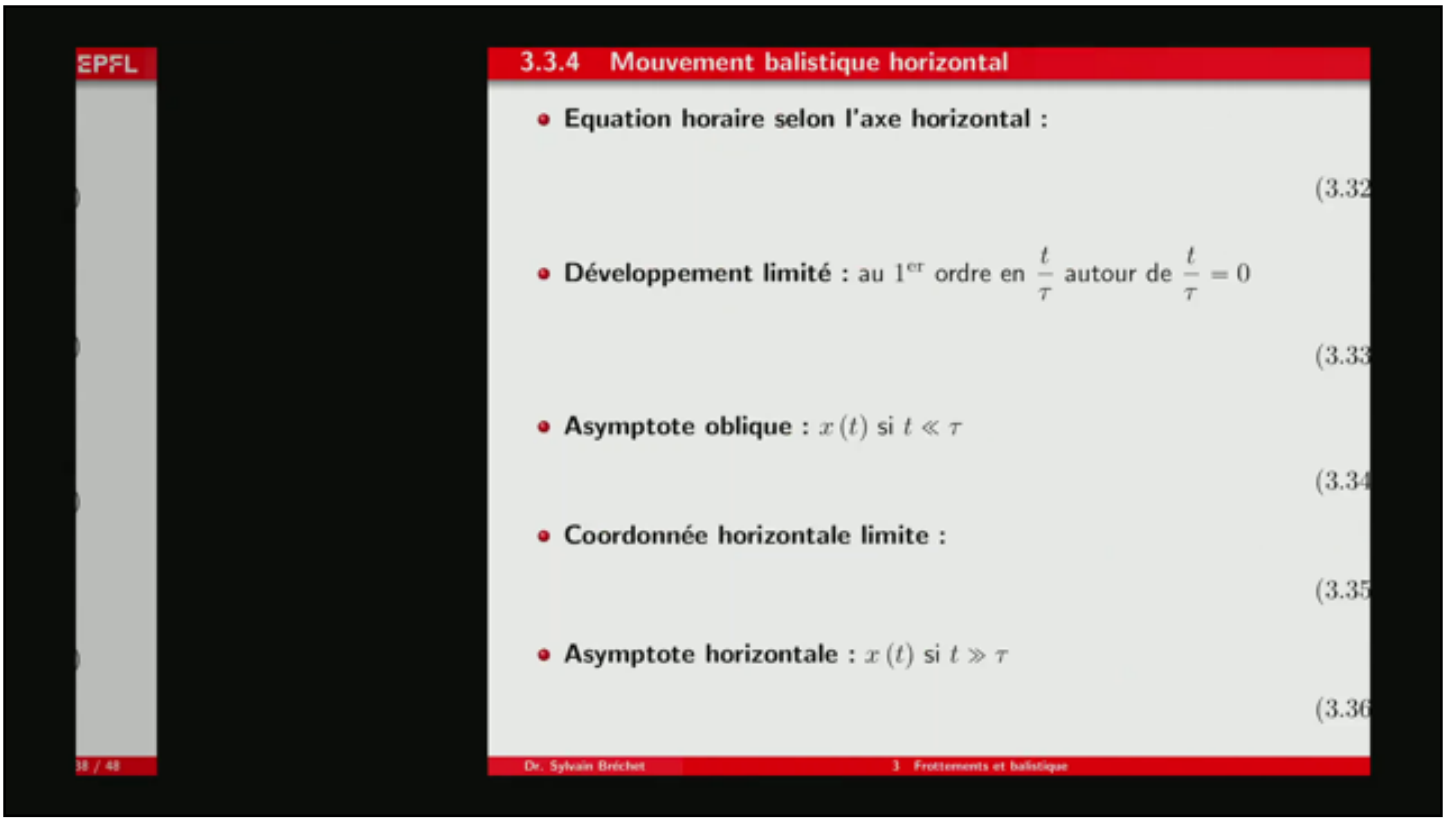
112m 19s



l'évaluez en tau. Ça donne quoi? Ça donne v0x fois l'exponentiel de moins 1. Bon, on divise par v0x, on a donc un nombre. Et ce nombre, c'est l'exponentiel de moins 1 et l'exponentiel de moins 1, c'est 0,37, soit 37%. Donc, après un temps d'amortissement tau, la fonction de départ a été amortie d'un facteur qui correspond à peu près à 2 tiers. D'accord? Donc, quantitativement, on a quelque chose qui écrit cet amortissement. C'est à ça que correspond ce tau. Continuons. Ah oui, pour terminer. Donc, vous avez une asymptote horizontale lorsque t'es tombé en infil, vous avez une asymptote oblique. Bon, quand vous avez ces deux asymptotes, vous interpollez la solution, d'accord? Puis à la main, vous voyez que vous avez un graphe de décroissance exponentielle qui a cette forme. D'accord? Voilà.

notes

résumé

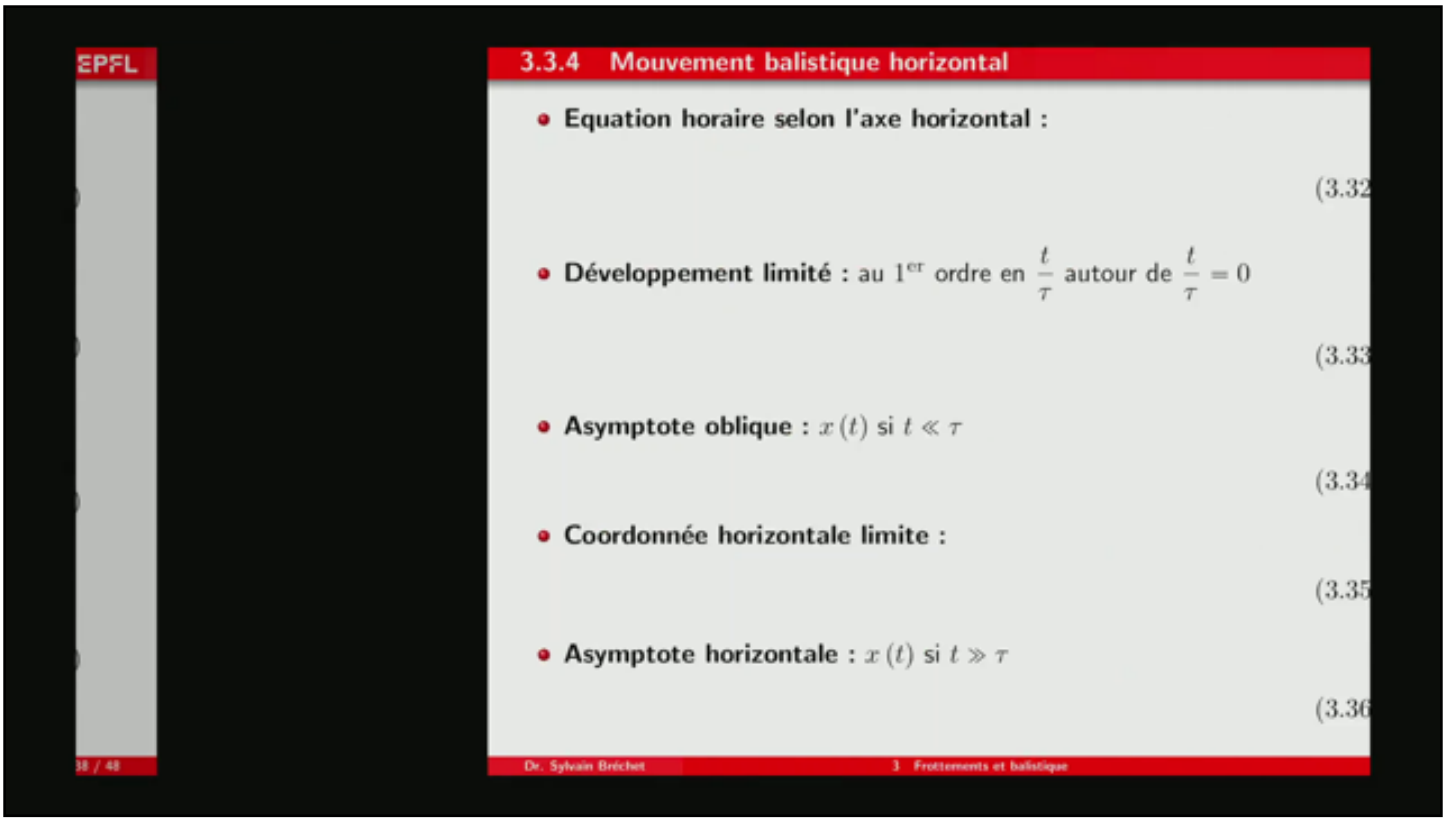


On aimerait maintenant trouver l'équation horaire selon l'axe horizontal. Alors, on va se baser sur ce qu'on connaît, l'équation de la vitesse, et on va écrire que la composante de la vitesse, c'est la dérivé temporelle de la composante de la position. C'est-à-dire que c'est le rapport du déplacement infinitésimal, c'est-à-dire que l'axe X sur l'intervalle de temps infinitésimal. D'accord? Or, ce qui nous intéresse, nous, c'est X de t. Alors, qu'est-ce qu'on va faire? On va intégrer Dx de t. Donc, on va multiplier cette équation différentielle par Dt, soit Dx de t qui va être égal à V0x, il faut à l'exponentiel de mointé sur tau, le toutefois d'été. OK? La somme de tous les déplacements infinitésimaux entre le temps initial 0 et le temps t va justement correspondre à la coordonnée d'Apsis au temps t. D'accord? Donc, on va sommer. Ça sera une somme continue. Ces déplacements infinitésimaux, le long d'axe X, et on tient compte de la condition initiale sur la position, qui est que, initialement, le point matériel se trouve à l'origine. Donc, X2, 0, c'est 0, c'est la bonne inférieure. La bonne supérieure sera X de t. Dans le membre de droite, on a la constante qui est V0x, qui multiplie l'intégrale de l'exponentiel de mointé sur tau, fois d'été. Donc, il faut intégrer notre exponentiel entre 0 et t. Ajoute des prix. D'accord? Quand on intègre l'exponentiel d'une fonction, on va trouver l'exponentiel de la fonction multiplié par l'inverse de la dérivé interne. Or, la dérivé interne, c'est la fonction mointé sur tau. Quand on dérive par rapport à t, c'est moins 1 sur tau. Donc, quand on a l'inverse, ça va donner moins tau. Donc, à gauche, évidemment, qu'on a X2t. A droite, on aura moins V0x tau, fois l'exponentiel de moins t' sur tau, évalué entre t' égale 0 et t' égal t. D'accord? Et alors là, si vous évaluez avec

notes

résumé

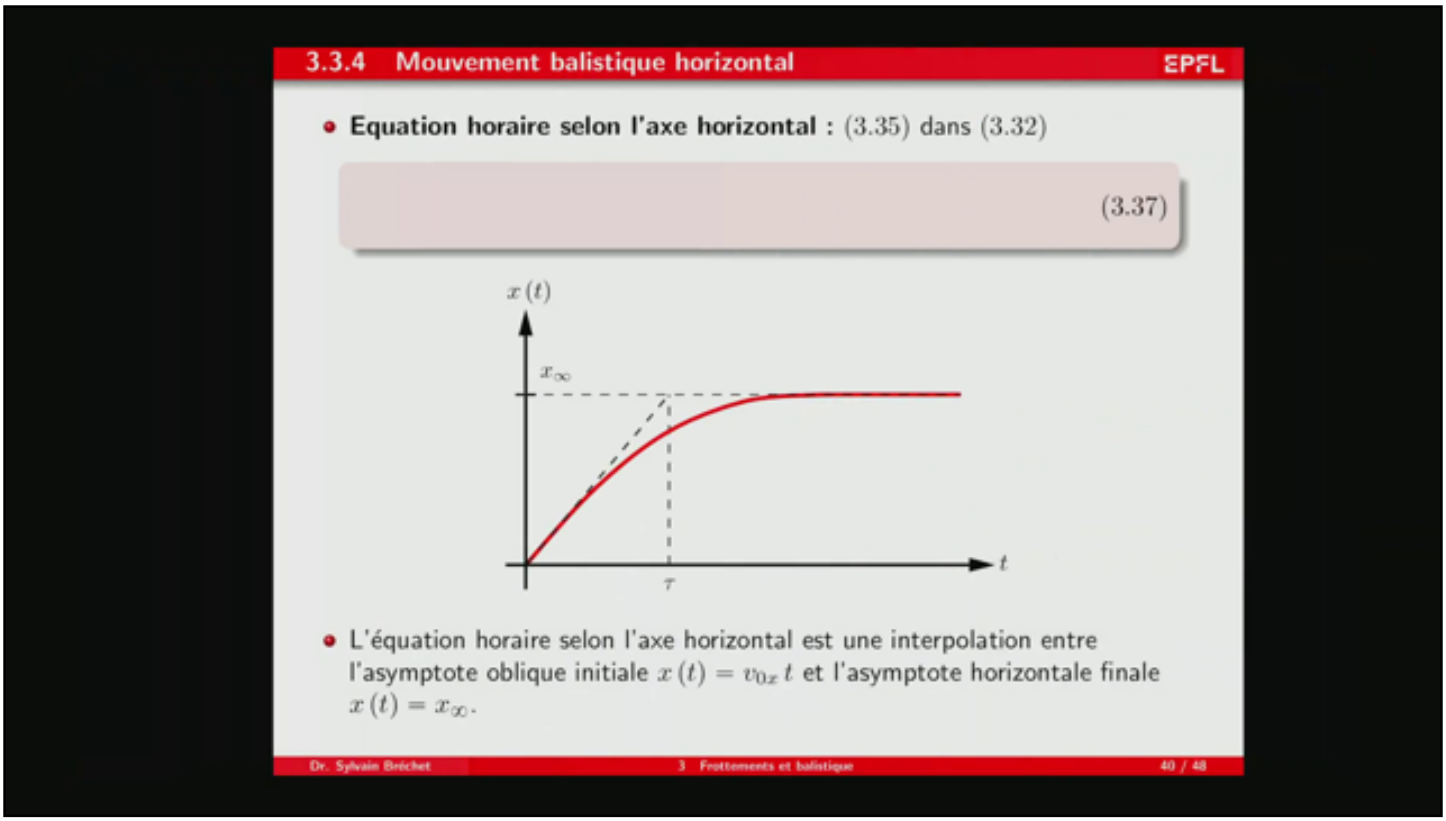
115m 19s



une borne supérieure, comptez positivement, une borne inférieure, comptez négativement.

notes

résumé

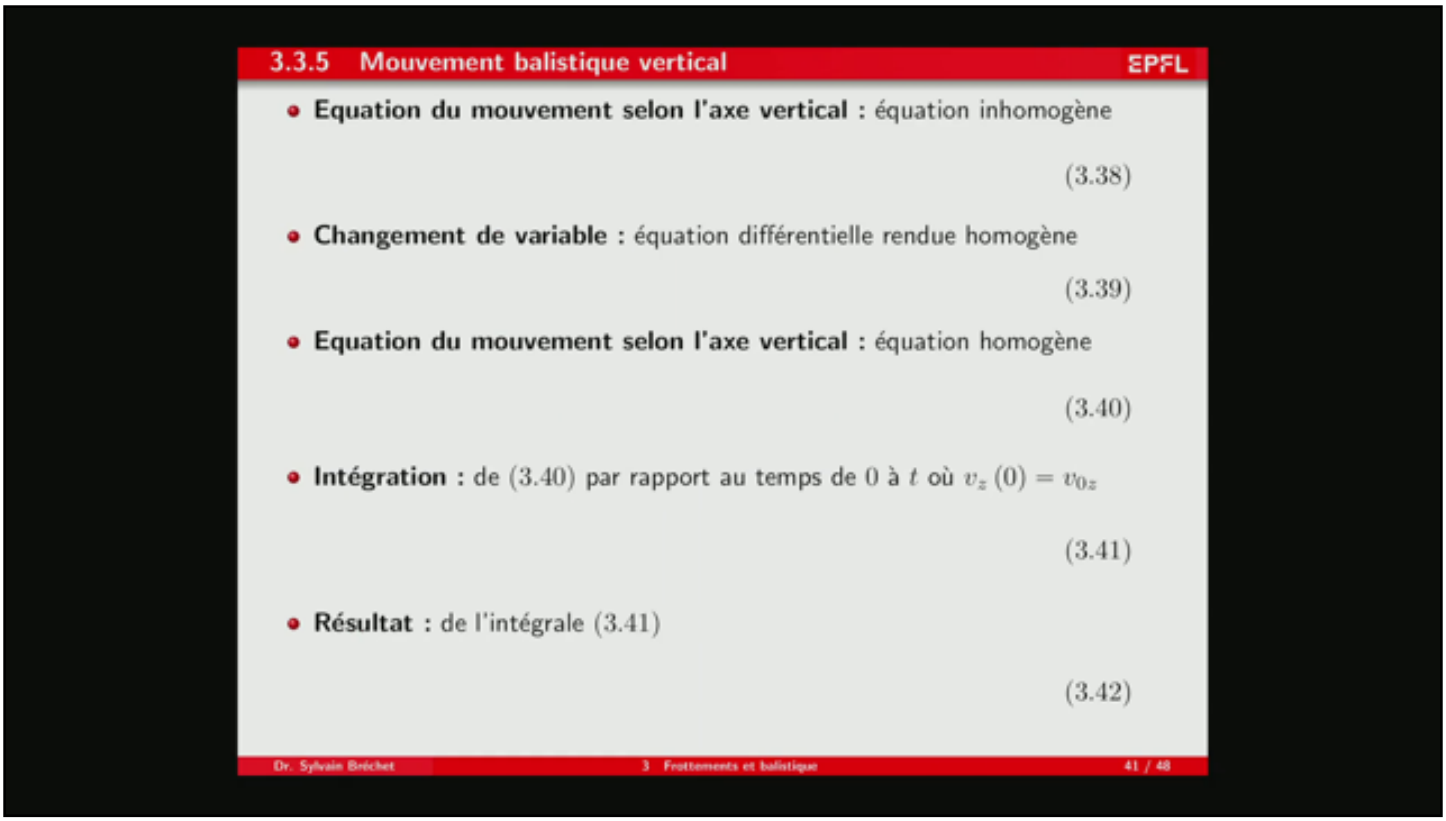


Eh bien, ça donne l'équation horaire suivante. X2t, c'est V0x tau, qui multiplie 1 moins l'exponentiel de moins t' sur tau. Bon. Alors là, pour comprendre un petit peu ce que ça va donner, il faut aussi faire un développement limité en t' sur tau, lorsque t' sur tau est petit, c'est-à-dire, lorsqu'on est au début du mouvement balistique, selon l'axe horizontal. Dans ce cas-là, l'exponentiel de moins t' sur tau, développé au premier ordre, sera 1 moins t' sur tau. Alors maintenant, si vous remplacez ceci, ici, vous voyez que les 1 se simplifie, les 6 moins aussi, les tau aussi. Et donc, ce qui vous reste, c'est la symptote oblique initiale, X2t, qui est V0x fois le temps t. D'accord? Alors maintenant, que se passe-t-il dans la limite où le temps t'entend vers l'infini? Appelons ce résultat X infini. C'est la limite de t'entend vers l'infini de X2t. Bon. L'exponentiel de moins l'infini, c'est 0. Ce terme disparaît et reste uniquement le préfacteur. D'accord? Donc ceci, c'est V0xetao. C'est la coordonnée horizontale limite. C'est simple à comprendre. S'il y a du frottement, le point matériel pourra pas franchir une distance plus grande qu'une valeur limite qui se trouvait être le produit de la vitesse initiale selon l'axe horizontal multiplié par le temps d'amortissement. D'accord? Donc on a une asymptote horizontale X2t, qui est V0xetao. On a défini comme étant X infini. Donc maintenant, si on veut représenter graphiquement ce qu'on vient d'obtenir,

notes

résumé

117m 44s

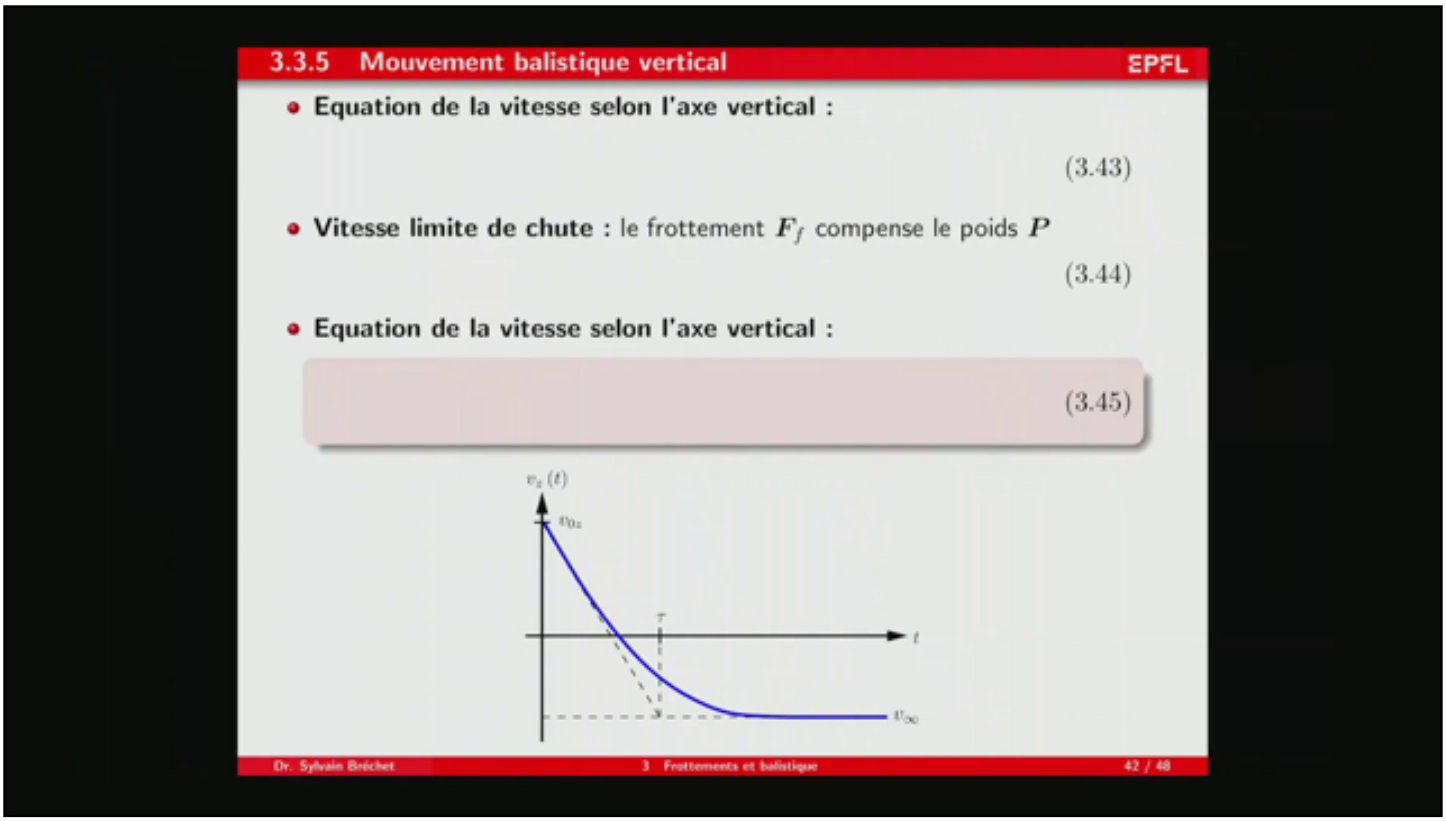


on a une asymptote horizontale à X infini qui est V0xetao. On a une asymptote oblique initiale. Donc on va se retrouver avec un graphe qui interpole ces deux comportements. C'est celui-ci. Voilà l'équation horaire du mouvement ballistique avec frottement selon l'axe horizontal. Donc je l'écris. X2t, c'est X infini qui multiplie 1, moins l'exponentiel de moité sur tau. Passons maintenant à ce qui est plus intéressant, qui est l'équation du mouvement ballistique vertical en présence de frottement. D'accord ?

notes

résumé

119m 28s

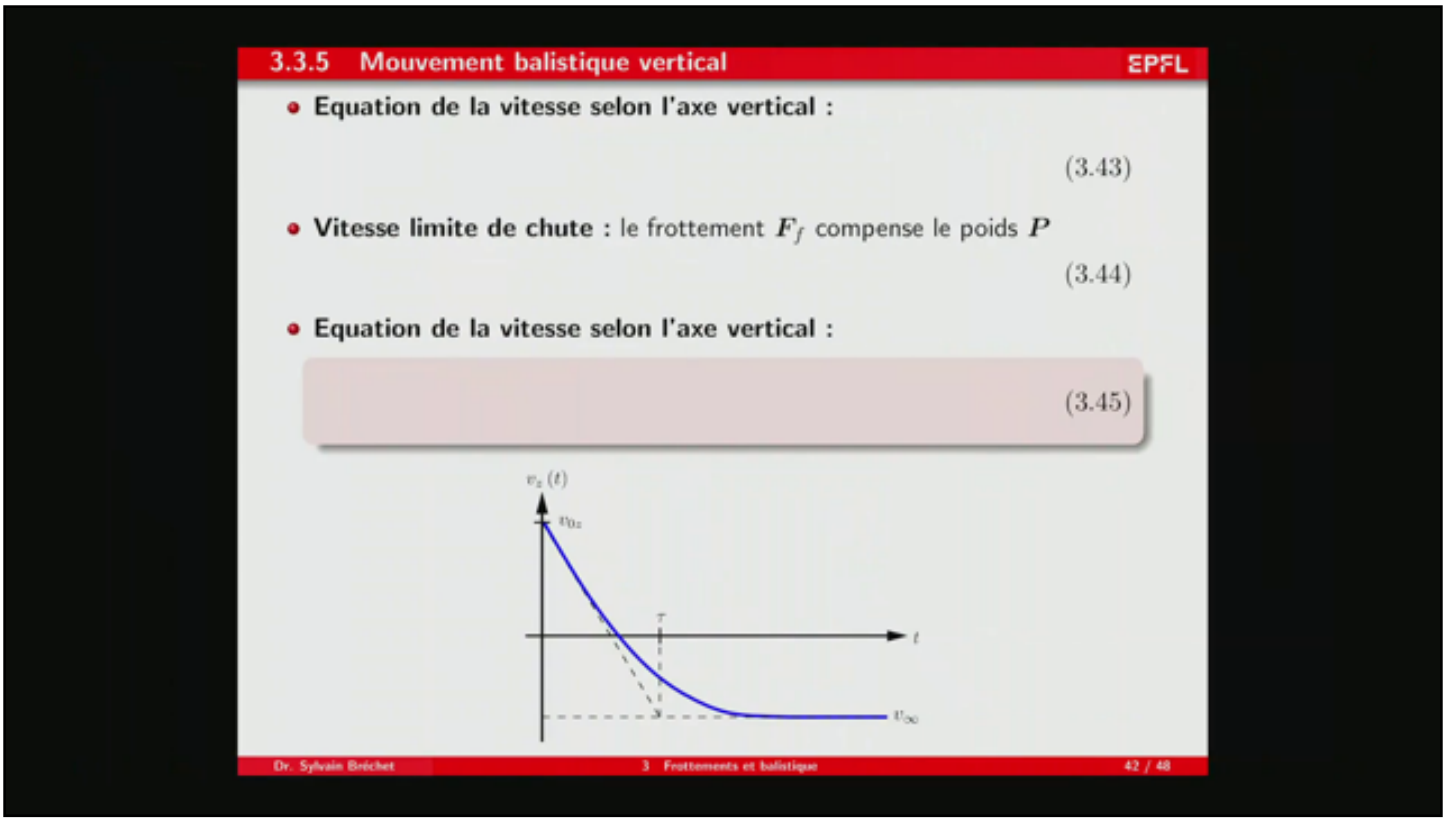


Donc reprenons notre équation. Vz. C'est dvz sur dt, c'est la dérivée de la composante verticale de la vitesse, qui est moins champ gravitationnel, moins 1 sur tau qui multiplie Vz. Alors là, on a un problème. Ok ? Quand on a ce genre de problème, il y a une solution, le problème c'est le suivant. Ce qu'on aimerait avoir et qu'on n'a pas, c'est la dérivée temporelle de la fonction qui est proportionnelle à la fonction. Si c'était le cas, la solution serait une exponentielle. Et bien on a ce terme constant qui embête. Alors la technique, c'est la suivante. Imaginez qu'on a une nouvelle fonction qui est l'ancienne plus une constante. D'accord ? La dérivée temporelle de cette nouvelle fonction, tendonnée avec la constante, c'est la dérivée temporelle de l'ancienne. Alors maintenant on va récrire le nombre de droites, tel qu'on a quelque chose qui est proportionnel à Vz. Et ça, ça sera la fonction qu'on cherche. Donc on a devant le Vz, un moins 1 sur tau, on le récrit. On a donc notre Vz. Et puis maintenant on va passer le moins g à l'intérieur des parenthèses, qu'on a un moins 1 sur tau en évidence, il faudra qu'on ajoute un g tau. Et donc le changement de variable nécessaire à la résolution de cette équation différentielle nous est livré sur un plateau. Cette méthode pour ceci est géniale, puisqu'on n'a pas besoin de deviner le changement de variable. Si on fait les choses méthodiquement, il nous est donné. La nouvelle grandeur à choisir, c'est celle-là. Pourquoi ? Parce que si on l'appelle uz, par exemple, uz de t, ça sera donc Vz de t, plus g tau. Et puis maintenant, vous dérivez ceci par rapport au temps. Alors vous avez uz point, qui est Vz point. Plus la dérivée temporelle de g tau, c'est constante, c'est zéro. Donc ici, on se retrouve avec uz point.

notes

résumé

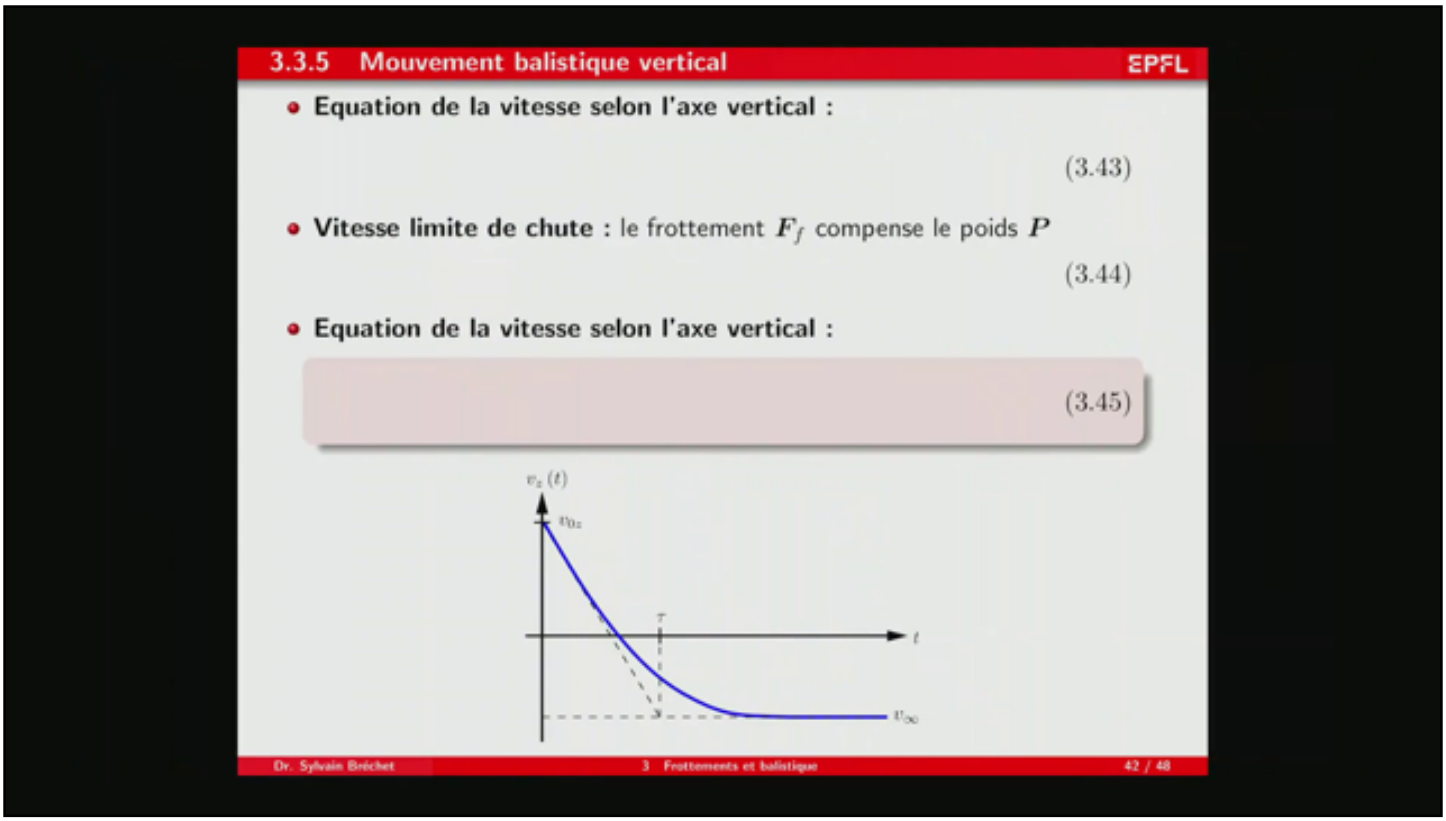
120m 13s



Et là, on a moins 1 sur tau fois uz. On a exactement ce qu'on veut. Écrivons l'équation du mouvement qui devient maintenant une équation différentielle linéaire homogène en uz. On a uz point, qui est d uz sur dt, qui est donc moins 1 sur tau fois uz. Alors, grâce à ce qu'on vient de faire, on peut maintenant diviser par uz, multiplier par dt. Et on a alors que d uz de t sur uz de t, va être égale à moins dt sur tau. Et ça, on va l'intégrer. Du temps initial, autant t. Prenons le membre de gauche. On aura l'intégral de uz de 0 à uz de t. Ce qu'on intègre, c'est d uz prime de t prime sur uz prime de t prime. Soyons astucieux. C'est pas uz qui nous intéresse. Un petit peu cet après-midi, mais pas maintenant. C'est vz qui nous intéresse. Or, on a un changement de variable qu'on va pouvoir directement appliquer au niveau de la borne. On va donc écrire que la borne inférieure, c'est uz de 0, qui est donc vz de 0 plus gtau. vz de 0, c'est v0z. Donc c'est v0z plus gtau. Pour la borne supérieure, on aura donc vz de t plus gtau. Pour l'instant, la fonction qui est dans l'intégral reste la même. Ce qui vous démontre donc bien que ce n'est pas l'écriture de cette fonction avec ou sans les primes qui comptent. C'est bien ce qui se passe en termes des borne d'intégration. Maintenant, dans le membre de droite, on a moins 1 sur tau. Il faut l'intégral de d t prime qu'on intègre de 0 à t. Alors on applique la solution. On sait que le membre de gauche va être égal. Au logarithm naturel du rapport des bornes d'intégration, soit vz de t plus gtau pour la borne supérieure, sur v0z plus gtau pour la borne inférieure. J'ai directement

notes

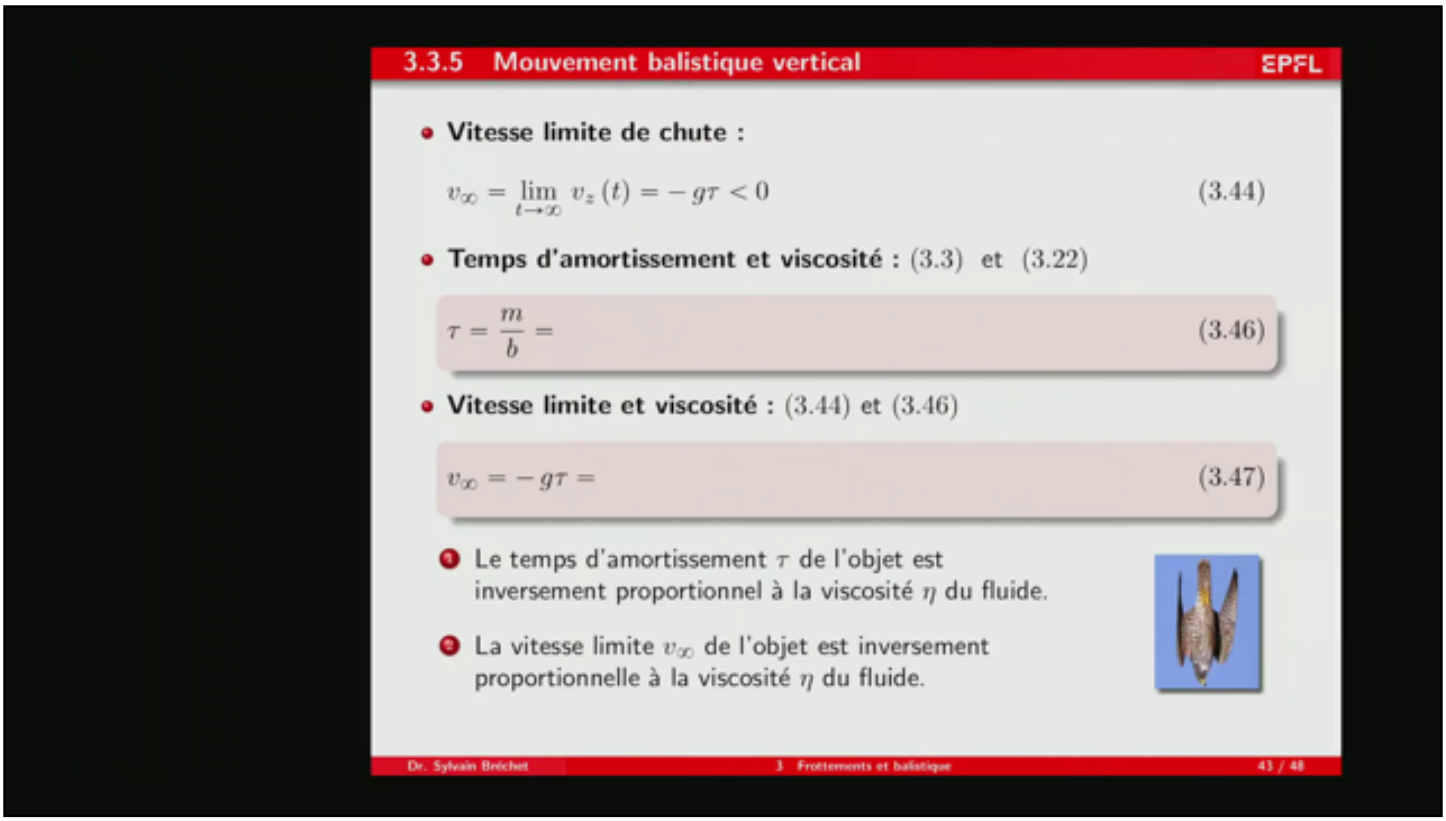
résumé



pris ces bornes-là. Ceci est égal à mointer sur tau. Or, ce qu'on veut, c'est vz de t. Pour obtenir vz de t, il faudra prendre l'exponentiel à gauche et à droite. On va exponentier cette relation.

notes

résumé

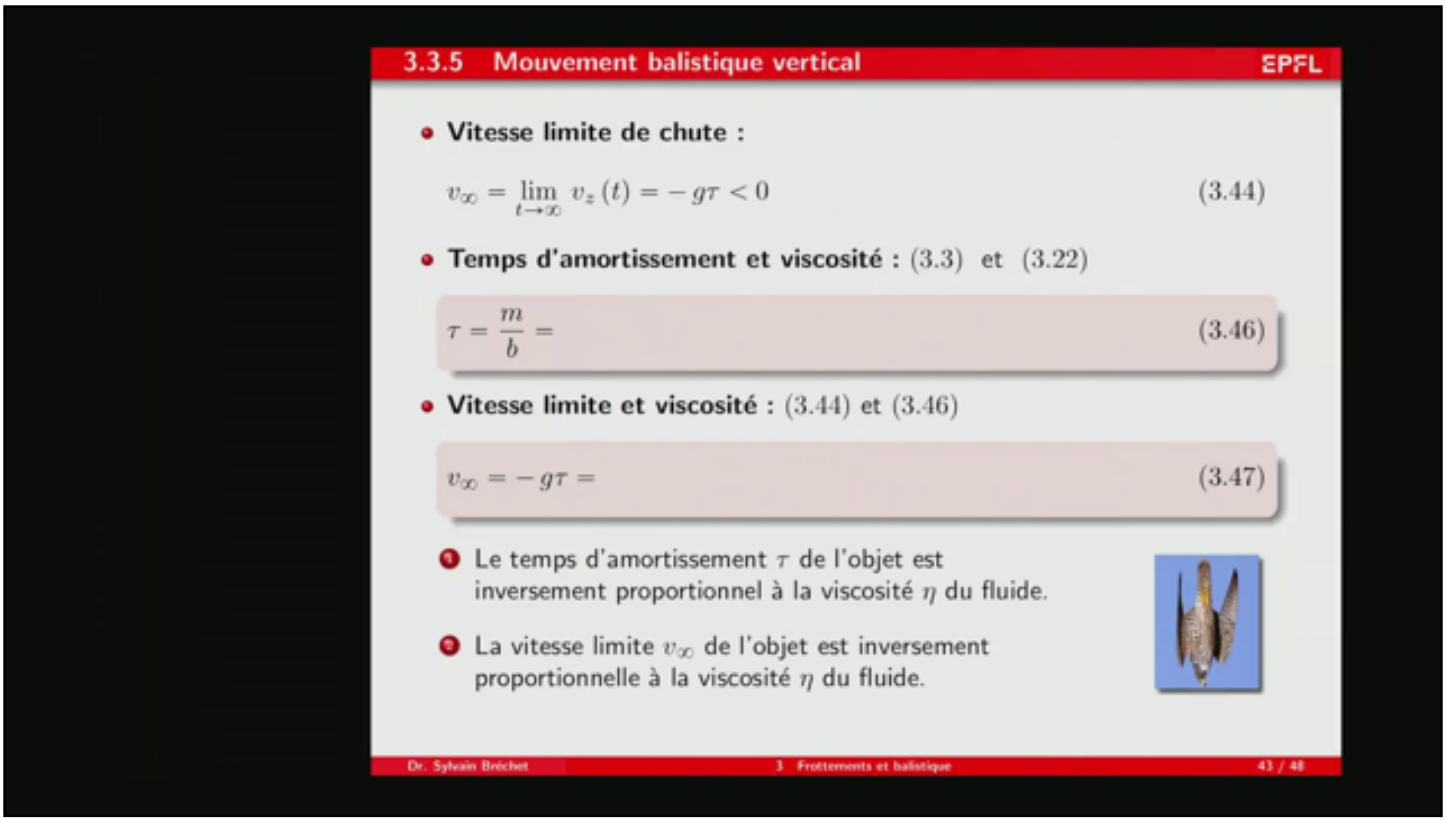


Ensuite, on va multiplier par le dénominateur qui est v0z plus gtau et on va retrancher gtau. On trouve alors l'équation de la vitesse vz de t qui est v0z plus gtau qui multiplie l'exponentiel de mointer sur tau moins gtau. Là, on va tomber sur quelque chose d'intéressant puisque, intuitivement, on a bien compris que lorsque le point matériel a un mouvement de chute limbe, il est accéléré vers le bas par son poids, mais en même temps freiné vers le haut par la force de frottement dont l'intensité augmente en fonction de la vitesse. A un moment donné, la force résultante exercée sur le point matériel sera nulle, sa vitesse sera constante. On obtient tout simplement en prenant la limite du temps qui est envers l'infini dans l'expression qu'on vient d'établir, soit vz de t. Alors, si t est envers l'infini, ceci est envers zéro. Et nous restons ça. Et c'est ça la vitesse limite de chute. C'est moins gtau. D'accord ? Oui ? – Je n'ai pas compris sur la vidéo pour précédent. – La dernière ligne, pourquoi il y a un p0 plus... – ...pouvoir le relève. Ah, en fait, si vous regardez juste la ligne d'en-dessus, dans le texte qui est déjà préécrit, voyez tout au bout que vz de zéro, c'est v0z. Donc c'est ce v0z que vous retrouvez dans la borne inférieure de la deuxième intégrale de l'équation 341. D'accord ? C'est juste une récriture explicite. Voilà. Alors, la vitesse limite de chute est négative. Pourquoi ? Parce que l'objet, il a un mouvement orienté vers le bas, alors que les axes sont définis positifs vers l'eau. C'est pour ça que c'est négatif. Ensuite, c'est une constante qui dépend des paramètres du problème. Alors, à l'examen, j'ai une fois eu un étudiant qui a réussi à résoudre ses problèmes de ballistique sans résoudre les maths. Simplement en disant, OK, on doit avoir une

notes

résumé

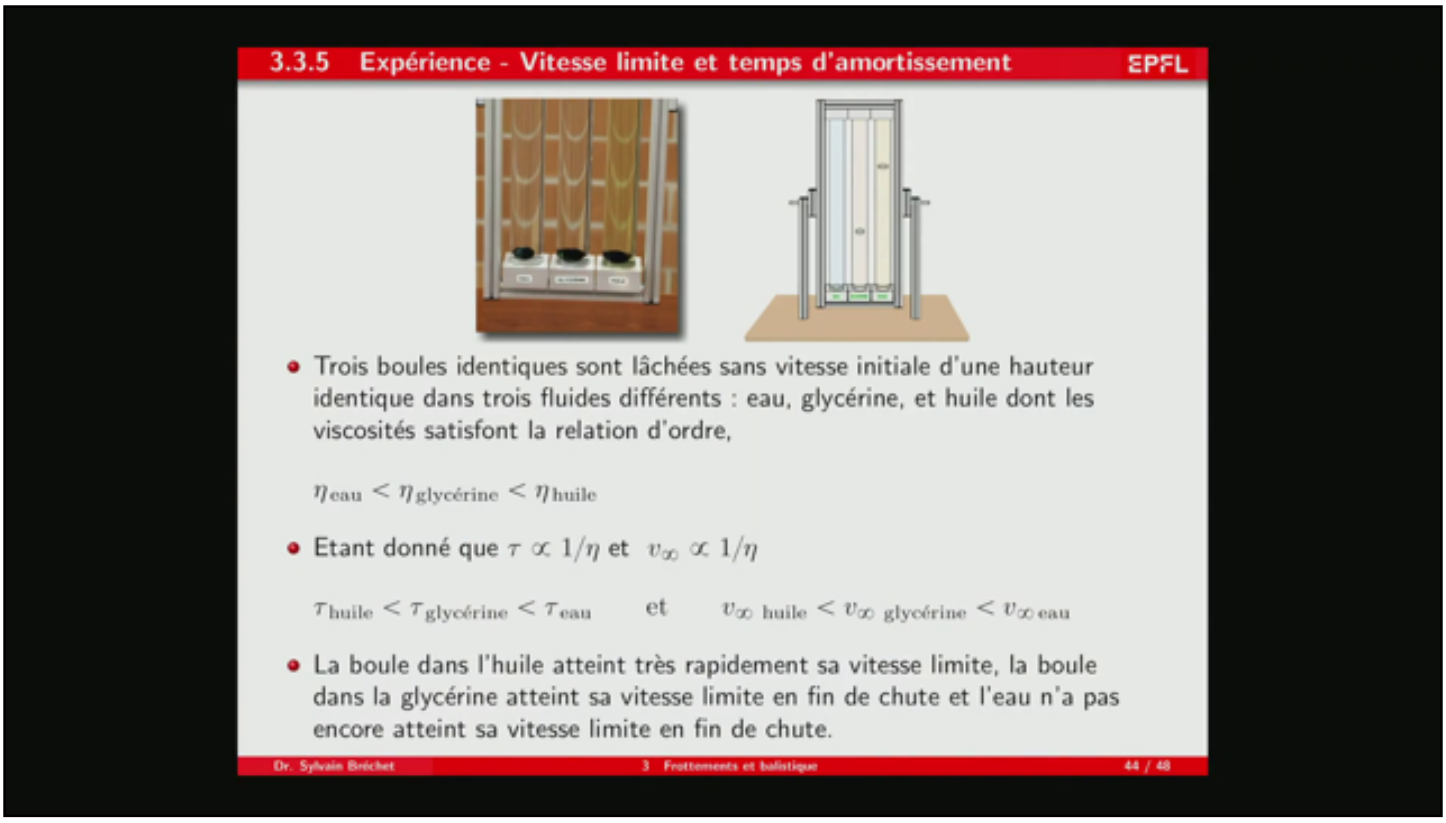
124m 55s



vitesse. On va construire une vitesse avec les paramètres alors on arrive jusqu'à un certain point à se débrouiller avec l'intuition. C'est très, très dangereux parce que si vous vous trompez, vous perdez tous les points. Donc il faut savoir faire les maths aussi. Mais c'est bien de faire les deux. D'avoir à la fois l'intuition qui permet d'y arriver et de montrer que cette intuition arrive à se calquer sur le calcul mathématique qui vient d'être fait. Et là, vous avez une certaine assurance, même le jour d'examen, que vos calculs sont justes. Bon, alors maintenant, si on revient sur l'équation de la vitesse, vz2t, ça sera donc v0z moins v∞ qui multiplie l'expandentiel de mointé sur tau plus v∞, attention, v∞ est négatif. Donc vous avez une asymptote horizontale qui est v∞ qui est négatif. On a d'abord un comportement avec une asymptote oblique. On pourrait de nouveau la déterminer, d'accord. Le point d'intersection entre les deux asymptotes se fait autant tau. La solution, c'est une interpolation. Donc la différence avec le mouvement balistique horizontal, c'est qu'au bout d'un certain temps, horizontalement, l'objet ne bouge plus. Alors que verticalement, il tombe à vitesse constante, c'est la raison pour laquelle la asymptote horizontale est trasplatée vers le bas dans ce deuxième cas.

notes

résumé



Alors, cette vitesse limite de chute, pour un être humain, dans l'air, elle est de l'ordre de 200 kmh à la surface du sol. Si vous prenez l'exploit qui a été réalisé par Philippe Sbombertener dans la stratosphère, lui, il atteint un macain. C'est parce que l'air était nettement moins dense. La viscosité est beaucoup plus faible, et c'est pour ça qu'il atteint une vitesse plus élevée. Or, justement, cette viscosité va intervenir dans la vitesse limite, ainsi que dans le temps d'amortissement. Alors, intuitivement, on comprend bien que si la viscosité est faible, le temps d'amortissement sera grand. Puisque si la viscosité est nulle, le temps d'amortissement est infini. Donc, la viscosité doit être inversément proportionnelle au temps d'amortissement et vice versa. Donc, le temps d'amortissement, c'est M sur B, c'est-à-dire que c'est M sur K fois Eta. D'accord ? C'est une constante. On va donc bien que Tao est inversément proportionnelle à Eta. D'accord ? Donc, plus que la viscosité est faible, plus il faudra attendre longtemps pour atteindre ce régime de vitesse constante de chute. D'accord ? D'autre part, la valeur numérique de la vitesse limite va elle aussi dépendre de la viscosité. C'est moins G Tao, or Tao c'est M sur B, c'est-à-dire que c'est M sur K Eta. Donc, c'est moins MG divisé par K Eta, qui est aussi une constante. Donc, la vitesse limite de chute est aussi inversément proportionnelle à la viscosité. On comprend bien la chose, puisque si le fluide est très dense, d'accord ? Il y aura beaucoup de collisions, parce qu'il y aura beaucoup de particules, qui vont freiner l'objet dans son mouvement de chute libre, il n'arrivera pas à atteindre une vitesse suffisante, qui aurait été celle qu'il aurait obtenue si le fluide avait été moins dense. D'accord ? C'est pour ça que la vitesse limite est inversément proportionnelle à la viscosité. Alors, on fait évidemment mieux qu'un être

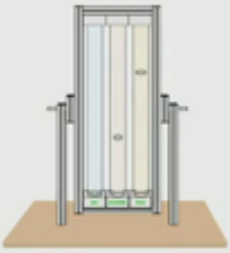
notes

résumé

128m 26s

3.3.5 Expérience - Vitesse limite et temps d'amortissement





- Trois boules identiques sont lâchées sans vitesse initiale d'une hauteur identique dans trois fluides différents : eau, glycérine, et huile dont les viscosités satisfont la relation d'ordre,

$$\eta_{\text{eau}} < \eta_{\text{glycérine}} < \eta_{\text{huile}}$$

- Etant donné que $\tau \propto 1/\eta$ et $v_\infty \propto 1/\eta$

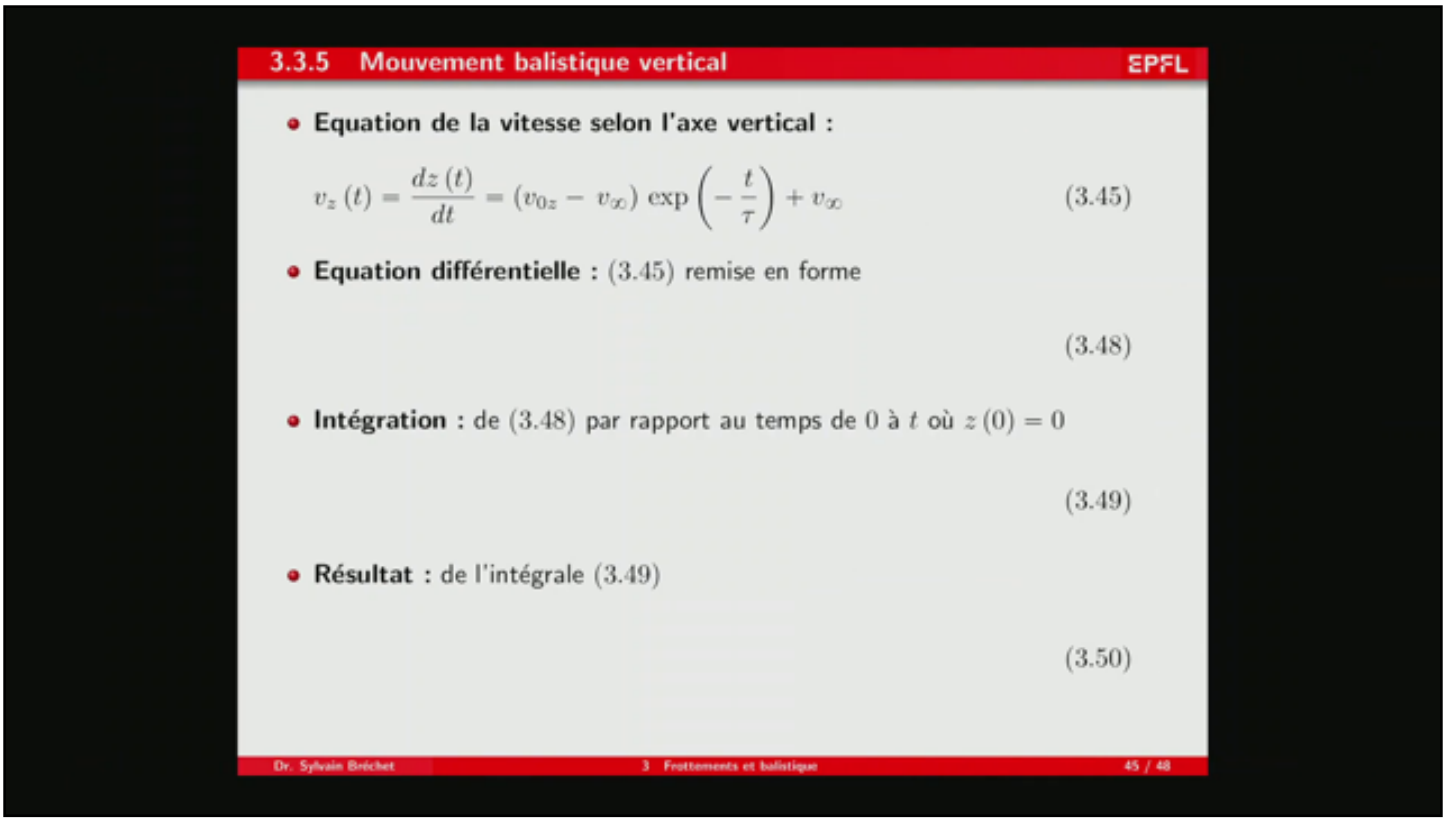
$$\tau_{\text{huile}} < \tau_{\text{glycérine}} < \tau_{\text{eau}} \quad \text{et} \quad v_{\infty\,\text{huile}} < v_{\infty\,\text{glycérine}} < v_{\infty\,\text{eau}}$$

- La boule dans l'huile atteint très rapidement sa vitesse limite, la boule dans la glycérine atteint sa vitesse limite en fin de chute et l'eau n'a pas encore atteint sa vitesse limite en fin de chute.

humain en chute libre, la vitesse limite maximale, atteinte par un animal, et atteinte par le faux compéloin, d'accord ? Qui a un coefficient de pénétration qui ressemble à celui d'un obus, d'accord ? Et donc, lui, il atteint une vitesse de chute libre de 300 kmh pour pouvoir essentiellement plonger sur sa proie et l'attraper au vol, d'accord ?

notes

résumé

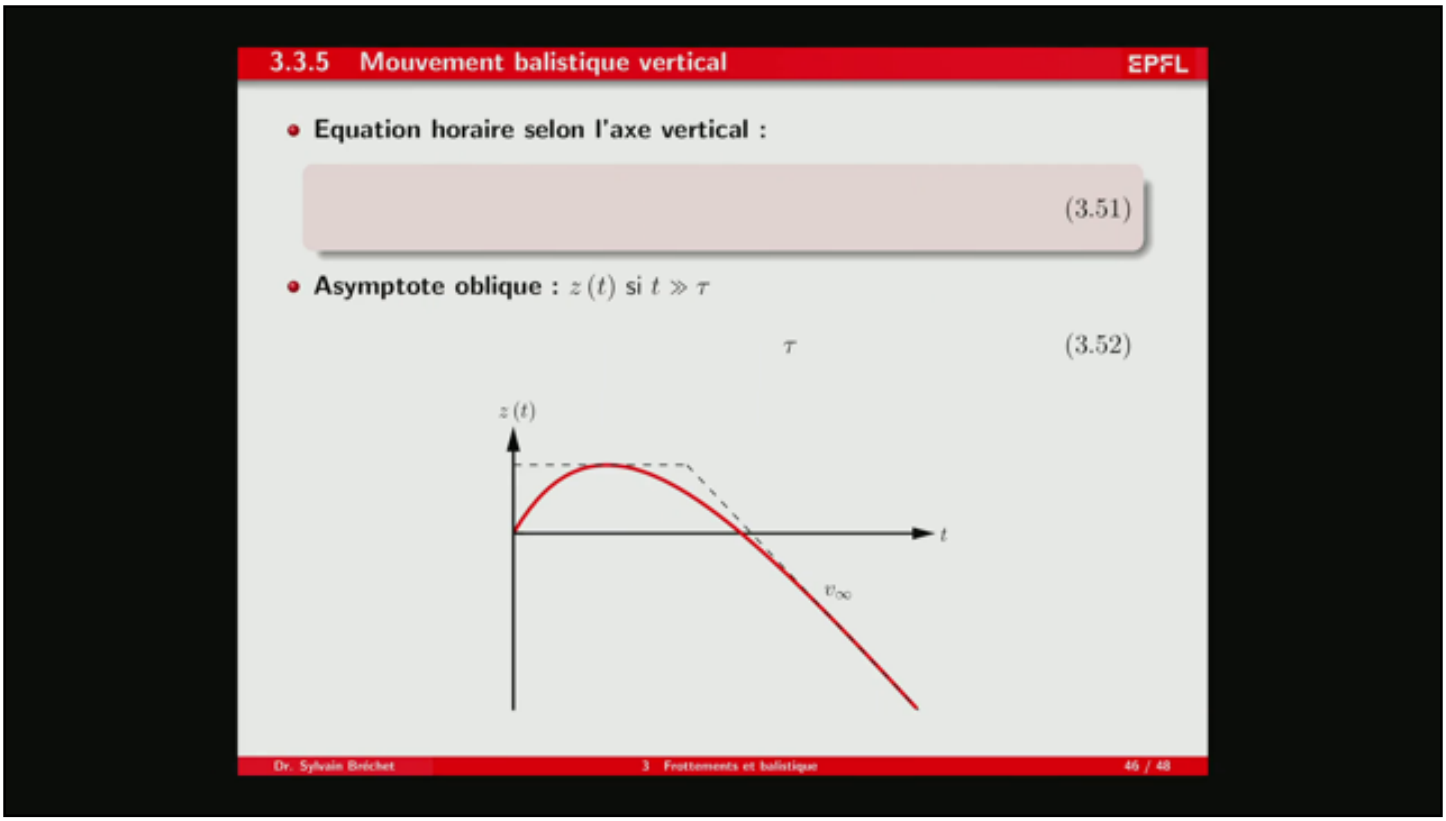


Alors, pour visualiser la vitesse limite de chute, qui est inversément proportionnelle à la viscosité, le temps d'amortissement aussi, on va faire l'expérience suivante. On va prendre ici 3 tubes. Dans le premier tube, qui est sur votre gauche, il y a de l'eau. Dans le deuxième, il y a de la glycérine, et dans le troisième, il y a de l'huile. L'huile est plus visqueuse que la glycérine, qui est elle-même plus visqueuse que l'eau. Qu'est-ce que ça signifie ? Ça signifie que le temps d'amortissement sera beaucoup plus court dans l'huile qui est plus visqueuse que dans la glycérine, que dans l'eau. La vitesse sera beaucoup plus faible dans l'huile que dans la glycérine, que dans l'eau. Et ce qu'on arrive à voir, ce régime de vitesse limite se mettra en place sur cet auteur. La réponse, on va la voir ensemble, c'est oui pour l'huile. En fin de course pour la glycérine, et pour l'eau, on n'arrive pas encore à le voir, il faudrait un tube plus long. Regardez bien. Vous voyez ? Vitesse limite, hop. Pour la glycérine, ça s'est vraiment fait en fin de course, et l'eau, la bille est tombée beaucoup plus rapidement. D'accord ? Donc on voit bien que la vitesse limite est inversément proportionnelle à la viscosité et le temps d'amortissement aussi.

notes

résumé

130m 46s

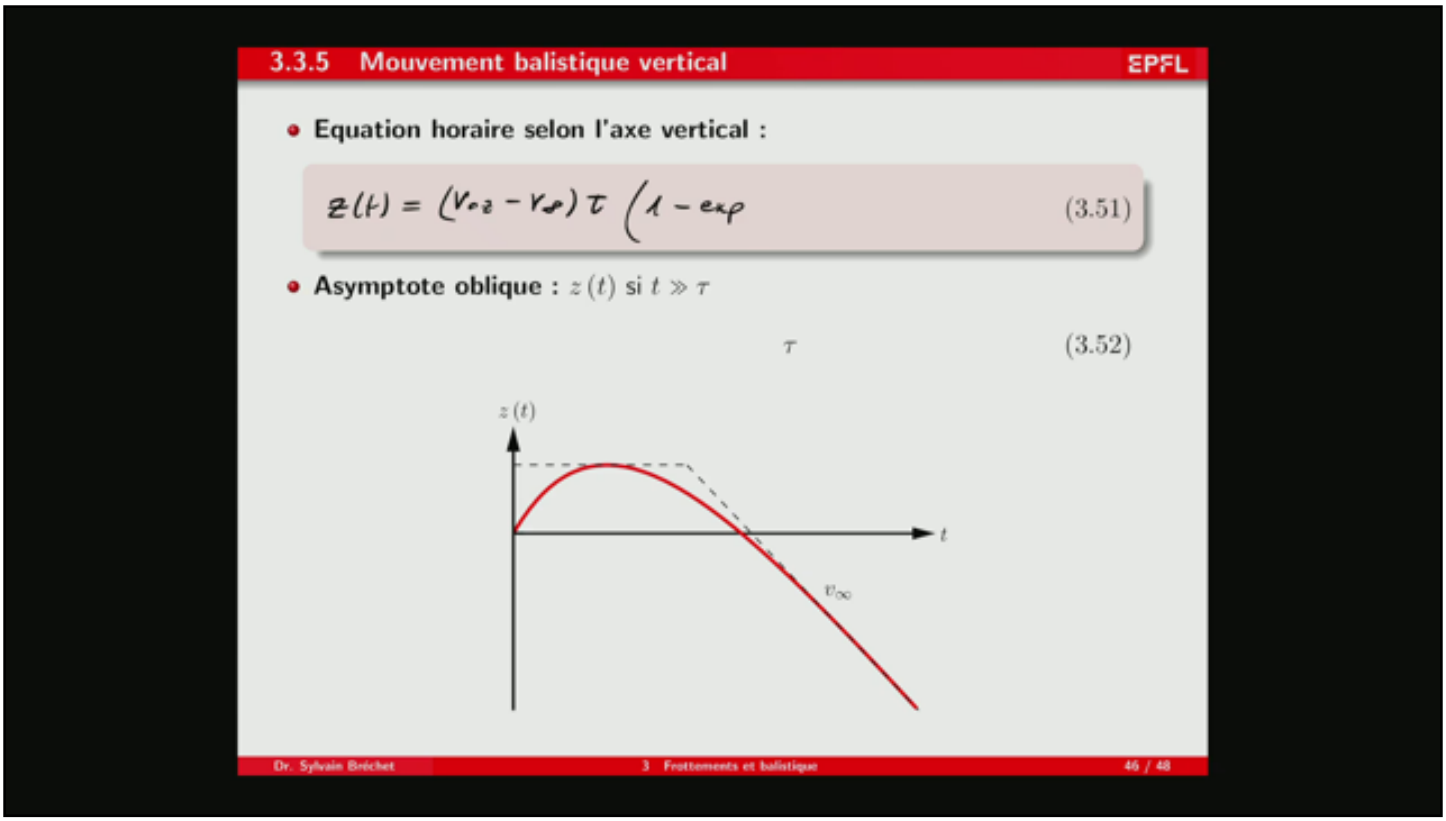


Voilà, faisons rapidement les choses pour déterminer encore l'équation horaire du mouvement ballistique vertical. On a l'équation de la vitesse. On peut écrire la vitesse, la cornette vitesse verticale comme la dérivée de la position. On peut donc écrire que dZ de T, c'est V0Z moins V1, qui multiplie l'exponentiel de moité sur tau. D'accord ? Le tout de fois d'été, puisqu'on a multiplié par d'été, plus V1, fois d'été. Et maintenant on intègre. Donc on prend des Z' de T' qu'on intègre entre Z de zéro, qui est zéro par définition des conditions initiales, jusqu'à Z de T. Dans le membre de droite, on aura donc V0Z moins V1, qui est une constante, qui va multiplier l'intégrale de l'exponentiel de moité sur tau, fois d'été, intégré entre zéro et t. Plus V1, qui multiplie l'intégrale de zéro à t, de d'été prime. Le résultat de ceci, c'est Z de T, qui va être égal à moins V0Z, moins V1 fini. Fou à tau, foie l'exponentiel de moins t'éprimes sur tau, j'ai multiplié par l'inverse de la dérivée interne en intégrant, a évalué entre t'éprimes égal à zéro et t'éprimes égalité, plus V1 fini, foie t'éprimes, a évalué entre t'éprimes égal à zéro et t'éprimes égalité. En faisant cette évaluation,

notes

résumé

132m 11s

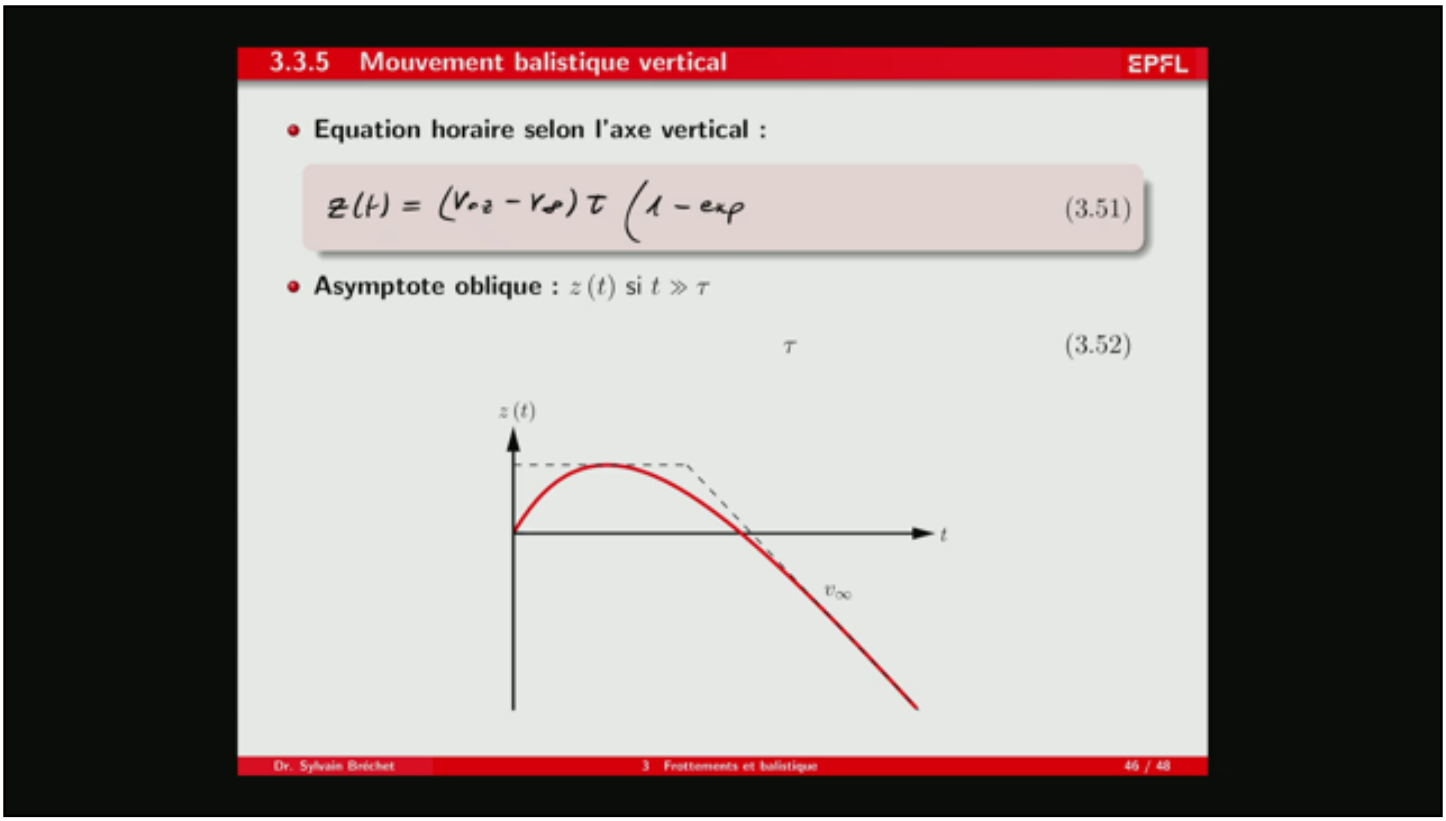


on arrive alors à la solution suivante, l'équation horaire Z de T, c'est V0Z moins V1 fini, qui multiplie tau, qui multiplie un moins l'exponentiel de moins t'éprimes sur tau, plus V1 fini, foie t'éprimes. D'accord ? On peut tracer la sable de Tauplique. Cité est beaucoup plus grand que tau. Z de T sera V1 fini, foie t'éprimes, plus V0Z moins V1 fini, foie tau. Et ceci est vrai, si tau est beaucoup plus grand. Cité est beaucoup plus grand que tau. Attendez. Voilà. Bien. On va se retrouver donc avec une asymptote oblique à tant élever, pourquoi ? Parce qu'on va tendre vers une vitesse limite de chute qui est la dérivée de cette partie de l'équation horaire. D'accord ? La pente, c'est ce V1 fini. On atteint une hauteur maximale. D'accord ? Et ce qu'on verra cet après-midi, c'est comment faire pour dégager de ceci l'équation de la trajectoire du mouvement ballistique amortie qui va être nettement plus compliquée que celle qu'on avait obtenue pour le mouvement ballistique en absence de frottement. D'accord ? Et puis, on va cet après-midi, regarder ensemble le comportement de la portée au sol lors de la première correction du haut frottement. On verra que cette portée est légèrement réduite. On va faire des développements limités au deuxième et troisième ordre pour y arriver. Je vous souhaite un excellent tapetti. Alors, attends. C'est là qu'il y a foiré. C'est la première fois que ça m'arrive. Alors, j'ai pris le D parce que le premier C. Alors, je me suis mis en D volontairement parce que c'est... Non, parce que... Là, il y a le C en bas. Ça, c'est dur. Enfin, avec les étiquettes. Ah oui, mais pourquoi que l'on reverse ? Je sais pas. Donc on est d'accord, hein ? Tu le remets à zéro, hop ! Et puis tu lances à que machin. Oh oui, sur ton applic. Oh ouais.

notes

résumé

133m 57s



Ah ouais, ouais, parfait. Super. Je me laisse pour son premier. Ouais, bon, tiens. Et puis je te curie, ça. Et puis, Pierre, c'est tout comme laissé aussi le CD. C'est lequel ? Ah, où ça ? Tu sais ça ? La table, là. Ouais. Ça, c'est bon. J'ai fait celle-là, j'ai fait les coupements, et puis la table. Ça, c'est tout bon. Je te laisse ça pour ta tension celle-là, ça, pour moi. Ça, je vais remonder. Un silence absolu. Ça marche bien. Bon, ça tu peux le prendre aussi. Ouais, je viens de la faire. La table, là, c'est bon, c'est bon. C'est bon, c'est bon. Ouais. Merci beaucoup.

notes

résumé